

# 多三维物体菲涅耳变换数字实现方法

陈家祯 郑子华 连桂仁

福建师范大学数学与计算机学院, 福建 福州 350007

**摘要** 提出一种在同一张全息图上记录多个三维物体菲涅耳衍射分布的数字化编解码方法。首先利用一次快速傅里叶变换算法计算三维物体全息面上的物光波复振幅分布;然后对物光波数据预处理以克服频谱面上各三维物体数字频谱的混叠问题;最后控制不同的载频系数制作计算全息干涉图。数字再现通过在全息图数字频谱面的特定位置提取有效频谱分量,再计算离散菲涅耳逆变换的方法实现各原始三维物体的数字重建。仿真实验结果表明所提出的方法实现了不同制作参数的多个三维物体的同时记录,并且具有良好的数字再现质量,全息图制作参数如波长、再现距离、载频系数还可作为密钥,实现多个三维物体的加密存储。

**关键词** 全息;信息光学;菲涅耳计算全息;傅里叶变换;频谱分离;数字再现

**中图分类号** O438.1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/LOP51.040901

## Digital Realization Method for Fresnel Transform of Multiple Three-Dimensional Objects

Chen Jiazhen Zheng Zihua Lian Guiren

School of Mathematics and Computer Science, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China

**Abstract** A digital coding and decoding method on recoding Fresnel diffraction distribution of multiple three-dimensional (3D) objects in the same hologram is discussed. Firstly, fast Fourier transform algorithm is used to calculate the complex amplitude distribution of the three-dimensional objects in the holographic plane, and then the object wave data are preprocessed to avoid digital spectrum aliasing, and finally different carrier frequency coefficients are controlled to produce interference hologram. The method of digital reconstruction is based on extracting effective spectral components in the digital spectrum hologram and then calculating discrete Fresnel inverse transform to rebuild the original three-dimensional objects. The simulation results show that the proposed method can record multiple three-dimensional objects with different production parameters at the same time and has good reproduction quality. The hologram production parameters such as wavelength, reproduction distance, carrier frequency coefficients can also serve as a key to realize encryption storage for multiple three-dimensional objects.

**Key words** holography; information optics; Fresnel computer-generated hologram; Fourier transform; separation of frequency spectrum; digital reconstruction

**OCIS codes** 090.1760; 070.2025; 200.3050

## 1 引言

激光的出现使全息技术研究进入一个新的发展阶段,而新型记录和显示手段以及计算机技术、数字信号处理技术的广泛应用又促使全息术从最早的光学全息发展出计算全息、数字全息等学科分支。全息术利用全息图保存原始物光波的全部信息,从全息图记录和再现的角度可分为光学记录、数字记录、光学再现和数字再现,目前这几种方法相互交叉融合,应用于全息光学元件、干涉测量、三维(3D)显示、信息加密等不同场合。在全息术的多媒体信息安全领域应用中,虚拟光学理论和方法及数字记录、数字再现的全息图在数字水印、信息隐藏、图像加密等方面获得广泛应用并表现出良好的安全性和稳健性<sup>[1-3]</sup>。以数字图像方式存

收稿日期: 2013-10-23; 收到修改稿日期: 2013-11-13; 网络出版日期: 2014-03-25

基金项目: 福建省教育厅B类项目(JB11020)

