

# 厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料的传输特性

霍雅洁 张廷蓉 包建勤

四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610101

**摘要** 采用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式推导出厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料的传输公式, 并利用其解析式进行数值计算和分析。研究表明: 负折射率平板材料中的负折射率只影响光束的两次聚焦位置; 光束参数不仅会改变厄米-余弦-高斯光束的轴上光强分布, 还会改变横向光强的分布, 但对厄米-余弦-高斯光束轴上最大光强和横向最大光强的位置均没有影响。

**关键词** 激光光学; 传输特性; 负折射率平板材料; 厄米-余弦-高斯光束; 惠更斯-菲涅耳衍射积分;  $ABCD$  光学系统

**中图分类号** O435 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/LOP51.041401

## Propagation Properties of Hermite-Cosine-Gaussian Beam Through a Negative Refractive Index Materials Slab

Huo Yajie Zhang Tingrong Bao Jianqin

*Institute of Physics and Electronic Engineering Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610101, China*

**Abstract** Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the propagation expression of Hermite-cosine-Gaussian beam through the negative refractive index materials slab is derived and the numerical calculations are performed. The calculated results show that the negative refractive index of materials slab changes the position of the Hermite-cosine-Gaussian beam focusing, and the beam parameters of Hermite-cosine-Gaussian beam can affect the axial and transverse light intensities. However, the position of the maximum intensity is constant.

**Key words** laser optics; propagation properties; negative refractive index materials slab; Hermite-Cosine-Gaussian beam; Huygens-Fresnel diffraction integral;  $ABCD$  optical system

**OCIS codes** 140.3460; 350.3618; 160.4760

### 1 引言

负折射率材料是一种新型人工合成材料。第一次提出负折射率介质概念是在1968年,前苏联物理学家 Veselago<sup>[1]</sup>从经典 Maxwell 方程出发,打破传统电磁理论,用全新的视角理论分析研究了电磁波在介电常数与磁导率同时为负的介质中的传播,指出介电常数与磁导率同时为负的介质的存在是不违反物理学定律的,并且还具具有负折射效应、逆多普勒效应和逆切伦柯夫辐射效应等奇异物理现象。当电磁波在此种介质中传播时,它的电场矢量  $E$ 、磁场矢量  $H$  以及波矢  $k$  三者遵循左手定则,所以称这种介质为“左手介质”。由于自然界中并未寻找到这种物质,对负折射率材料的研究一度处于停滞阶段。直到2000年,Smith等<sup>[2-3]</sup>用二维金属线列阵和有缺口的环谐振器列阵组成了世界上第一块等效介电常量与磁导率同时为负数的负折射率材料。同年,Pendry<sup>[4]</sup>提出左手材料制成的透镜能够实现对倏逝波的成像,可以用左手材料制成完美透镜。从此,负折射率材料吸引了众多研究者的关注并成为当今的一个研究热点。近几年有很多文献研究了负折射率平板材料的各种特性<sup>[5-7]</sup>,以及一些光束通过左手平板材料构成的光学系统的传输特性<sup>[8-12]</sup>。

收稿日期: 2013-10-20; 收到修改稿日期: 2013-12-06; 网络出版日期: 2014-03-14

项目基金: 四川省教育厅重点项目(12ZA144)

作者简介: 霍雅洁(1988—),女,硕士研究生,主要从事激光传输与变换方面的研究。E-mail: 277323800@qq.com

导师简介: 张廷蓉(1962—),女,教授,主要从事激光传输方面的研究。E-mail: trc\_sc@163.com

另一方面,近年来证明了厄米-正弦-高斯光束是波动方程的一类特解,且这类光束具有较为广泛的代表性意义,它包含了许多光束,例如厄米-双曲余弦-高斯(HChG)光束、厄米-正(余)弦-高斯光束、双曲正(余)弦-高斯光束及正(余)弦-高斯光束等。这些光束对描述大功率半导体激光器的光场特性具有重要意义。近几年也有很多文献研究了这类光束的传输特性<sup>[13-17]</sup>。然而迄今为止,还未见有此类光束通过负折射率介质传输特性的研究报道。

