

# 数字成像时间平均全息振动分析

盛 伟 李季平

南京航空航天大学理学院, 江苏 南京 210000

**摘要** 提出用时间平均数字全息与数字成像相结合的技术测量物体的振幅场,在时间平均数字全息光路中引入成像透镜,使时间平均数字全息技术适用于大尺寸物体的振动分析。阐述了该技术的基本理论,设计了测量光路,并用圆形压电陶瓷片作了实验验证。实验结果表明,在相同条件下,使用数字成像时间平均全息技术记录和再现的数字全息干涉图与使用传统的时间平均全息干涉计量技术记录和再现的全息干涉图相吻合,比较两者的振幅计算结果误差很小。

**关键词** 全息;数字成像时间平均全息;数字全息干涉计量;振动分析

**中图分类号** O438.1; TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.040902

## A Vibration Analysis by Digital Imaging Time-Average Holography

Sheng Wei Li Jiping

College of Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210000, China

**Abstract** Technique of combining time-average digital holography with digital imaging to measure the amplitude field of object is proposed, the imaging lens is introduced into the optical system of time-average digital holography, and the vibration of large objects can be analyzed by time-average digital holographic technique. The basic theory of this technique is described, the related optical system is designed, and the results are verified by experiments with the help of a round piezoelectric ceramic piece. These experiments show that the digital holographic interferogram recorded and reconstructed by digital imaging time-average holographic technique agree well with that recorded and reconstructed by traditional time-average holographic interferometry under identical condition. Error of amplitudes of both obtained by calculating through comparisons is very small.

**Key words** holography; digital imaging time-average holography; digital holographic interferometry; vibration analysis

**OCIS codes** 090.1995; 110.1650; 120.7280

## 1 引言

数字全息技术有着广泛的应用领域,就力学和机械领域而言,它可用于测量物体的位移<sup>[1]</sup>、形变<sup>[2]</sup>、应力和振动等物理量。机械振动的数字全息干涉测量是数字全息应用的一个重要分支,在生产和科研,特别是在航空航天等一些特殊领域中具有重要意义,并有着广泛的应用前景。但是,目前国内外在这方面的研究很少,涉及的测量方法研究更少,而传统全息干涉测振的研究仍居多<sup>[3-4]</sup>。由于传统光学全息技术存在着记录介质要进行显影定影湿处理的问题,要使其能在航空航天特殊领域得到更广泛的应用是不可能的。研究者试图发展更为先进的相关测量技术,以解决这类问题。本文在深入研究和总结国内外数字全息研究进展<sup>[5-9]</sup>和传统激光全息干涉法测振的前提下,提出了用数字时间平均全息与数字成像相结合的技术测量物体振幅场,以提高测振的效率和性能,克服 CCD 只能记录小物体和传统全息需要湿处理的问题,并可对大尺寸物体进行数字全息测振。研究工作通过实验验证,取得了较满意的结果。

收稿日期: 2013-10-29; 收到修改稿日期: 2013-11-07; 网络出版日期: 2014-03-28

基金项目: 南京航空航天大学青年科技创新基金(NS2010191)

作者简介: 盛 伟(1986—),男,硕士研究生,主要从事数字全息技术方面的研究。E-mail: shengwei\_1986@163.com

导师简介: 李季平(1969—),女,博士,副教授,主要从事测试计量技术及仪器,光电检测技术等方面的研究。

E-mail: ljping1229@nuaa.edu.cn

## 2 数字成像时间平均全息振动分析

### 2.1 数字成像时间平均全息图的记录

数字成像时间平均全息记录光路的示意图如图 1 所示。被记录的振动物体是一块周边固支的圆形薄板。设物体静止时经平面光波照明后的物函数为  $U_o(\xi, \eta, t_0)$ , 透镜所成物像的像函数为  $U_i(u_i, v_i, t_0)$ , CCD 传感器放置在与物像相距为  $d$  的位置上, 并接受物像传播的光场。