作者简介: 陈家祯(1971—),女,硕士,副教授,主要从事信号与信息处理及电子设计自动化等方面的研究。

E-mail: jiazhen\_chen@fjnu.edu.cn

在全息图在数据存储、传输、加密安全、滤波等方面比传统全息图更加灵活方便,更易于扩展新的应用领域。研究全息图数字记录与数字再现之间的编解码方法对于将虚拟光学信息安全理论和方法进一步扩展到多媒体信息安全领域及移植到数字芯片如数字信号处理器(DSP)、现场可编程门阵列(FPGA)具有积极作用。作为原始信息的一种记录载体,为了扩大全息图的记录容量,节约存储空间和传输带宽及保存方便,本文结合菲涅耳计算全息(CGHI)<sup>[4-5]</sup>和数字信号处理方法,提出一种将多个三维物体记录在同一张全息图上进行数字化编解码的方法。数字编码过程包括离散菲涅耳变换、数据预处理、参考光调制以及全息图叠加等处理;数字再现包括三维物体频谱位置的确定、窗函数滤波提取有效频谱以及通过离散菲涅耳逆变换实现原始三维物体各截面信息的数字重建。与文献[5]所采用的正弦光栅调制方法相比,本文算法中的计算全息图保留了原始三维物体的所有频谱分量信息,避免了高频分量丢失对再现像质量的影响,并且通过编码参数的控制可以做到多个三维物体频谱不混叠,频谱位置可精确确定,从而具有更高的数字再现质量。

## 2 三维物体菲涅耳变换理论模型

菲涅耳全息直接记录物光波本身,当三维物体与全息面的距离满足菲涅耳衍射条件时,全息记录面处的物光波分布为菲涅耳衍射分布,其记录光路如图1所示。

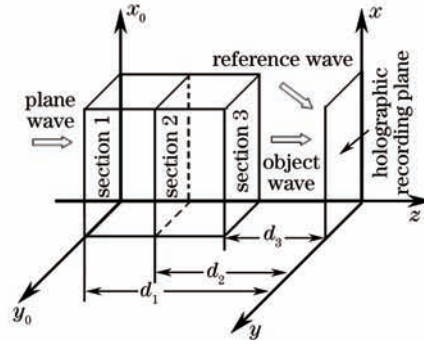


图1 全息记录光路

Fig.1 Optical recording scheme of hologram

对满足 Born 近似法中物体特性的理想三维物体,可以看作是由一系列相互平行的截面组成。第  $i$  个截面的物光波复振幅分布  $f_i(x_0, y_0)$  经过距离  $d_i$  衍射到全息面的复振幅分布  $o_i(x, y)$  可表示为

$$o_i(x, y) = \frac{\exp(jkd_i)}{j\lambda d_i} \exp\left[\frac{jk}{2d_i}(x^2 + y^2)\right] \times \iint \left\{ f_i(x_0, y_0) \exp\left[\frac{jk}{2d_i}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-j2\pi\left(x_0 \frac{x}{\lambda d_i} + y_0 \frac{y}{\lambda d_i}\right)\right] \right\} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

式中  $\lambda$  表示波长,  $k = 2\pi/\lambda$ 。

三维物体菲涅耳变换指利用计算全息的方法记录三维物体的菲涅耳衍射分布,用菲涅耳计算全息图作为三维物体的记录载体,并能从该全息图用数字方法再现原始三维物体,即三维物体  $\leftrightarrow$  菲涅耳计算全息图。通过正变换计算产生计算全息图建立在离散物光波的基础上,各截面物光波经衍射到达全息面的复振幅分布可用快速傅里叶变换(FFT)计算<sup>[6]</sup>:

$$o_i(p\Delta x, q\Delta y) = \frac{\exp(jkd_i)}{j\lambda d_i} \exp\left\{\frac{jk}{2d_i}[(p\Delta x)^2 + (q\Delta y)^2]\right\} \times \mathcal{F} \left\{ f_i(m, n) \exp\left\{\frac{jk}{2d_i}[(m\Delta x_0)^2 + (n\Delta y_0)^2]\right\} \right\}, \quad (2)$$

$$p, m = 0 \sim M-1, \quad q, n = 0 \sim N-1,$$

式中  $\Delta x_0 = \frac{\Delta x}{M}$ ,  $\Delta y_0 = \frac{\Delta y}{N}$  表示物平面取样间隔;  $M, N$  为取样数,  $m, n$  表示取样点序号;  $\Delta x, \Delta y$  为离散傅里叶变换后对应的空域取样间隔,  $p, q$  为其取样点序号。根据 Shannon 采样定理,  $\Delta x = \frac{\lambda d_i}{M\Delta x_0}$ ,  $\Delta y = \frac{\lambda d_i}{N\Delta y_0}$ 。