本文采用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式推导出了厄米-余弦-高斯光束在各向同性的负折射率平板材料中以及通过各向同性负折射率平板材料后的传输公式,并且对厄米-余弦-高斯光束在各向同性负折射率平板材料内部的传输特性进行了研究分析。

## 2 传输公式

### 2.1 厄米-余弦-高斯光束通过一阶ABCD光学系统的传输公式

厄米-余弦-高斯光束在 $z=0$ 的平面上的场分布为<sup>[18]</sup>

$$E_0(x_0, 0) = H_n \left( \sqrt{2} \frac{x_0}{\omega_0} \right) \cos(\Omega_0 x_0) \exp \left( -\frac{x_0^2}{\omega_0^2} \right), \quad (1)$$

式中 $\omega_0$ 为厄米-余弦-高斯光束的束腰半径, $\Omega_0$ 为与余弦项相关的参数, $H_n$ 为 $n$ 阶厄米多项式。当厄米-余弦-高斯光束通过一阶光学系统时,利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式得到<sup>[19]</sup>

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, 0) \exp \left[ -\frac{ik}{2B} (Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2) \right] dx_0. \quad (2)$$

利用特殊积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(x-y)^2] H_n(\beta x) dx = \sqrt{\pi} (1-\beta^2)^{\frac{n}{2}} H_n \left[ \frac{\beta y}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]. \quad (3)$$

对(2)式积分,整理得到

$$E(x', z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ik\omega_0^2}{2B + ikA\omega_0^2}} \left( \frac{ikA\omega_0^2 - 2B}{ikA\omega_0^2 + 2B} \right)^{\frac{n}{2}} \exp \left[ \frac{-\alpha^2 B}{4B + 2ikA\omega_0^2} \right] \exp \left[ \frac{(-k^2\omega_0^4 - 2iDBk\omega_0^2 + k^2DA\omega_0^4)x^2}{2B(2B + ikA\omega_0^2)} \right] \times \left\{ \exp \left[ \frac{-\alpha k\omega_0^2 x'}{2B + ikA\omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}(ik\omega_0^2 x' + i\alpha B)}{\sqrt{-k^2 A^2 \omega_0^4 - 4B^2}} \right] + \exp \left[ \frac{\alpha k\omega_0^2 x'}{2B + ikA\omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}(ik\omega_0^2 x' - i\alpha B)}{\sqrt{-k^2 A^2 \omega_0^4 - 4B^2}} \right] \right\}, \quad (4)$$

式中 $x' = x/\omega_0$ ,  $y' = y/\omega_0$ 为归一化坐标; $k = 2\pi/\lambda$ 代表波数; $\lambda$ 为波长;令 $\alpha = \omega_0 \Omega_0$ ,设为光束参数。

### 2.2 厄米-余弦-高斯光束在自由空间中的传输公式

自由空间的传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式整理后得到与文献[20]在数学上完全等价的光场传输公式:

$$E(x', z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ik\omega_0^2}{2z + ik\omega_0^2}} \left( \frac{ik\omega_0^2 - 2z}{ik\omega_0^2 + 2z} \right)^{\frac{n}{2}} \exp \left[ \frac{-ik\omega_0^2 x'^2}{2z + ik\omega_0^2} \right] \exp \left[ \frac{-\alpha^2 z}{4z + 2ik\omega_0^2} \right] \times \left\{ \exp \left[ \frac{-\alpha k\omega_0^2 x'}{2z + ik\omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}(ik\omega_0^2 x' + i\alpha z)}{\sqrt{-k^2 \omega_0^4 - 4z^2}} \right] + \exp \left[ \frac{\alpha k\omega_0^2 x'}{2z + ik\omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2}(ik\omega_0^2 x' - i\alpha z)}{\sqrt{-k^2 \omega_0^4 - 4z^2}} \right] \right\}. \quad (6)$$

### 2.3 厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料的传输公式

厄米-余弦-高斯光束从折射率为 $n_R$  ( $n_R > 0$ )的介质传输,通过折射率为 $n_L$  ( $n_L < 0$ )的负折射率平板材料,到达折射率为 $n_R$ 的介质,如图1所示。

