

# 人眼像差校正线性二次高斯优化控制研究

王波<sup>1</sup> 钮赛赛<sup>2</sup> 吴卫明<sup>1</sup>

<sup>1</sup>滁州学院机械与电子工程学院, 安徽 滁州 239000; <sup>2</sup>上海航天控制技术研究所, 上海 200233

**摘要** 为获得清晰的高分辨率人眼眼底视网膜图像,自适应光学系统中变形镜必须能够实时跟踪并补偿人眼中随时间变化的像差信息。对波前像差特别是动态像差的校正能力不仅取决于变形镜等硬件的性能,还与自适应光学系统中的控制算法密切相关。在不加大硬件复杂度的基础上,介绍了一种基于 Kalman 滤波的线性二次高斯(LQG)人眼像差校正最优控制模型。首先分析了自适应光学系统的离散性,证明在离散模式下研究自适应光学系统的可行性;然后建立了基于 Kalman 滤波的 LQG 优化控制模型,并给出基于 LQG 优化控制的像差校正控制算法;最后通过仿真实验验证了基于 LQG 优化控制的像差校正算法对动态人眼波前像差校正的可行性和有效性。

**关键词** 成像系统;视觉光学;人眼像差校正;自适应光学;变形镜;线性二次高斯控制

中图分类号 TP273.2 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.041102

## Linear Quadratic Gaussian Optimal Control for Human Eye Aberration Correction

Wang Bo<sup>1</sup> Niu Saisai<sup>2</sup> Wu Weiming<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Mechanical and Electronic Engineering, Chuzhou University, Chuzhou, Anhui 239000, China

<sup>2</sup>Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 200233, China

**Abstract** In order to obtain a clear retinal image resolution of the human eye, the deformable mirror in adaptive optics system must be able to track and compensate the eyes aberration information in real time. The capability of wavefront aberration correction, especially the dynamic wavefront aberration, is not only depending on the performance of the deformation mirror and other hardwares, but also closely related to the control algorithm of adaptive optics system. Without increasing hardware complexity, a human eye aberration correction optimal control model based on Kalman filter and linear quadratic Gaussian (LQG) control is proposed. Firstly, the dispersion of adaptive optics system is analyzed and it is shown that the study of adaptive optics system under the discrete model is feasible. Then, the LQG optimal control model based on the Kalman filtering is established, and the aberration correction algorithm based on LQG optimal control model is proposed. Finally, the simulation experiment demonstrates the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words** imaging systems; visual optics; human eye aberration correction; adaptive optics; deformable mirror; linear quadratic Gaussian control

**OCIS codes** 110.1080; 330.2210; 330.5370

## 1 引言

自适应光学系统是以光学波前为研究对象的自动控制系统<sup>[1]</sup>,主要由波前传感器(WFS)、变形镜(DM)和控制器三个模块组成<sup>[2]</sup>,其中控制器对应的控制问题可以被归纳为变形镜面形控制问题,其目的就是让变形镜产生一个能完全消除入射波前像差或者能使残余像差达到最小的期望面形。但对于人眼视网膜成像自适应光学系统,由于人眼波前像差具有动态特性,为获得清晰的、高分辨率的眼底图像,变形镜必须能够实

收稿日期: 2013-10-12; 收到修改稿日期: 2013-12-03; 网络出版日期: 2014-03-14

基金项目: 安徽省自然科学基金面上项目(1208085MA09)、安徽省高校省级优秀青年人才基金(2012SQRL151)、安徽省教育厅自然科学基金项目(KJ2011Z272)

作者简介: 王波(1982—),男,硕士,讲师,主要从事数字化医疗装备技术和自适应光学等方面的研究。

E-mail: nuaawb@126.com

时跟踪并补偿人眼中随时间变化的像差信息<sup>[3-4]</sup>,即提高系统的控制带宽。因此,对波前像差特别是动态像差的校正能力不仅仅取决于变形镜等硬件的性能,还与自适应光学系统中的控制算法密切相关。