全息平面上的物光波复振幅分布是三维物体各截面衍射光波的叠加,可表示为  $O(p\Delta x, q\Delta y) = \sum_{i=1}^{N_s} o_i(p\Delta x, q\Delta y)$ , 此处  $N_s$  代表截面个数。全息面上的光强分布是物光波与参考光波相干涉的结果,离散光强可表示为

$$I(p\Delta x, q\Delta y) = |O(p\Delta x, q\Delta y) + R(p\Delta x, q\Delta y)|^2 = |O(p\Delta x, q\Delta y)|^2 + R_0^2 + O(p\Delta x, q\Delta y)R^*(p\Delta x, q\Delta y) + O^*(p\Delta x, q\Delta y)R(p\Delta x, q\Delta y), \quad p = 0 \sim M-1, \quad q = 0 \sim N-1, \quad (3)$$

式中  $R(p\Delta x, q\Delta y)$  是参考光  $R(x, y) = R_0 \exp[j2\pi(\alpha x + \beta y)]$  的离散形式。

### 3 多三维物体计算全息图编码方法

根据(3)式加入参考光干涉记录,全息图的频谱面将包含零级像、原始像和共轭像频谱分量,直接计算  $M \times N$  点快速傅里叶变换将得到一个周期内的这些分量的数字频谱并存在混叠现象<sup>[7-8]</sup>,为了能够区分记录在同一张全息图上的多个三维物体并保留所有频谱分量以实现清晰的数字再现,通过对数字频谱特点的分析,采用对全息面上三维物体的离散物光波先作数据预处理,再加入参考光对三维物体数字频谱进行水平和垂直方向的位置调制形成干涉图的方法制作全息图。数据预处理是为了避免三维物体因调制所引起的循环移位<sup>[9]</sup>而导致的各像频谱分量混叠,用预处理后的数据进行干涉编码,所记录的三维物体的各像频谱分量像素的准确位置可通过计算方法来确定,从而可在频谱面特定位置用窗函数滤出所需分量。具体编码过程如下。

1) 根据(2)式对第  $i$  个三维物体的各个截面通过一次快速傅里叶变换计算全息面上的物光场分布,叠加后得到三维物体  $i$  在全息面上的物光波分布  $O_i(p\Delta x, q\Delta y)$ 。

2) 对  $M \times N$  点的离散物光波数据  $O_i(p\Delta x, q\Delta y)$  作相同点数的快速傅里叶变换得三维物体  $i$  的离散数字频谱。

3) 对三维物体  $i$  的数字频谱分别在水平和垂直两个方向上作  $L$  倍扩展,扩展部分的频谱用零值填充,并对扩展后的频谱作快速傅里叶逆变换,得预处理后的物光波信号  $O'_i(p\Delta x, q\Delta y)$ , 即

$$O'_i(p\Delta x, q\Delta y) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \begin{array}{c} \mathcal{F} [O_i(p\Delta x, q\Delta y)]_{M \times N} \quad 0 \\ 0 \quad 0 \end{array} \right]_{L \cdot M \times L \cdot N}. \quad (4)$$

4) 预处理后的信号  $O'_i(p\Delta x, q\Delta y)$  加入参考光产生计算全息干涉图  $H$  :

$$H(p\Delta x, q\Delta y) = |O'_i(p\Delta x, q\Delta y) + R(p\Delta x, q\Delta y)|^2 = |O'_i(p\Delta x, q\Delta y)|^2 + |R|^2 + O'_i(p\Delta x, q\Delta y)R^*(p\Delta x, q\Delta y) + O'^*_i(p\Delta x, q\Delta y)R(p\Delta x, q\Delta y) \quad p = 0, 1, \dots, L \cdot M - 1, q = 0, 1, \dots, L \cdot N - 1, \quad (5)$$

式中  $R(p\Delta x, q\Delta y)$  是参考光  $R \exp [j2\pi(\alpha x + \beta y)]$  的离散表示形式,  $\alpha$ ,  $\beta$  表示载频系数,将分别控制各三维物体在数字频谱面上水平与垂直方向的频谱移位位置。