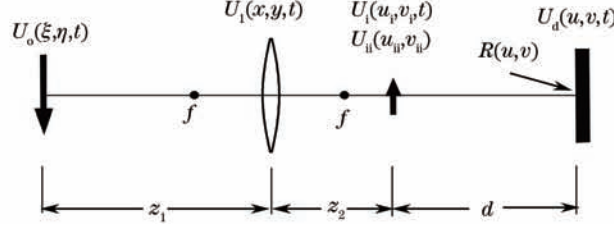


图 1 数字成像时间平均全息图记录原理图

Fig.1 Schematic diagram of digital imaging time-average hologram recording

物函数  $U_o(\xi, \eta, t_0)$  投射到透镜前表面时的分布为

$$U_1(x, y, t_0) = \frac{\exp(jkz_1)}{j\lambda z_1} \iint U_o(\xi, \eta, t_0) \exp\left\{j\frac{k}{2z_1}[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta, \quad (1)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为激光波长。若不考虑透镜孔径影响, 通过焦距为  $f$  的透镜后, 场分布为<sup>[10]</sup>

$$U_1'(x, y, t_0) = U_1(x, y, t_0) \exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right], \quad (2)$$

该光场继续向右传播  $Z_2$  的距离后, 形成的光场为

$$U_i(u_i, v_i, t_0) = \frac{\exp(jkz_2)}{j\lambda z_2} \iint U_1'(x, y, t_0) \exp\left\{j\frac{k}{2z_2}[(u_i-x)^2 + (v_i-y)^2]\right\} dx dy, \quad (3)$$

合并(1)~(3)式, 得到静态物体的像函数  $U_i(u_i, v_i, t_0)$  的表达式如下

$$U_i(u_i, v_i, t_0) = \iint h(u_i, v_i; \xi, \eta) U_o(\xi, \eta, t_0) d\xi d\eta, \quad (4)$$

其中

$$h(u_i, v_i; \xi, \eta) = -\frac{\exp[jk(z_1 + z_2)]}{\lambda^2 z_1 z_2} \exp\left[j\frac{k}{2z_1}(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[j\frac{k}{2z_2}(u_i^2 + v_i^2)\right] \times \iint \exp\left\{j\frac{k}{2}\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} - \frac{1}{f}\right)(x^2 + y^2)\right\} \times \exp\left\{-jk\left[\left(\frac{\xi}{z_1} + \frac{u_i}{z_2}\right)x + \left(\frac{\eta}{z_1} + \frac{v_i}{z_2}\right)y\right]\right\} dx dy. \quad (5)$$

忽略常相位因子  $\exp[jk(z_1 + z_2)]$ , 令  $M = -z_2/z_1$ , 并考虑到  $1/z_1 + 1/z_2 = 1/f$ , 则(5)式可简化为

$$h(u_i, v_i; \xi, \eta) = -\frac{1}{\lambda^2 z_1 z_2} \exp\left[j\frac{k}{2z_1}(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[j\frac{k}{2z_2}(u_i^2 + v_i^2)\right] \times \iint \exp\left\{-j2\pi\left[\left(\frac{\xi}{\lambda z_1} - \frac{u_i}{\lambda z_1 M}\right)x + \left(\frac{\eta}{\lambda z_1} - \frac{v_i}{\lambda z_1 M}\right)y\right]\right\} dx dy = \frac{1}{M} \exp\left[j\frac{k}{2z_1}(\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[j\frac{k}{2z_2}(u_i^2 + v_i^2)\right] \delta\left[\xi - \frac{u_i}{M}, \eta - \frac{v_i}{M}\right]. \quad (6)$$

物体在其平衡位置作正弦微振动, 物函数上任意点  $P(\xi, \eta)$  因振动引入的相位差为

$$\Delta\varphi(\xi, \eta, t) = kA(\xi, \eta)(\sin\omega t)(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2), \quad (7)$$