当光束通过负折射率平板材料时,根据文献[9]可推导出传输矩阵为

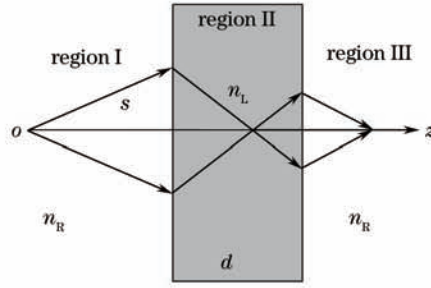


图1 光束通过左手平板材料示意图

Fig.1 Schematic of HCsG beam through a left-handed materials slab

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s + \frac{n_R z_2}{n_L} \\ 0 & \frac{n_R}{n_L} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中  $z_2$  为光束在负折射率平板材料中的传输距离,  $s$  为光源到负折射率平板材料的距离。将(7)式代入(4)式整理得到光束在负折射率平板材料中的光场为

$$\begin{aligned} E(x', z_2) = & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ikn_L \omega_0^2}{2(sn_L + n_R z_2) + ikn_L \omega_0^2}} \left[ \frac{ikn_L \omega_0^2 - 2(sn_L + n_R z_2)}{ikn_L \omega_0^2 + 2(sn_L + n_R z_2)} \right]^{\frac{n}{2}} \exp \left[ \frac{-\alpha^2 (sn_L + n_R z_2)}{4(sn_L + n_R z_2) + 2ikn_L \omega_0^2} \right] \times \\ & \exp \left\{ \frac{[-k^2 n_L^2 \omega_0^4 - 2ikn_R \omega_0^2 (sn_L + n_R z_2) + k^2 \omega_0^4 n_R n_L] x'^2}{4(sn_L + n_R z_2)^2 + 2ikn_L \omega_0^2 (sn_L + n_R z_2)} \right\} \left\{ \exp \left[ \frac{-2\alpha kn_L \omega_0^2 x'}{4(sn_L + n_R z_2) + 2ikn_L \omega_0^2} \right] \times \right. \\ & \left. H_n \left[ \frac{\sqrt{2} ikn_L \omega_0^2 x' + \sqrt{2} i\alpha (sn_L + n_R z_2)}{\sqrt{-k^2 n_L^2 \omega_0^4 - 4(sn_L + n_R z_2)^2}} \right] + \exp \left[ \frac{2\alpha kn_L \omega_0^2 x'}{4(sn_L + n_R z_2) + 2ikn_L \omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2} ikn_L \omega_0^2 x' - \sqrt{2} i\alpha (sn_L + n_R z_2)}{\sqrt{-k^2 n_L^2 \omega_0^4 - 4(sn_L + n_R z_2)^2}} \right] \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

当通过负折射率平板材料后到达自由空间时,其传输矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z_3 + s + \frac{n_R d}{n_L} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中  $z_3$  为光束在通过负折射率平板材料后的传输距离,  $d$  为负折射率平板材料的厚度。将(9)式代入(4)式,整理得光束通过负折射率平板材料后的光场为

$$\begin{aligned} E(x', z_3) = & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ikn_L \omega_0^2}{2(z_3 n_L + sn_L + n_R d) + ikn_L \omega_0^2}} \left[ \frac{ikn_L \omega_0^2 - 2(z_3 n_L + sn_L + n_R d)}{ikn_L \omega_0^2 + 2(z_3 n_L + sn_L + n_R d)} \right]^{\frac{n}{2}} \times \\ & \exp \left[ \frac{-ikn_L \omega_0^2 x'^2}{2(z_3 n_L + sn_L + n_R d) + ikn_L \omega_0^2} \right] \exp \left[ \frac{-\alpha^2 (z_3 n_L + sn_L + n_R d)}{4(z_3 n_L + sn_L + n_R d) + 2ikn_L \omega_0^2} \right] \times \\ & \left\{ \exp \left[ \frac{-\alpha kn_L \omega_0^2 x'}{2(z_3 n_L + sn_L + n_R d) + ikn_L \omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2} ikn_L \omega_0^2 x' + \sqrt{2} i\alpha (z_3 n_L + sn_L + n_R d)}{\sqrt{-k^2 n_L^2 \omega_0^4 - 4(z_3 n_L + sn_L + n_R d)^2}} \right] + \right. \\ & \left. \exp \left[ \frac{\alpha kn_L \omega_0^2 x'}{2(z_3 n_L + sn_L + n_R d) + ikn_L \omega_0^2} \right] H_n \left[ \frac{\sqrt{2} ikn_L \omega_0^2 x' - \sqrt{2} i\alpha (z_3 n_L + sn_L + n_R d)}{\sqrt{-k^2 n_L^2 \omega_0^4 - 4(z_3 n_L + sn_L + n_R d)^2}} \right] \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