目前自适应光学系统中控制算法主要是基于自动控制理论的控制算法,常用的有纯积分控制、最小拍控制等算法<sup>[5]</sup>。基于自动控制理论的自适应光学系统控制主要通过选择相对合适的控制器传递函数对系统的输入和输出特性进行研究,这属于亚优化的控制方法<sup>[6]</sup>,不能很好地解决自适应光学系统中多输入量的最优化控制问题。Kulcar等<sup>[7]</sup>证明了自适应光学系统在自动控制原理下优化控制的局限性,并指出了在最小化控制准则代价函数过程中已知畸变像差波动信息和传感器测量噪声信息的必要性。因此,自适应光学系统的优化控制研究归纳为在给定的1)波前传感器与变形镜传递函数和2)畸变像差波动信息与像差测量噪声信息的基础上稳定地使控制准则代价函数达到最小。这类最小方差最优控制问题在现代控制理论中通常采用确定性状态反馈控制与Kalman滤波处理相结合的线性二次高斯(LQG)控制方法。

本文在不加大硬件复杂度的基础上,通过设计合理的控制器和优化控制算法来改善系统的控制效果,提出了基于Kalman滤波的LQG优化控制模型,设计了基于LQG优化控制的像差校正控制算法,并通过仿真验证了算法的可行性和有效性。

## 2 基于状态空间分析的自适应光学系统

### 2.1 自适应光学系统控制准则代价函数

在经典的自适应光学控制系统中,控制目标是系统的连续型残余像差 $\varphi_{\text{res}}(t)$ 在足够的曝光时间内平均方差能达到最小值,即波前相位二次最小准则,由此建立关于变形镜控制电压 $u$ 的自适应光学系统控制准则代价函数 $J_c(u)$ 如下:

$$J_c(u) \triangleq \lim_{\tau \rightarrow +\infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \|\varphi_{\text{res}}(t)\|^2 dt, \quad (1)$$

式中 $\varphi_{\text{res}}(t)$ 为在 $t$ 时刻变形镜控制电压为 $u$ 的残余像差。 $J_c(u)$ 的最小化过程根据波前传感器测量噪声信息和延迟的残余像差信息调整 $u$ 的大小而实现,根据Marechal定理亦即最大化光学系统光学质量评价参数斯特雷尔比的过程。在基于自动控制理论的自适应光学控制过程中,其控制方法主要考虑系统的相位空间作用能力,忽略了波前传感器、变形镜和畸变波前的时域动态性,其控制准则侧重于波前相位校正,试图使变形镜产生与 $\varphi_{\text{res}}$ 完全共轭的面形,从而达到残余像差为零的目的,但在实际情况中难以实现,甚至会破坏既有的校正效果。因此,自动控制理论下的自适应光学像差校正控制方法具有一定局限性<sup>[8]</sup>。

### 2.2 自适应光学系统离散性分析

离散信号通常可由连续信号在一定时间间隔内的均值表示。离散型残余像差 $\varphi_{\text{res}}^k$ 根据波前传感器的工作原理可定义为连续型残余像差 $\varphi_{\text{res}}(t)$ 在采样周期 $T$ 内的平均值,即

$$\varphi_{\text{res}}^k \triangleq \frac{1}{T} \int_{(k-1)T}^{kT} \|\varphi_{\text{res}}(t)\|^2 dt. \quad (2)$$

采用同样的方式定义其余离散型像差信息,如原始像差 $\varphi_{\text{org}}^k$ 和校正像差 $\varphi_{\text{cor}}^k$ ,其中 $k=1,2,3,\dots,n$ 。将连续型控制准则代价函数 $J_c(u)$ 中的 $\tau$ 替换成 $nT$ , (1)式等效于

$$J_c(u) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{T} \int_{(k-1)T}^{kT} \|\varphi_{\text{res}}(t)\|^2 dt \right), \quad (3)$$

其中 $\varphi_{\text{res}}(t)$ 在时间区域 $t \in [(k-1)T, kT]$ 内可以写成

$$\varphi_{\text{res}}(t) = \varphi_{\text{org}}(t) - \varphi_{\text{cor}}^k = \varphi_{\text{org}}(t) - \varphi_{\text{org}}^k + \varphi_{\text{org}}^k - \varphi_{\text{cor}}^k = \varphi_{\text{org}}(t) - \varphi_{\text{org}}^k + \varphi_{\text{res}}^k. \quad (4)$$