式中  $A(\xi, \eta)$  是物体上  $P(\xi, \eta)$  点的振幅;  $\omega$  是振动频率;  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别为照明矢量、观察矢量与物面法线的夹角。因此, 任意时刻物体像的光场分布为

$$U_i(u_i, v_i, t) = \iint h(u_i, v_i; \xi, \eta) U_o(\xi, \eta, t) d\xi d\eta, \quad (8)$$

式中  $U_o(\xi, \eta, t) = U_o(\xi, \eta, t_0) \exp[jkA(\xi, \eta)(\sin\omega t)(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)]$ 。将(6)式代入(8)式中, 得到振动物体的实时像函数为

$$U_i(u_i, v_i, t) = \frac{1}{M} \exp\left[-j \frac{k}{2Mf} (u_i^2 + v_i^2)\right] U_o\left(\frac{u_i}{M}, \frac{v_i}{M}, t_0\right) \exp[jZ_i \sin(\omega t)], \quad (9)$$

式中  $Z_i = kA \left(\frac{u_i}{M}, \frac{v_i}{M}\right) (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$ 。(9)式显示,成像透镜的引入对物像的大小具有缩放作用,但对于一组对应的物像点而言,因振动引起的相位差却是等值传递的。若物体的像与 CCD 光敏面的距离  $d$  满足菲涅耳近似,则任意时刻 CCD 平面上的物光场为

$$U_d(u, v, t) = \frac{\exp(j\lambda d)}{j\lambda d} \iint U_i(u_i, v_i, t) \exp\left\{j \frac{k}{2d} [(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2]\right\} du_i dv_i, \quad (10)$$

令  $U(u, v) = \frac{\exp(jkd)}{j\lambda dM} \exp\left[-j \frac{k}{2Mf} (u^2 + v^2)\right] \exp\left\{j \frac{k}{2d} [(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2]\right\} U_o\left(\frac{u_i}{M}, \frac{v_i}{M}, t_0\right)$ , 则

$$U_d(u, v, t) = \iint U(u, v) \exp[jZ_i \sin(\omega t)] du_i dv_i, \quad (11)$$

设参考光为平面波,其在 CCD 光敏面上的光场分布为

$$R(u, v) = R_0 \exp\{j[\varphi_r(u, v)]\}, \quad (12)$$

将物光与参考光相加,并作模的平方运算,则得 CCD 光敏面上的实时光强分布为

$$I(u, v, t) = |U_d(u, v, t)|^2 + |R(u, v)|^2 + U_d(u, v, t) R^*(u, v) + U_d^*(u, v, t) R(u, v), \quad (13)$$

因 CCD 光敏面的曝光过程是一个在曝光时间  $T$  范围内对  $I(u, v, t)$  进行积分求平均值的过程,故当振动周期  $T_0 \ll T$  时, CCD 光敏面上实际的光强分布为

$$I(u, v) = \frac{1}{T} \int_0^T I(u, v, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_0} I(u, v, t) dt, \quad (14)$$

在分析时,只考虑式(13)中的第3项:虚像  $U_d(u, v, t) R^*(u, v)$ ,基于此,利用(14)式可得 CCD 光敏面上的光强分布为

$$I_3(u, v) = \frac{1}{T} \int_0^{T_0} U_d(u, v, t) R^*(u, v) dt = R^*(u, v) \iint U(u, v) \left[ \frac{1}{T} \int_0^{T_0} \exp(jZ_i \sin \omega t) dt \right] du_i dv_i = R^*(u, v) \iint U(u, v) J_0(Z_i) du_i dv_i, \quad (15)$$

式中  $Z_i$  是贝塞尔函数的宗量,  $J_0(Z_i) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \exp(jZ_i \sin \omega t) dt$  为第一类零阶贝塞尔函数。(15)式即为 CCD 实际记录的对应物像的全息图。