5) 用同样的方法控制不同载频系数产生其他三维物体的计算全息干涉图。

6) 叠加各三维物体的计算全息干涉图并写成数字图像文件,即得到记录有多个三维物体的菲涅耳计算全息干涉图。

### 4 全息图的数字再现

由于在编码过程中对数据进行了预处理并合理设置载频系数,在数字频谱面上各三维物体的频谱将处于分离状态,因此全息图的数字再现可分为两个阶段,第一阶段是在数字频谱面的特定位置提取出各三维物体的有效数字频谱,第二阶段是对分离出的各三维物体计算离散菲涅耳逆变换,根据制作参数改变再现距离,可再现出各三维物体一系列截面的复振幅分布,从而实现三维物体的数字重建。根据编码(5)式计算快速傅里叶变换,可知全息图数字频谱面上各三维物体零级像、原始像和共轭像频谱之间满足关系式

$$F_i(k_1, k_2) = Z_i(k_1, k_2)_{L \cdot M \times L \cdot N} + Q_i(k_1 - l_1, k_2 - l_2)_{L \cdot M \times L \cdot N} + Q_i^*[-(k_1 + l_1), -(k_2 + l_2)]_{L \cdot M \times L \cdot N}, \quad 0 \leq k_1 \leq L \cdot M - 1, 0 \leq k_2 \leq L \cdot N - 1, \quad (6)$$

式中  $F_i(k_1, k_2)$  表示第  $i$  个三维物体的数字频谱,  $Z_i$  表示第  $i$  个三维物体的零级像频谱,  $Q_i$  和  $Q_i^*$  分别表示第  $i$  个三维物体的原始像和共轭像频谱,  $l_1$  和  $l_2$  分别代表第  $i$  个三维物体的有效频谱在数字频谱面上垂直和水平方向上的循环移位位置。根据编码函数[(5)式]与离散频谱[(6)式]之间的关系可推导出移位值  $l_1$  和  $l_2$  与编码参数之间将满足关系式  $l_1 = \text{rem}(\alpha \Delta X, L \cdot M)$ ,  $l_2 = \text{rem}(\beta \Delta Y, L \cdot N)$ , 其中  $\text{rem}()$  表示取余运算,  $\alpha$ ,  $\beta$  是编码时所用载频系数,  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  是全息面水平和垂直方向的大小。

在计算出的频谱位置用窗函数分别提取出各三维物体的有效原始像数字频谱,进行傅里叶逆变换后恢复全息面上的三维物体的物光波复振幅分布  $O(p,q)$ ,再利用制作时所用的波长和距离等参数计算离散菲涅耳逆变换再现三维物体各截面信息。

使用提取的原始像分量恢复三维物体各截面信息的离散菲涅耳逆变换可表示为

$$f_i(m\Delta x_0, n\Delta y_0) = \mathcal{F} \left\{ O(p,q) \times \frac{\exp(-jk d_i)}{-j\lambda d_i} \exp\left\{ \frac{-jk}{2d_i} [(p\Delta x)^2 + (q\Delta y)^2] \right\} \right\} \times \exp\left\{ \frac{-jk}{2d_i} [(m\Delta x_0)^2 + (n\Delta y_0)^2] \right\},$$

$$m = 0 \sim M-1, n = 0 \sim N-1. \quad (7)$$

从再现公式可知,采用与某个截面制作参数相对应的波长、再现距离等参数计算时可得到清晰的该截面信息,而其他截面在此位置处只能形成模糊的衍射像。同理将(7)式中的  $d$  改为  $-d$  也可以使用共轭像分量恢复原三维物体的各截面信息。

## 5 实验仿真结果与讨论

### 5.1 计算全息图与数字再现结果

实验中模拟四个理想三维物体 1~4,每个三维物体取三个不同截面,截面大小为 128 pixel×128 pixel,每个截面标有一组文字,如图 2~5 所示。



图2 三维物体 1 的三个截面。(a) 截面 1; (b) 截面 2; (c) 截面 3

Fig.2 Three sectional profiles of three-dimensional object 1. (a) Profile 1; (b) profile 2; (c) profile 3