其中 $\varphi_{\text{org}}(t) - \varphi_{\text{org}}^k$ 在时间区域内的均值为零,连续型控制准则代价函数 $J_c(u)$ 可等效为

$$J_d(u) \triangleq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|\varphi_{\text{res}}^k\|^2. \quad (5)$$

由上式可知该控制准则代价函数只与离散变量有关,称之为离散型控制准则代价函数。以上分析同时也表明在离散模式下研究自适应光学系统是可行的,且在控制问题下不会丢失最优特性。

### 2.3 自适应光学系统离散模型分析

图1是状态空间模型下自适应光学系统的典型框图,为便于区分,在框图中分别采用实线和虚线表示连续信号和离散信号。

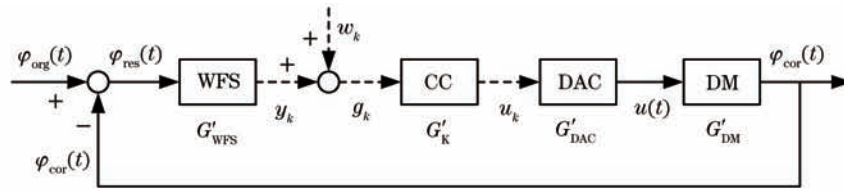


图1 状态空间模型下的自适应光学系统框图

Fig.1 Adaptive optics system block diagram of state space model

WFS是自适应光学系统闭环模型中的波前传感器模块,包含波前探测和波前计算两个环节。 $y_k \in R^{p \times 1}$ 是传感器在 $k$ 采样时刻残余波前在传递函数 $G'_{WFS}$ 映射下所对应的理想测量值,通常指探测点的波前斜率值,它与残余波前满足线性关系。

CC为控制器模块,对于给定的离散型波前斜率测量值, $G'_k$ 是离散型有限维线性时不变系统控制器,主要作用是产生离散型控制信号 $u_k \in R^{m \times 1}$ 。数模转换(DAC)环节可以看作是理想零阶保持器,主要是将离散型控制电压 $u_k$ 转化为连续型控制电压 $u(t)$ 。DM环节包括电压放大及变形镜响应,即根据 $u(t)$ 获得变形镜的校正波前 $\varphi_{cor}(t) \in R^{n \times 1}$ ,电压放大及变形镜响应的带宽远远高于自适应光学系统的带宽,传递函数 $G'_{DM}$ 通常取1。

上述环节中,控制器环节 $G'_k$ 是待确定的环节。在自动控制原理中, $G'_k$ 通常取为纯积分控制器或者比例积分(PI)控制器,控制器的增益参数应使开环系统稳定,具体条件是系统开环幅值裕量大于6 dB、相位裕量在 $30^\circ \sim 70^\circ$ 内,同时为使闭环系统达到稳定,通常要求闭环幅频特性的谐振峰值小于3 dB。

自适应光学系统的外界输入信号为人眼畸变波前 $\varphi_{org}(t)$ 和测量噪声 $w_k$ ,系统控制输入信号是变形镜控制电压 $u(t)$ ,输出信号包括波前测量值 $g_k$ 和系统性能指标残余波前 $\varphi_{res}(t)$ 。离散型自适应光学闭环系统的框图如图2所示,图中的波前控制器 $G'_k$ 便是根据测量信号 $g_k$ 计算处理得到控制信号 $u_k$ 。

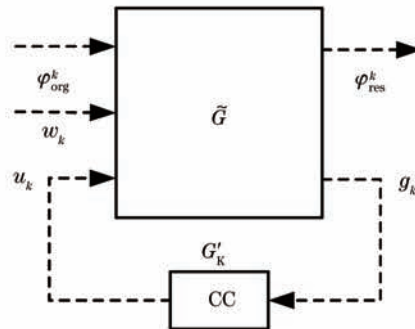


图2 离散型自适应光学系统的等效框图

Fig.2 Equivalent block diagram of the discrete adaptive optics system

## 3 基于Kalman滤波的LQG最优控制模型

### 3.1 LQG控制

LQG控制方法的目的就是在一定优化性能准则条件下设计一个最优化的随机控制器。在LQG控制模式下,通常假设自适应光学系统能由一组带有高斯噪声输入的线性微分方程控制,且它的优化控制准则是二次均值代价函数,如(5)式中的 $J_d(u)$ 。