### 3 数值计算及分析

#### 3.1 厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料中传输(II区)

对(8)式做数值计算分析,得到厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料内部传输时的光强分布情况。首先讨论负折射率平板材料的负折射率对其轴向光强分布的影响。如图2所示,计算时取值  $n_R=1$ ,

$\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  mm,  $\omega_0 = 1$  mm, 光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0 = 2.5$ ,  $s = 50$  mm,  $n = 2$ 。分析图 2 可知平板选择不同的负折射率, 其轴上光强的分布形状基本保持不变; 且平板取不同的负折射率, 其轴上最大光强的位置不同, 负折射率的绝对值越大, 最大光强位置越远。当负折射率  $n_L = -1$  时, 其最大光强位置为  $z = 50$  mm。由图 1 可知其最大光强位置就是光束传输到平板材料中的第一次聚焦位置。

图 3 反映了厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料中传输时, 轴上光强随光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0$  的变化, 其他参数取值为  $n_R = 1$ ,  $n_L = -1$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  mm,  $\omega_0 = 1$  mm,  $s = 50$  mm,  $n = 2$ 。观察图 3 可发现, 在其他的量取值保持不变时, 光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0$  不会影响轴上最大光强的位置, 且光束强度通过聚焦位置后会随着传输距离的增大而减小。

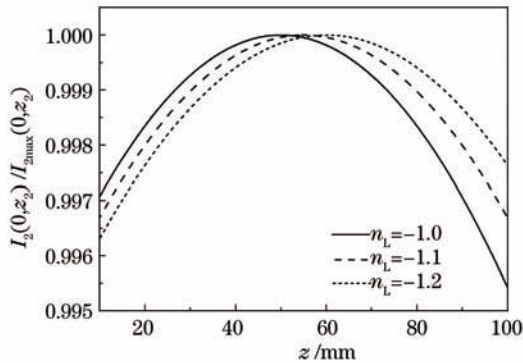


图 2 在平板材料中传输时, 负折射率取不同值时轴上光强分布

Fig.2 Intensity distributions on axis for different negative refractive indices in materials slab

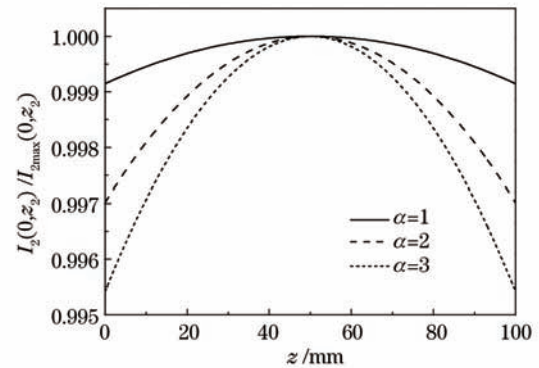


图 3 在平板材料中传输时, 光束参数取不同值时轴上光强分布

Fig.3 Intensity distributions on axis for different beam parameters in materials slab