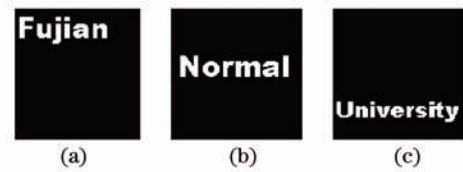


图3 三维物体 2 的三个截面。(a) 截面 1; (b) 截面 2; (c) 截面 3

Fig.3 Three sectional profiles of three-dimensional object 2. (a) Profile 1; (b) profile 2; (c) profile 3



图4 三维物体 3 的三个截面。(a) 截面 1; (b) 截面 2; (c) 截面 3

Fig.4 Three sectional profiles of three-dimensional object 3. (a) Profile 1; (b) profile 2; (c) profile 3

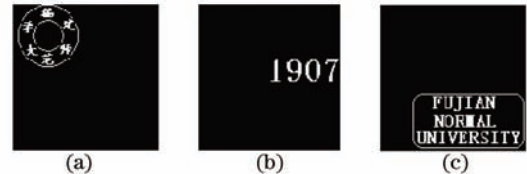


图5 三维物体 4 的三个截面。(a) 截面 1; (b) 截面 2; (c) 截面 3

Fig.5 Three sectional profiles of three-dimensional object 4. (a) Profile 1; (b) profile 2; (c) profile 3

由于计算全息图的灵活性,四个三维物体的全息图制作参数各自独立,模拟实验中,三维物体 1 的模拟波长取 532 nm,三个截面距全息面的距离分别取 1500, 1700, 1900 mm;三维物体 2 的相应的四个参数为 623 nm 和 1200, 1450, 1700 mm;三维物体 3 的四个参数为 633 nm 和 1800, 1950, 2100 mm;三维物体 4 的四个参数为 532 nm 和 1800, 1900, 2050 mm。按(2)式计算四个三维物体的菲涅耳衍射场强度分布如图 6(a)~(d)所示,大小为 128 pixel×128 pixel,所对应的数字频谱图如图 7(a)~(d)所示,数字频谱大小同样为 128 pixel×128 pixel。

按第 3 节所述编码方法控制不同载频系数的参考光波与三维物体在全息面上的物光波作干涉计算并叠加,全息面的大小为  $\Delta X \times \Delta Y$  时,三维物体 1~4 的参考光波载频参数  $\alpha, \beta$  分别取值为  $\left( \frac{384}{\Delta X}, 0 \right), \left( \frac{256}{\Delta X}, 0 \right), \left( 0, \frac{384}{\Delta Y} \right)$  和  $\left( 0, \frac{256}{\Delta Y} \right)$ 。得到记录有四个三维物体的菲涅耳计算全息图和数字频谱图如图 8 和图 9 所示,其中频谱扩展倍率取 4,计算全息图和数字频谱图大小均为 512 pixel×512 pixel。

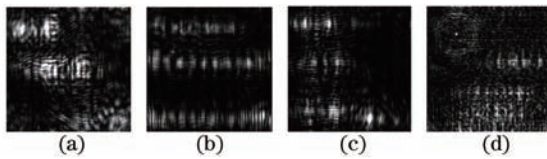


图6 三维物体1~4的非涅耳衍射分布。(a) 物体1;  
(b) 物体2; (c) 物体3; (d) 物体4

Fig.6 Fresnel diffraction distributions of objects 1~4.

(a) Object 1; (b) object 2; (c) object 3; (d) object 4

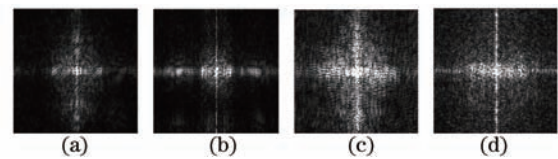


图7 三维物体1~4的数字频谱图。(a) 物体1;  
(b) 物体2; (c) 物体3; (d) 物体4

Fig.7 Digital spectra of three-dimensional objects 1~4.