由于自适应光学控制系统的延迟性和人眼波前像差的波动性,导致像差不能被实时校正,但如果下一采样时刻的畸变波前 $\varphi_{org}$ 能以一定精度被预知,那么延迟性对像差校正的影响可以被消除。在这一“完全信息”假设的条件下变形镜的最优控制电压为

$$u_k = -\mathbf{M}^+ \varphi_{\text{org}}^{k+1}, \quad (6)$$

式中  $\mathbf{M}^+$  是变形镜影响函数的广义逆矩阵。但是在实际应用中“完全信息”假设无意义,因此可以采用“不完全信息”假设方法进行校正控制,即将(6)式中的  $\varphi_{\text{org}}^{k+1}$  项由某一估计值替代,设为  $\hat{\varphi}_{\text{org}}^{k+1k}$ ,符号 $\hat{\cdot}$ 表示估计值。 $\hat{\varphi}_{\text{org}}^{k+1k}$  是由一组先验信息和  $k$  时刻前所有传感器测量值(记为  $\gamma_k$ )所确定的  $\varphi_{\text{org}}^{k+1}$  最小方差估计值,最优估计可以写成给定  $\gamma_k$  时的条件期望值<sup>[9]</sup>:

$$\hat{\varphi}_{\text{org}}^{k+1k} \triangleq E[\varphi_{\text{org}}^{k+1} | \gamma_k], \quad (7)$$

式中  $E[\cdot]$  表示数学期望。在工程中,这个最优预估值一般通过 Kalman 滤波器处理得到<sup>[10]</sup>,因此(6)式可进一步改写成

$$u_k = -\mathbf{M}^+ \hat{\varphi}_{\text{org}}^{k+1k}. \quad (8)$$

因此根据控制电压  $u_k$  可以使  $\|\varphi_{\text{res}}^{k+1}\|^2$  达到最小,此时的最优控制电压  $u$  同时由“完全信息”条件下确定性最优控制问题和“不完全信息”条件下随机最小方差估计问题的解决定<sup>[11]</sup>。控制准则代价函数  $J(u)$  中的残余波前  $\varphi_{\text{res}}$  方差最小化控制问题在实际工程中可以转化为标准递归的人眼波前像差  $\varphi_{\text{org}}$  最小方差预估计问题。

### 3.2 自适应光学系统状态空间模型建立

为解决人眼波前像差  $\varphi_{\text{org}}$  最小方差预估问题,首先对自适应光学系统的整个回路建立控制模型,该模型包括了系统各部分的确定性控制特征、系统测量噪声信息以及人眼波前像差的时域和空域相关性结构特征,该模型称为系统状态空间模型。

在  $k$  时刻,系统的状态向量记为  $\mathbf{x}_k$ ,当输入量已知、噪声影响忽略不计时,  $\mathbf{x}_k$  完整地反映了由当前状态计算下一时刻状态  $\mathbf{x}_{k+1}$  和系统输出量  $g_k$ 、 $\varphi_{\text{res}}^k$  所需的所有信息,状态向量的动态过程完全符合对系统输入和输出的描述。因此在线性时不变系统理论框架下,根据图 2 自适应光学离散系统的状态空间模型写成以下动态方程形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{\Gamma}\xi_k \\ g_k = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_k + w_k \\ \varphi_{\text{res}}^k = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_k \end{cases}, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{A}$  是系统矩阵,  $\mathbf{B}$  是输入矩阵,  $\mathbf{C}_1$  和  $\mathbf{C}_2$  是输出矩阵,  $\mathbf{\Gamma}$  是单位矩阵,  $\xi \in R^{n \times 1}$  是指人眼波前像差  $\varphi_{\text{org}}$  的动态变化量,属于系统的过程噪声,  $w \in R^{p \times 1}$  是系统的测量噪声,  $\xi$  和  $w$  都满足零均值高斯白噪声分布,它们的协方差矩阵分别记为  $\Sigma_\xi$  和  $\Sigma_w$ 。(9)式和(5)式定义了 LQG 控制问题。