图 4 反映厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料内部传输时光束的横向光强分布情况。取  $n_R = 1$ ,  $n_L = -1$ ,  $s = 50$  mm,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  mm,  $\omega_0 = 1$  mm,  $n = 2$ 。图 4(a) 表示在  $z = 50$  mm 的位置, 即轴上最大光强位置对应的横向光强分布; 图 4(b) 中,  $z = 60$  mm, 即轴上最大光强处较近位置上的横向光强分布; 图 4(c) 表示在  $z = 100$  mm 的位置, 即轴上光强最大处较远处位置横向光强分布。由图 4(a)~(c) 对比分析可发现, 通过负折射率平板材料的厄米-余弦-高斯光束, 其光强分布形状是关于光轴对称的; 保持  $\lambda$ ,  $\omega_0$ ,  $n$ ,  $n_L$ ,  $s$ ,  $n_R$  不变, 当  $z$  取不同的值时, 横向光强分布基本相同。由图 4(a) 分析, 光束参数  $\alpha$  取不同值时, 横向光强的主瓣光强保持不变, 而旁瓣光强发生改变。

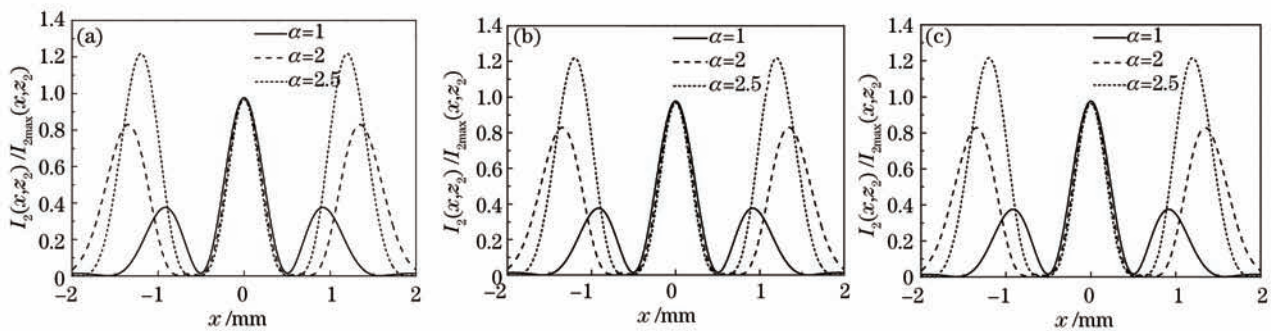


图 4 在平板材料中传输时, 在 (a)  $z = 50$  mm、(b)  $z = 60$  mm 和 (c)  $z = 100$  mm 位置, 光束参数取不同值时横向光强分布

Fig.4 Transverse intensity distributions for different beam parameters in the materials slab at (a)  $z = 50$  mm, (b)  $z = 60$  mm and (c)  $z = 100$  mm

### 3.2 厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料的传输(III区)

利用(10)式进行数值计算分析, 得到厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料后其轴上光强随  $n_L$  的变化, 如图 5 所示, 取值  $n_R = 1$ ,  $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$  mm,  $\omega_0 = 1$  mm,  $\alpha = \omega_0 \Omega_0 = 2.5$ ,  $s = 50$  mm,  $n = 2$ ,  $d = 100$  mm。分析图 5 可知, 随着负折射率材料的负折射率的改变, 其轴上最大光强位置发生改变。负折射率绝对值越大, 其

轴上最大光强对应的位置离平板材料越近。最大光强的位置也就是光束的聚焦位置,即图1中的第二次聚焦位置,所以平板材料的负折射率会改变光束第二次聚焦位置。由图5可知当负折射率 $n_L=-1$ 时,其焦点位置即最大光强位置为 $z=50\text{ mm}$ 。

图6显示了厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料后,光束参数 $\alpha$ 取不同值对其轴上光强分布的影响,取值 $n_R=1$ ,  $n_L=-1$ ,  $\lambda=1.06\times 10^{-3}\text{ mm}$ ,  $\omega_0=1\text{ mm}$ ,  $s=50\text{ mm}$ ,  $n=2$ ,  $d=100\text{ mm}$ 。由图6可发现,在不改变其他量时,随着光束参数 $\alpha=\omega_0\Omega_0$ 的变化,其光强分布也在变化,但是最大光强的位置不会改变,光束参数不会影响轴上最大光强的位置,最大光强位置就是光束的聚焦位置,即光束参数不会影响光束聚焦的位置。但是光束参数可以影响轴上的光强分布形状,随着光束参数的减小,其轴上光强的扩展变宽。