(a) Object 1; (b) object 2; (c) object 3; (d) object 4

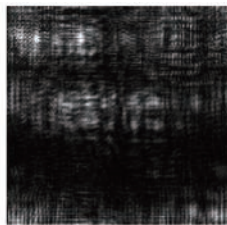


图8 菲涅耳计算全息图

Fig.8 Fresnel computer-generated hologram

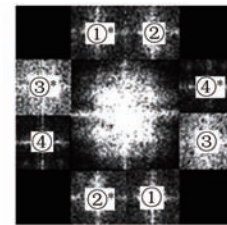


图9 对应的数字频谱图

Fig.9 Corresponding digital spectrum

在图8所示计算全息图中,全息面上四个三维物体物光波处于混叠状态;在图9所示数字频谱图中,数字标记①、②、③、④和①\*、②\*、③\*、④\*分别表示三维物体1~4的原始及共轭像频谱所在位置,大小各为128 pixel×128 pixel,频谱图的中间区域是四个三维物体的零级像频谱所在位置,为256 pixel×256 pixel。以三维物体1的数字频谱为例,当频谱中心移至图像中心位置时,未加载频控制时原始像和共轭像频谱将出现在频谱面中心位置,即原始像有效频谱位于左上角顶点坐标为(257,257)与右下角顶点坐标(384,384)之间大小为128 pixel×128 pixel的像素块区域,共轭像有效频谱位于左上角顶点坐标为(129,129)与右下角顶点坐标(256,256)之间大小为128 pixel×128 pixel的像素块区域。当参考光波载频参数 $(\alpha, \beta)$ 取值为 $(\frac{384}{\Delta X}, 0)$

时,根据(6)式,原始像和共轭像的数字频谱将在频谱面的垂直方向分别沿向上和向下两个方向作384 pixel的循环移位,因此原始像频谱将循环移位至频谱面坐标位置为(385,257)与(512,384)之间的区域,而与此同时共轭像频谱将循环移位至坐标位置为(1,129)与(128,256)之间的区域,即图9中①和①\*所指示处。用同样的方法可控制其余三维物体的数字频谱位置。从频谱图可以看出;经过编码数据的预处理,虽然在全息图上四个三维物体物光波混叠,但在数字频谱面上四个三维物体的频谱分量处于分离的状态。因此完全可以从数字频谱图相应位置分离出彼此互不影响的四个三维物体。从分离出的各个三维物体频谱分量中,再利用三维物体1~4的全息图制作参数恢复各截面信息。在图9中提取四个三维物体的原始像分量并按记录时所用的制作参数计算离散菲涅耳逆变换得到四个三维物体的各个截面数字再现像如图10~13所示,各图中的(a)~(c)分别是三维物体三个截面重现距离与记录距离相同时计算得到的数字再现效果。

从再现图中可以看出,对三维物体的某一截面,只有重现距离与记录距离相等时,才能清晰再现该截面上的物体信息,否则只能得到模糊的衍射像,符合三维显示特点。

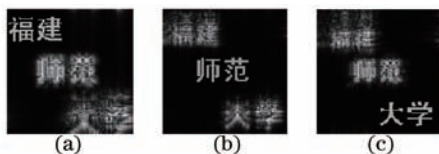


图10 三维物体1的截面数字再现结果(波长532 nm)。

(a)  $d_1=1500$  mm; (b)  $d_2=1700$  mm; (c)  $d_3=1900$  mm

Fig.10 Digital reconstruction images of three-dimensional

object 1 (wavelength 532 nm). (a)  $d_1=1500$  mm;

(b)  $d_2=1700$  mm; (c)  $d_3=1900$  mm

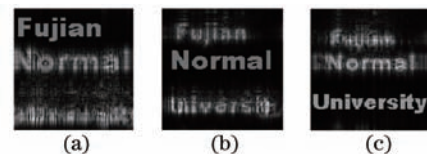


图11 三维物体2的截面数字再现结果(波长623 nm)。

(a)  $d_1=1200$  mm; (b)  $d_2=1450$  mm; (c)  $d_3=1700$  mm

Fig.11 Digital reconstruction images of three-dimensional

object 2. (wavelength 623 nm) (a)  $d_1=1200$  mm;