## 2.2 数字成像时间平均全息干涉图的再现与振幅场分析

数字成像时间平均全息干涉图的再现就是用原参考光照射(15)式表示的全息图,由此得到再现像的数学表达式为

$$U_{ii}(u_{ii}, v_{ii}) = \frac{\exp(-j\lambda d)}{-j\lambda d} \iint [R(u, v) I_3(u, v)] \exp\left\{j \frac{k}{2(-d)} [(u_{ii} - u)^2 + (v_{ii} - v)^2]\right\} du dv, \quad (16)$$

式中的再现距离为  $-d$ 。若将(15)式代入(16)式,则可得再现像的光场分布函数为

$$U_{ii}(u_{ii}, v_{ii}) = \frac{R_0^2}{\lambda^2 d^2 M} \iint \exp\left[-j \frac{k}{2Mf} (u_i^2 + v_i^2)\right] U_o\left(\frac{u_i}{M}, \frac{v_i}{M}, t_0\right) J_0(Z_i) \times \left\{ \iint \exp j \frac{k}{2d} [(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2] \exp j \frac{k}{2(-d)} [(u_{ii} - u)^2 + (v_{ii} - v)^2] du dv \right\} du_i dv_i, \quad (17)$$

上式可整理为

$$U_{ii}(u_{ii}, v_{ii}) = \frac{R_0^2}{M} \exp\left[-j \frac{k}{2Mf} (u_{ii}^2 + v_{ii}^2)\right] U_o\left(\frac{u_{ii}}{M}, \frac{v_{ii}}{M}, t_0\right) J_0(Z_{ii}), \quad (18)$$

其中

$$Z_{ii} = kA \left(\frac{u_{ii}}{M}, \frac{v_{ii}}{M}\right) (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2). \quad (19)$$

再现像光强分布函数为

$$I_{ii}(u_{ii}, v_{ii}) = |U_{ii}(u_{ii}, v_{ii})|^2 \propto \left| U_o \left( \frac{u_{ii}}{M}, \frac{v_{ii}}{M}, t_0 \right) \right|^2 J_0^2(Z_{ii}), \quad (20)$$

(20)式就是数字成像时间平均全息干涉图的数学描述。通过分析该数字全息干涉图的干涉条纹分布,并利用(19)式,就可定量测定物体的振幅场。

### 3 讨 论

数字成像时间平均全息图实际记录光路如图2所示。氦氖激光器La功率为5 mW,TEM00单横模。其输出的激光束被分光镜BS<sub>1</sub>分成两束。一束经分光镜BS<sub>1</sub>和全反镜M<sub>2</sub>的反射,又经准直系统的准直而变成平行光,经全反镜M<sub>3</sub>和分光棱镜BS<sub>3</sub>分光面的反射抵达CMOS光敏面,成为参考光。另一束激光透过分光镜BS<sub>1</sub>后,被全反镜M<sub>1</sub>反射后经准直系统变成平行光,到达分光棱镜并被其分光面反射到物体上,物体反射的光通过成像透镜L<sub>2</sub>形成缩小的像,物像散射光照射到CMOS上,此为物光,它与参考光相干涉,形成数字全息图,经CMOS曝光记录后存储在计算机PC内。在安排光路时,照明矢量、观察矢量与物面法线的夹角 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 均设置为零。CMOS摄像头的像素尺寸为 $4.2 \mu\text{m} \times 4.2 \mu\text{m}$ ,像素点为 $1200 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$ ,采样频率为10 frame/s。实际被记录物体W是一块圆周固支的圆形压电陶瓷片,受检面直径25 mm,厚度0.2mm,物体W与物像到CMOS的距离分别为800 mm和252 mm。成像透镜的焦距为80 mm,与CMOS相距350 mm,成像缩小倍率为4.6倍。用YXY-3P型音频信号发生器馈电激振。