状态向量  $\mathbf{x}$  中的变量应满足以下两个基本要求: 1) 所描述的系统状态必须包括含畸变波前像差在内的所有信息; 2) 系统优化控制准则必须是系统状态的函数。因此根据(5)式可知残余像差  $\varphi_{\text{res}}$  或者与之等效的畸变像差  $\varphi_{\text{org}}$  和控制电压  $u$  应当是状态向量中的一部分。传感器在  $k$  时刻的测量值  $g_k$  可以写成

$$g_k = \mathbf{D}\varphi_{\text{res}}^{k-1} + w_k = \mathbf{D}\varphi_{\text{org}}^{k-1} - \mathbf{D}\mathbf{M}u_{k-2} + w_k = \mathbf{D}(\mathbf{I}_d, -\mathbf{M}) \begin{pmatrix} \varphi_{\text{org}}^{k-1} \\ u_{k-2} \end{pmatrix} + w_k. \quad (10)$$

式中  $\mathbf{D}$  是 Zernike 模式复原矩阵。由上式可见,系统的状态变量中至少应含有  $\varphi_{\text{org}}^{k-1}$  和  $u_{k-2}$  两项,同时应当存储状态变量  $\varphi_{\text{org}}^k$  和  $u_{k-1}$  作为描述下一时刻  $g$  的状态变量,因此系统的状态向量  $\mathbf{x}$  定义为

$$\mathbf{x}_k = [\varphi_{\text{org}}^{(k-1)\Gamma}, \varphi_{\text{org}}^{k\Gamma}, u_{k-2}^T, u_{k-1}^T]^T. \quad (11)$$

在线性系统中,任何模型都能采用空间和时间的相关性进行描述,假设人眼波前像差的动态性近似满足线性条件,因此对于给定的波前像差,其空间相关性矩阵  $\Sigma_\phi$  可以定义为

$$\Sigma_\phi \triangleq E[\varphi_{\text{org}}^k (\varphi_{\text{org}}^k)^T]. \quad (12)$$

动态方程中描述的系统过程噪声  $\xi_k \in R^{n \times 1}$  的协方差矩阵  $\Sigma_\xi$  满足

$$\Sigma_\xi = \Sigma_\varphi - \mathbf{A}\Sigma_\varphi\mathbf{A}^T, \quad (13)$$

$\mathbf{A} \in R^{n \times n}$  是用于描述人眼像差动态特征的时间相关性矩阵,为对角矩阵,它在原则上应根据人眼波前像差模型获取。由此可见系统的过程噪声协方差模型通过空间相关性矩阵  $\Sigma_\varphi$  和时间相关性矩阵  $\mathbf{A}$  分别与人

眼波前像差动态变化的空域相关性和时域相关性同时关联。

根据以上分析,当已知  $\Sigma_\varphi$  和  $A$  时,自适应光学离散系统的随机状态空间模型就可以得到完全定义,动态方程的系数矩阵分别为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_d & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_d \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ -DM \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ I_d \\ 0 \\ -M \end{bmatrix}^T, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ I_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中  $I_d$  是对角矩阵。(5)式中的系统控制准则代价函数  $J_d(u)$  可写成

$$J_d(u) \triangleq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \|C_2 x_k\|^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k^T C_2^T C_2 x_k). \quad (15)$$

(15)式和(9)式共同定义了LQG控制问题。根据(8)式,最优控制电压  $u$  的状态反馈表达式为  $u_k = -R \hat{x}_{k+1k}$ , 其中  $R = (0, M^T, 0, 0)$ , 亦称为使代价函数  $J_d(u)$  最小的系统最优反馈增益矩阵,  $\hat{x}_{k+1k}$  是系统的状态估计。因此自适应光学像差校正的最优控制问题进一步转化为系统的状态估计问题。