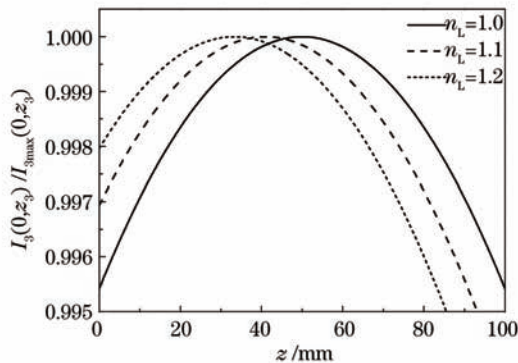


图5 通过平板材料后传输时,负折射率取不同值时轴上光强分布

Fig.5 Intensity distributions on axis for different negative refractive indices after the materials slab

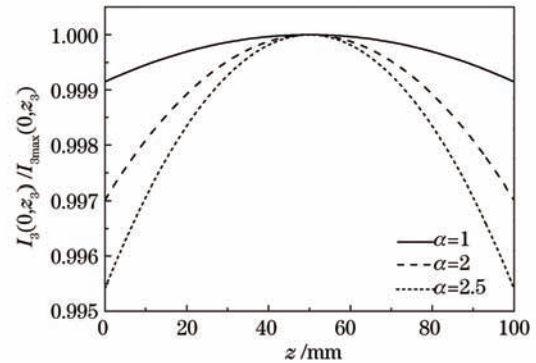


图6 通过平板材料后传输时,光束参数取不同值时轴上光强分布

Fig.6 Intensity distributions on axis for different beam parameters after the materials slab

由(10)式分析厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料后光束的横向光强分布情况。取 $n_R=1$ ,  $n_L=-1$ ,  $\lambda=1.06\times 10^{-3}\text{ mm}$ ,  $\omega_0=1\text{ mm}$ ,  $s=50\text{ mm}$ ,  $n=2$ ,  $d=100\text{ mm}$ 。图7(a)表示在 $z=50\text{ mm}$ 的位置,即轴上最大光强位置对应的横向光强分布;图7(b)中, $z=60\text{ mm}$ ,即轴向最大光强处较近的位置上的横向光强分布;图7(c)表示在 $z=100\text{ mm}$ 的位置,即轴向光强最大处较远的位置上的横向光强分布。对比分析图7可以发现,厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料后,其光强分布是关于光轴对称的。对比图7(a)~(c)可知,在保持其他几个量不变的情况下,改变轴上传输距离 $z$ 的取值,其横向光强分布基本相同。仅观察图7(a)可知,在其他量保持不变的情况下,光束参数 $\alpha$ 取不同值时,横向光强的主瓣光强保持不变,而旁瓣光强发生改变。

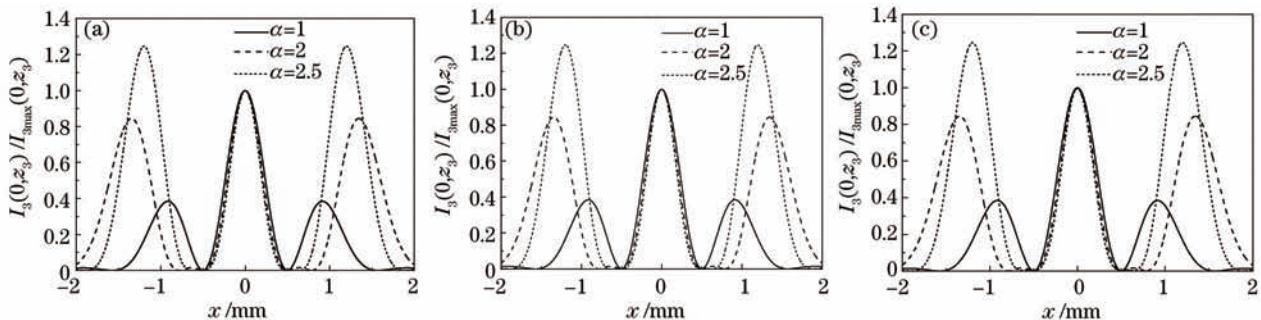


图7 通过平板材料后传输时,在(a)  $z=50\text{ mm}$ 、(b)  $z=60\text{ mm}$  和(c)  $z=100\text{ mm}$  位置,光束参数取不同值时横向光强分布