(b)  $d_2=1450$  mm; (c)  $d_3=1700$  mm

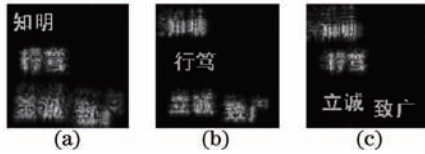


图 12 三维物体 3 的截面数字再现结果(波长 633 nm)。

(a)  $d_1=1800$  mm; (b)  $d_1=1950$  mm; (c)  $d_1=2100$  mm

Fig.12 Digital reconstruction images of three-dimensional object 3. (wavelength 633 nm)

(a)  $d_1=1800$  mm; (b)  $d_1=1950$  mm; (c)  $d_1=2100$  mm

## 5.2 重建参数对再现像的影响

三维物体截面信息的恢复建立在正确的频谱位置、波长和再现距离等参数计算的基础上,若频谱位置、波长或再现距离中的任何一个参数出现偏差都将影响三维物体的数字重建。以三维物体 1 截面 1 的数字再现为例,图 14(a)~(c)给出了当频谱位置、波长或再现距离出现偏差后的数字再现像结果。可以看出,当参数偏差超过一定数值时,原始信息将无法清晰再现。

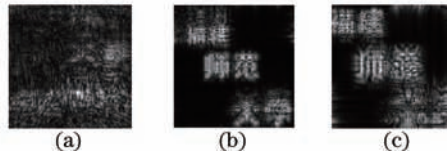
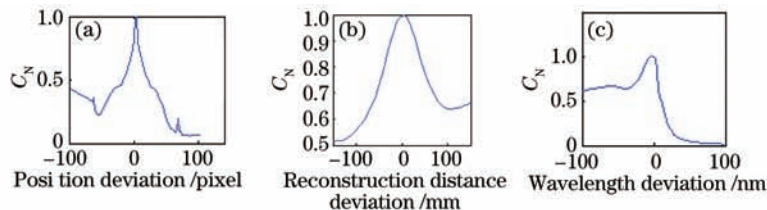


图 14 重建参数偏差对再现像的影响。(a) 80 pixel 频谱位置偏差; (b) 100 nm 波长偏差; (c) 150 mm 再现距离偏差

Fig.14 Effect of parameter deviation on reconstructed image. (a) 80 pixel spectrum position deviation;

(b) 100 nm wavelength deviation; (c) 150 mm reconstruction distance deviation

定义归一化互相关函数  $C_N = \frac{\sum_{x,y} p(x,y) \sum_{x,y} \tilde{p}(x,y)}{\sum_{x,y} p^2(x,y)}$ , 其中  $p(x,y)$  和  $\tilde{p}(x,y)$  分别表示有无参数偏差时的数字再现像,图 15 给出了各参数与  $C_N$  值之间的关系,可以看出随着参数偏差值的增大, $C_N$  值呈现下降趋势,因此数字重建中所用到的参数还具有多重加密密钥的特点,具备较高的安全性。

图 15 参数偏差与  $C_N$  值之间的关系。(a) 水平位置出现频谱位置  $\pm 100$  pixel 偏差; (b) 再现距离出现  $\pm 150$  mm 偏差;(c) 波长出现  $\pm 100$  nm 偏差Fig.15 Relationship between  $C_N$  and parameter deviation. (a)  $\pm 100$  pixel spectrum position deviation;(b)  $\pm 150$  mm reconstruction distance deviation; (c)  $\pm 100$  nm wavelength deviation