### 3.3 Kalman 最优滤波器

对  $k+1$  时刻状态  $x_{k+1}$  的最小二乘估计通常根据系统  $k$  时刻前的所有观测信息(测量值)采用 Kalman 优化滤波器获得<sup>[10]</sup>。Kalman 滤波器主要是预估自适应光学系统状态向量中的人眼波前像差,而变形镜的电压控制状态可以认为是确定的,它与滤波器的算法无关。在实施过程中,当通过波前传感器获得新的观测值时, Kalman 滤波器随即更新人眼波前像差的预估值。

假设当前时刻为  $k$ , 根据人眼自适应光学系统空间状态模型,利用当前时刻状态对下一时刻系统状态的估计为

$$\hat{x}_{k+1k} = A \hat{x}'_{k|k-1} + B u_k, \quad (16)$$

其中  $\hat{x}'_{k|k-1}$  是结合初始估计值和实际观测值得到的当前状态最优化估计,即

$$\hat{x}'_{k|k-1} = \hat{x}_{k|k-1} + k_k (g_k - C_1 \hat{x}'_{k|k-1}), \quad (17)$$

式中  $g_k - C_1 \hat{x}'_{k|k-1}$  称为观测残差,反映了预估观测值与实际观测值之间的偏差,若为零则表明两者完全一致;  $k_k$  是 Kalman 滤波增益,它可以随时刻的不同而改变取值,从而使  $\hat{x}'_{k|k-1}$  与真实状态间误差的协方差达到最小。  $k_k$  的定义如下:

$$k_k = \Sigma_{k|k-1} C_1^T (C_1 \Sigma_{k|k-1} C_1^T + \Sigma_w)^{-1}, \quad (18)$$

其中  $\Sigma_{k|k-1}$  是状态向量的协方差矩阵,由以下 Riccati 矩阵方程求解得到:

$$\Sigma_{k+1k} = A [I - \Sigma_{k|k-1} C_1^T (C_1 \Sigma_{k|k-1} C_1^T + \Sigma_w)^{-1} C_1] \Sigma_{k|k-1} A^T + \Gamma \Sigma_\xi \Gamma^T. \quad (19)$$

由此可以确定 LQG 控制器中所需的所有参数和变量。将  $\hat{x}_{k+1k}$  代入控制电压  $u$  状态反馈表达式(16)式可得到当前时刻需要加载的变形镜最优控制电压,即为基于 LQG 优化控制的自适应光学波前校正控制算法。

## 4 仿真实验与分析

采用模拟仿真的实验方法考察 Kalman 滤波器预估系统状态变量  $x_k$  (特别是其中波前像差)的能力以及基于 LQG 优化控制的像差校正控制算法对动态波前的校正能力。在实验中首先连续 6 s 采集一组(120 幅)受试者吴卫明的哈特曼-夏克(H-S)光斑图作为动态波前的离散样本,重建其波前、计算各项像差信息作为动态波前的理论参数。图 3 是人眼像差采集所用的实验系统原理图,系统的核心是自适应光学系统,同时还包括像差测量激光信标光源、孔径匹配系统、视度补偿器等部分。像差测量时变形镜不工作,起平面镜作用,开启激光信标点光源,其出射光经过反射镜等入射人眼,在视网膜反射后出射,带有人眼像差信息的波前进入光路后,经过视度补偿、孔径匹配 1、变形镜表面反射,再经孔径匹配 2 进入 H-S 波前传感器,传感器将捕获的像差信息经控制计算机处理后,得到人眼像差的测量信息。

假设系统的测量噪声  $w$  满足  $N(0, 0.01)$  分布,得到协方差矩阵  $\Sigma_w$ ; 波前的空间相关性矩阵  $\Sigma_\varphi$  设为各波前样本的均值,即  $\Sigma_\varphi = E(\Sigma_\varphi^k)$ ; 记  $a_i$  为时间相关性矩阵  $A$  的对角线元素,近似满足在区间