Fig.7 Transverse intensity distributions for different beam parameters after the materials slab at (a)  $z=50\text{ mm}$ , (b)  $z=60\text{ mm}$  and (c)  $z=100\text{ mm}$

### 3.3 厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料中及通过负折射率平板材料后的传输比较

对比分析图2与图5可知,对于厄米-余弦-高斯光束传输,在负折射率平板材料内部以及通过负折射率平板后的两个阶段中,在保持其他量不变的情况下,选择不同的负折射率,其轴上光强的分布形状基本保持不变。随着平板材料的负折射率的改变,其轴上最大光强发生改变,即平板材料的负折射率会改变光束的两次聚焦位置。上述结论与传统高斯光束在负折射率中的传输特性一致<sup>[11]</sup>。但光束在两个阶段中,其轴上最大

光强的改变情况不同。当厄米-余弦-高斯光束在负折射率平板材料内部传输时,保持其他量不变,负折射率绝对值增大,其轴上最大光强位置随之增大;当厄米-余弦-高斯光束通过负折射率平板材料后,保持其他量不变,负折射率绝对值增大,其轴上最大光强位置随之减小。

对比分析图3与图6可知,对于厄米-余弦-高斯光束传输在负折射率平板材料内部以及通过负折射率平板后的两个阶段中,在其他量保持不变的情况下,随着光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0$  的变化,其轴上光强分布发生变化,但是轴上最大光强的位置不会随之改变。在这两个阶段中,随着光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0$  的增加,其轴上光强的扩展均减小,且光束参数不会影响光束的两次聚焦位置。

对比分析图4及图7可知,对于厄米-余弦-高斯光束传输,在负折射率平板材料内部以及通过负折射率平板后的两个阶段中,横向光强分布情况基本相同。在其他量保持不变只改变光束参数  $\alpha = \omega_0 \Omega_0$  的情况下,其横向光强分布在上述两个阶段中都是关于光轴对称的,且横向光强的主瓣光强都保持不变,旁瓣光强的峰值及其对应的位置发生改变。在两个阶段中,在保持其他量不改变的情况下,无论在轴上最大光强处或在轴上最大光强附近、较远处,横向光强数值仅有微小变化。因此,两个图的光强分布曲线类似。

## 4 结 论

厄米-余弦-高斯光束通过各向同性负折射率平板材料时,平板材料的负折射率的改变只会影响轴上最大光强位置,最大光强位置恰好是光束聚焦的位置,即负折射率平板材料中的负折射率只能影响光束的两次聚焦位置。在平板材料内部时,随着负折射率绝对值的增加,其轴上最大光强位置至平板材料中心的距离增加。通过平板材料后,随着负折射率绝对值的增加,其轴上最大光强位置至平板材料的距离减小。而光束的光束参数的改变不仅会改变厄米-余弦-高斯光束的轴上光强分布,还会改变横向光强的分布,但对厄米-余弦-高斯光束轴上最大光强和横向最大光强的位置均没有影响;轴上传输距离  $z$  取值的改变基本不会影响横向光强分布。