## 6 结 论

结合 CGH 和数字再现,实现了多个三维物体的数字记录和数字重构,通过参考光调制前的数据预处理及不同载频系数参考光调制避免了数字频谱面上三维物体之间的混叠,做到同一张全息图上多个三维物体的同时记录,扩大了全息图的记录容量,节约了存储空间,节省了传输带宽。在所提出的算法中,一张  $M \times N \times L^2$  (其中  $L$  表示频谱扩展倍数,取  $L=2^i$ ) 个像素大小的计算全息图可以存储  $2 \times (L-2)$  个三维物体,每个三维物体中可含有  $M \times N$  个像素大小的多个截面。在数字再现阶段,所给出的频谱面上零级像、原始像和共轭像数字频谱之间的确切位置关系为有效分离各个三维物体提供了理论依据。信息记录和再现的全数字解决方案及重建参数对再现像的约束关系使得所提出的方法可应用于多重三维水印信号、图像通信、信息隐藏等应用领域<sup>[10]</sup>,在嵌入式系统设计中将更有利于实现算法到芯片的移植<sup>[11-12]</sup>。

## 参考文献

- 1 Takai N, Mifune Y. Digital watermarking by a holographic technique[J]. Appl Opt, 2002, 41(5): 865-873.
- 2 Yu Chiliang, Gu Jihua, Liu Wei, *et al.*. An image digital watermark technique based on digital holography and discrete cosine transform[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(3): 355-361.  
尉迟亮, 顾济华, 刘 薇, 等. 基于数字全息及离散余弦变换的图像数字水印技术[J]. 光学学报, 2006, 26(3): 355-361.
- 3 Sun Liuji, Zhuang Songlin. Forgery prevention based on in-line Fourier holographic watermark with double random phase encryption[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 621-624.  
孙刘杰, 庄松林. 双随机相位加密同轴傅里叶全息水印防伪技术[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 621-624.
- 4 Yu Zulian, Jin Guofan. Computer-Generated Hologram[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1984. 48-58.  
虞祖良, 金国藩. 计算机全息图[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984. 48-58.
- 5 Qin Yi, Zheng Changbo. Color image encryption based on double random phase encoding[J]. Acta Photonica Sinica, 2012, 41(3): 326-329.  
秦 怡, 郑长波. 基于双随机相位编码的彩色图像加密技术[J]. 光子学报, 2012, 41(3): 326-329.
- 6 Li Junchang, Xiong Bingheng. Information Optics[M]. Beijing: Science Press, 2011. 45-57.  
李俊昌, 熊秉衡. 信息光学教程[M]. 北京: 科学出版社, 2011. 45-57.
- 7 Ge Baozhen, Luo Wenguo, Lu Qieni, *et al.*. The study of numerical reconstruction of Fresnel CGH of a 3-D object[J]. J Optoelectronics·Laser, 2002, 13(12): 1289-1292.  
葛宝臻, 罗文国, 吕且妮, 等. 数字再现三维物体菲涅耳计算全息的研究[J]. 光电子·激光, 2002, 13(12): 1289-1292.
- 8 Chen Manli, Di Hongwei. Digital reconstruction of Fourier CGH and the elimination of aliasing image[J]. Optical Technique, 2007, 32(3): 364-366.  
陈蔓丽, 狄红卫. 傅里叶计算全息图的数字再现及混叠的消除[J]. 光学技术, 2007, 32(3): 364-366.
- 9 Cheng Peiqing. Digital Signal Processing Tutorial[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. 87-97.  
程佩青. 数字信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 87-97.
- 10 Wu Yingchun, Wu Xuecheng, Wang Zhihua, *et al.*. Reconstruction of digital inline hologram with compressed sensing [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1109001.  
吴迎春, 吴学成, 王智化, 等. 压缩感知重建数字同轴全息[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1109001.
- 11 Zhang Peng, Peng Xiang, Niu Hanben. Information hiding theory based on virtual optics and its implementation with parallel hardware[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(10): 1585-1588.  
张 鹏, 彭 翔, 牛憨笨. 一种虚拟光学数据加密的系统实现[J]. 电子学报, 2004, 32(10): 1585-1588.
- 12 Pan Song, Huang Jiye. EDA Applicable Technology[M]. Beijing: Science press, 2011. 142-183.  
潘 松, 黄继业. EDA技术实用教程[M]. 北京: 科学出版社, 2011. 142-183.