$[0.9 + 0.01r, 1.1 - 0.01r]$  内均匀分布, 其中  $r$  是 Zernike 模式的阶数。因此, 系统的过程噪声协方差矩阵  $\Sigma_e$  可根据(13)式得到确定。根据以上参数信息采用基于 LQG 优化控制的自适应光学波前校正控制算法对动态波前样本进行模拟校正实验。图 4(a) 是离焦项 Zernike 像差动态预估值与真实参考值的对比结果, 虽然不完全一致, 但大致趋势基本一致, 且从其数值大小来看, 它与真实值之间的偏差也在误差允许范围之内, 对于其他各项 Zernike 像差, 也具有相似的动态预估效果; 图 4(b) 是对样本中动态波前像差的校正效果, 其中 RMS 表示均方根值, 残余像差结果的不稳定因素主要与 Kalman 滤波器的预估精度有关。

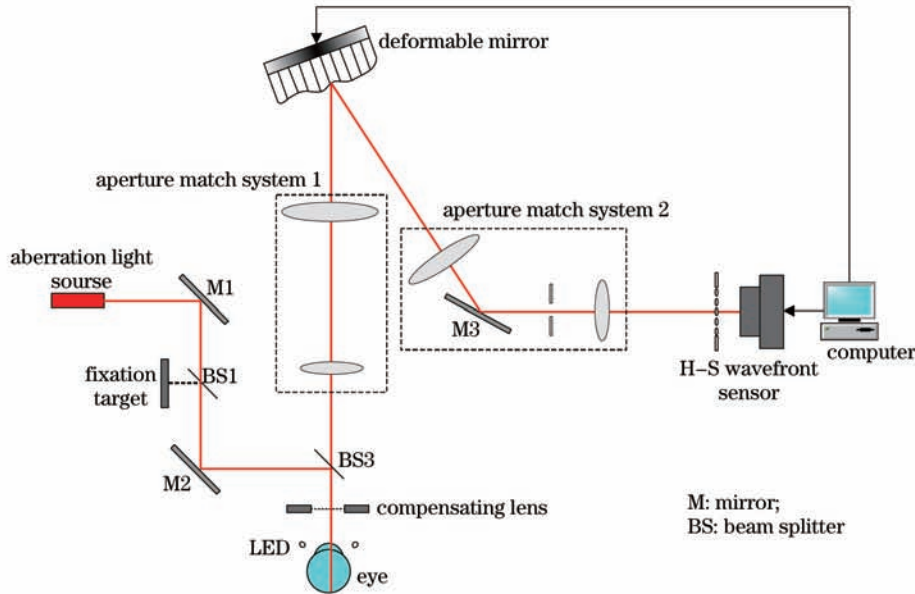


图3 人眼自适应光学系统实验装置原理图

Fig.3 Principle diagram of the human eye adaptive optics system experimental setup

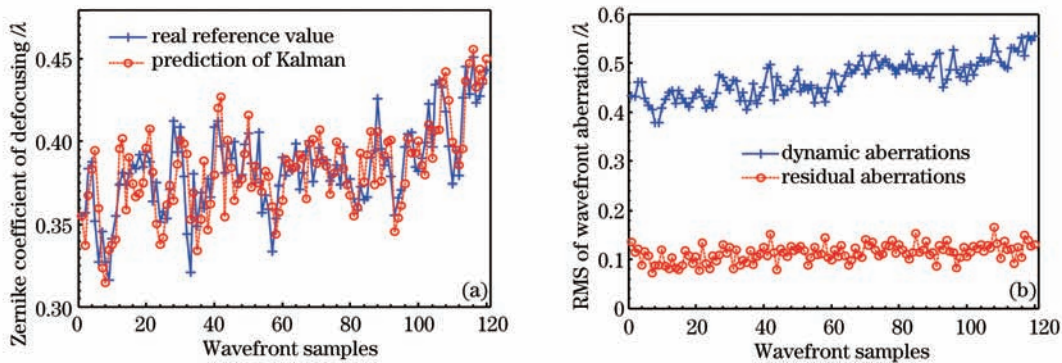


图4 LQG 控制器下的动态像差模拟校正实验结果。(a)离焦项像差预估结果对比; (b)波前像差校正结果

Fig.4 Dynamic aberration correction simulation experimental results of LQG controller. (a) Comparison of forecast results on defocusing aberrations; (b) results of wavefront aberration correction