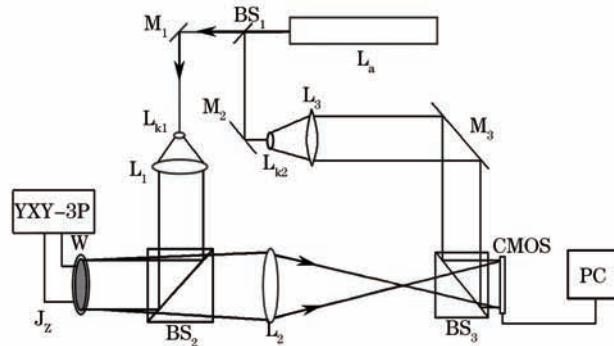


图2 实际光路

Fig.2 Actual optical setup

在做数字成像时间平均全息干涉计量实验时,用图2所示光路记录了试件在基频(2690 Hz)谐振下的数字成像时间平均全息图,其再现的数字成像时间平均全息干涉图如图3(a)所示。为了验证数字成像时间平均全息测振技术及其理论的正确性,用传统的时间平均全息技术对同一试件在相同的激振和记录条件下,拍摄了同一谐振基频下的传统时间平均全息图,其再现像见图3(b)。在拍摄传统时间平均全息图的光路中,移除了成像透镜L<sub>2</sub>,并用全息干板替代了CMOS数字摄像头。借助于上面叙述的理论对图3所示的试件的数字成像和传统的时间平均全息干涉图进行了定量分析。两个干涉图上同一被检测点的坐标为 $x=10.0 \text{ mm}$  (OX轴通过圆形压电陶瓷片中心),判读得到的干涉条纹数分别为4.704和4.698,用(19)式计算得到的振幅分别为 $0.705 \mu\text{m}$ 和 $0.704 \mu\text{m}$ ,两者的误差仅为0.14%。

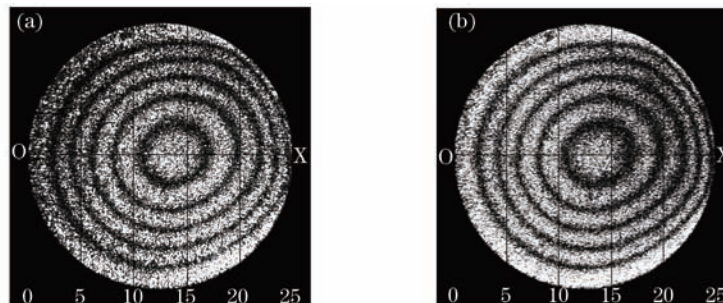


图3 基频振型(a)数字成像时间平均全息干涉图;(b)传统时间平均全息干涉图

Fig.3 Fundamental modes. (a) Digital imaging time-average holographic interferogram; (b) traditional time-average holographic interferogram

实验中还记录了图4所示的高阶振型图(谐振频率5380 Hz),判读得到的干涉条纹数分别为3.635和3.663,用(19)式计算得到的振幅分别为0.586  $\mu\text{m}$ 和0.588  $\mu\text{m}$ ,两者的误差为0.34%,结果同样吻合得很好。由此可见,本文提出的数字成像时间平均全息振动分析技术及其基于的理论是正确的。

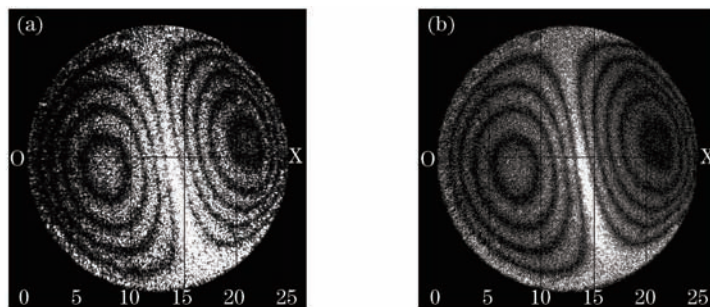


图4 高阶振型(a)数字成像时间平均全息干涉图;(b)传统光学时间平均全息干涉图

Fig.4 Higher modes. (a) Digital imaging time-average holographic interferogram ; (b) traditional time-average holographic interferogram