## 参 考 文 献

- 1 Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  [J]. *Sov Phys Usp*, 1968, 10(4): 509-514.
- 2 Smith D R, Kroll N. Negative refractive index in left-handed materials [J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85(14): 2933-2936.
- 3 Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. *Science*, 2001, 292(5514): 77-79.
- 4 Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens [J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85(18): 3966-3969.
- 5 Brock J B, Houck A A, Chuang L L. Focusing inside negative index materials [J]. *Appl Phys Lett*, 2004, 85(13): 2472-2474.
- 6 Lin Zhili, Hu Jiandong. Study of geometrical optics on left-handed material [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, 35(6): 890-892.  
林志立, 胡建东. 关于左手性介质几何光学的研究(一)[J]. *光子学报*, 2006, 35(6): 890-892.
- 7 Peng Jingcui, Ougang Yu, Peng Zhihua. Optical properties and the applications of the left-handed materials [J]. *Functional Materials Information*, 2006, 3(6): 10-14.  
彭景翠, 欧阳玉, 彭志华. 左手材料的光学特性及其应用[J]. *功能材料信息*, 2006, 3(6): 10-14.
- 8 Pinchuk A O, Schatz G C. Focusing a beam of light with left-handed metamaterials [J]. *Solid-State Electronics*, 2007, 51(10): 1381-1386.
- 9 Zhou J H, Luo H L, Wen S C, *et al.*. ABCD matrix formalism for propagation of Gaussian beam through left-handed material slab system [J]. *Opt Commun*, 2009, 282(14): 2670-2675.
- 10 Cao Jingxiao, Hu Wei, Luo Hailu. The vectorial properties of paraxial beams propagating in uniaxial left-handed materials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(4): 2131-2138.  
曹京晓, 胡巍, 罗海陆. 傍轴光束在单轴左手介质中传输的矢量性质[J]. *物理学报*, 2007, 56(4): 2131-2138.
- 11 Luo H L, Hu W, Ren Z Z, *et al.*. Focusing and phase compensation of paraxial beams by a left-hand material slab [J]. *Opt Commun*, 2006, 266(1): 327-331.
- 12 Yi Xunong, Liu Jinsong, Chen Huan, *et al.*. Analysis of focusing properties for paraxial Gaussian beam focused by a left-handed material slab [J]. *J Applied Optics*, 2010, 31(6): 883-887.

- 易煦农, 刘劲松, 陈 欢, 等. 左手材料平板对傍轴高斯光束聚焦特性分析 [J]. 应用光学, 2010, 31(6): 883-887.
- 13 Jia L, Chen Y R, Xu S X, *et al.*. Analytical vectorial structure of Hermite-cosine-Gaussian beam in the far field [J]. Optics & Laser Technology, 2011, 43(1): 152-157.
- 14 Tang B. Hermite-cosine-Gaussian beams propagation in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis [J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26(12): 2480-2487.
- 15 Zhao D M, Mao H D, Zhang W C. Propagation of off-axial Hermite-cosine-Gaussian beams through an apertured and misaligned ABCD optical system [J]. Opt Commun, 2003, 224(1): 5-12.
- 16 Ni Sen, Wang Li, Wang Xiqing. Focal switch of Hermite-cosine-Gaussian beams passing through an astigmatic lens [J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(10): 1510-1515.
- 黎 森, 王 莉, 王喜庆. 厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜的焦开关[J]. 中国激光, 2008, 35(10): 1510-1515.
- 17 Zhou Nanrun, Tao Xiangyang, Lü Baida. Propagation expressions for apertured Hermite-cosine-Gaussian beams [J]. Laser Technology, 2003, 27(3): 182-184.
- 周南润, 陶向阳, 吕百达. 受光阑限制厄米-余弦-高斯光束的解析传输公式[J]. 激光技术, 2003, 27(3): 182-184.
- 18 Xu Qiang, Zeng Xiaodong, An Yuying. Propagation of Hermite-cosine-Gaussian beams through an apertured ABCD optical system [J]. Optical Technique, 2005, 31(4): 522-524
- 徐 强, 曾晓东, 安毓英. 厄米-余弦-高斯光束通过具有光阑光学系统时的传输特性[J]. 光学技术, 2005, 31(4): 522-524.
- 19 Zhou N R, Zeng G H. Propagation properties of Hermite-cosine-Gaussian beams through a paraxial optical ABCD system with hard-edge aperture [J]. Opt Commun, 2004, 232(1-6): 49-59.
- 20 Wang Xiqing, Lü Baida. Propagation properties of Hermite-cosine-Gaussian beams [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(6): 551-554.
- 王喜庆, 吕百达. 厄米-余弦-高斯光束的传输特性[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(6): 551-554.