从以上仿真结果可知, LQG 控制下的像差校正控制算法对动态像差具有有效的校正能力, 至于校正过程中 Kalman 预估结果与真实值之间的偏差, 主要与控制器中预设的时间相关性矩阵  $A$  的精度有关。在理论上,  $A$  应根据准确的人眼波前像差模型确定, 但在目前的人眼像差领域内由于活体人眼的个性差异, 尚未提出完善的人眼波前像差模型, 因此, 基于 LQG 控制下的像差校正控制算法在活体人眼的像差校正应用中还有一定的局限性。

## 5 结 论

自适应光学控制器及其波前校正控制算法是成像系统进行像差校正、成像的核心环节, 控制算法的优劣将直接影响成像系统的工作性能。本文在现代控制理论下研究了像差校正优化控制问题, 首先建立了基于状态空间分析的自适应光学状态空间模型, 在此基础上建立基于 Kalman 滤波的 LQG 优化控制模型, 并给

出了基于LQG优化控制的像差校正控制算法,前瞻性地研究了LQG优化控制模型在人眼像差校正中应用的可行性。通过仿真实验验证了该算法对动态波前像差校正的可行性和有效性。

### 参考文献

- 1 Yan Zhaojun, Li Xinyang, Rao Changhui. Multi-channel adaptive control algorithm for closed-loop adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0301002.  
颜召军, 李新阳, 饶长辉. 自适应光学闭环系统实时多路自适应控制算法[J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0301002.
- 2 Cheng Shaoyuan, Cao Zhaoliang, Hu Lifa, *et al.*. Design of LC adaptive optics system for human retinal imaging operated on open-loop and two-wavelength mode [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(2): 021101.  
程少园, 曹召良, 胡立发, 等. 开环双波段人眼视网膜成像液晶自适应光学系统设计[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(2): 021101.
- 3 Li Bangming, Liao Wenhe, Shen Jianxin, *et al.*. Wavefront control algorithm research on micromachined membrane deformable mirror in the human eye aberration correction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(4): 917-921.  
李邦明, 廖文和, 沈建新, 等. 微机械薄膜变形镜在人眼像差校正中的波前控制算法研[J]. *光学学报*, 2010, 30(4): 917-921.
- 4 Ling Ning, Zhang Yudong, Rao Xuejun, *et al.*. A small adaptive optical imaging system for cells of living human retina [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(9): 1153-1158.  
凌宁, 张雨东, 饶学军, 等. 用于活体人眼视网膜观察的自适应光学成像系统[J]. *光学学报*, 2004, 24(9): 1153-1158.
- 5 Correia C, Raynaud H F, Kulcsar C, *et al.*. Minimum-variance control for astronomical adaptive optics with resonant deformable mirrors [J]. *European J Control*, 2011, 17(3): 222-236.
- 6 Looze D P. Linear-quadratic-Gaussian control for adaptive optics systems using a hybrid model [J]. *J Opt Soc Am A*, 2009, 26(1): 1-9.
- 7 Kulcar C, Raynaud H F, Petit C, *et al.*. Optimal control, observers and integrators in adaptive optics [J]. *Opt Express*, 2006, 14(17): 7464-7476.
- 8 Looze D P. Discrete-time model for an adaptive optics system with input delay [J]. *International J Control*, 2010, 83(6): 1217-1231.
- 9 Sorenson H W. Least-squares estimation: from Gauss to Kalman [J]. *IEEE Spectrum*, 1970, 7(7): 63-68.
- 10 Bar-Shalom Y, Tse E. Dual effect, certainty equivalence and separation in stochastic control [J]. *IEEE Trans Automat Contr*, 1974, 19(5): 494-500.
- 11 Pandall R N, Anderson D J. Linear quadratic Gaussian control of a deformable mirror adaptive optics system with time-delayed measurements [J]. *Appl Opt*, 1993, 32(31): 6347-6358.