在验证实验中,根据同一试件在相同条件下记录的两种时间平均全息干涉图计算得到的同一测点的振幅之间的误差是由试件激振力、观察角、照明角、条纹判读误差以及量具的测量误差和仪器误差所造成。其中因两种时间平均全息干涉图存在大量的散斑,降低了干涉图的条纹对比度,从而使干涉条纹级数的判读误差对振幅测量精度的影响最大。

要说明的是,试件压电陶瓷片是一块边缘薄中心稍厚的圆薄板,背面有一个不在中心的焊点。从图3和图4所示照片可见,由于焊点的影响,条纹分布不对称。这些现象与试件的实际情况相吻合,但并不影响测量技术和理论正确性的验证。

## 4 结 论

数字成像时间平均全息振动分析技术对传统的全息干涉计量技术而言是一个技术进步,是一种很实用的测量技术。它的显著特点是摆脱了普通全息测振技术需要的湿处理限制,更有利于全息振型图的记录、处理、数据信息的存储和传输,并可对大尺寸物体进行数字全息振动测量。

## 参 考 文 献

- 1 Pan Feng, Xiao Wen. Speckle noise reduction in digital holography by slightly shifting object[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(s1): s109001.  
潘 锋,肖 文.一种基于物体微位移的数字全息散斑噪声抑制方法[J].中国激光,2011,38(s1): s109001.
- 2 Zhou Wenjing, Peng Jiao, Yu Yingjie. Deformation measurement via digital holography[J]. Optics and Precision Engineering, 2005, 13(z1): 46-51.  
周文静,彭 娇,于瀛洁.基于数字全息技术的变形测量[J].光学精密工程,2005,13(z1): 46-51.
- 3 Cai Yunliang, Guan Yaoxing. A vibration analysis by auxiliary-mirror holography[J]. Chinese J Lasers, 1996, 23(2): 171-176.  
蔡云良,管尧兴.辅镜全息振动分析[J].中国激光,1996,23(2): 171-176.
- 4 Li Jiping, Cai Yunliang. Measurement of displacement direction by using reference-object holographic method[J]. Laser Journal, 2002, 23(3): 41-43.  
李季平,蔡云良.用参考物体全息法测量位移矢量方向[J].激光杂志,2002,23(3): 41-43.
- 5 A Asundi, V R Singh. Amplitude and phase analysis in digital dynamic holography[J]. Opt Lett, 2006, 31(16): 2420-2422.
- 6 Dan N Borza. Mechanical vibration measurement by high-resolution time-averaged digital holography[J]. Measurement Science and Technology, 2005, 16(9): 1853-1864.
- 7 A Asundi, V R Singh. Time-averaged in-line digital holographic interferometry for vibration analysis[J]. Appl Opt, 2006, 45(11): 2391-2395.
- 8 Qian Xiaofan, Wang Zhanliang, Zhang Haitao, et al.. Vibration amplitude distribution measurement using phase of reconstructed wave in time-average digital holography[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(3): 523-528.  
钱晓凡,王占亮,张海涛,等.基于相位分析的时间平均数字全息测振研究[J].光子学报,2010,39(3): 523-528.
- 9 Ma Lihong, Wang Hui, Jin Hongzhen, et al.. Experimental study on quantitative phase imaging by digital holographic microscopy[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(3): 0309002.  
马利红,王 辉,金洪震,等.数字全息显微定量相位成像的实验研究[J].中国激光,2012,39(3): 0309002.
- 10 Joseph W Goodman. Introduction to Fourier Optics Third Edition[M]. Qin Kecheng, Liu Peisen, Chen Jiabi, et al. Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011. 70-73.  
Joseph W Goodman. 傅里叶光学导论(第3版)[M].秦克诚,刘培森,陈家璧,等译.北京:电子工业出版社,2011.70-73.