

空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性

黄永超 黎昌金 张新龙

内江师范学院工程技术学院, 四川 内江 614000

摘要 利用柯林斯公式推导出空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输公式, 并利用此解析式进行数值计算和分析, 讨论了梯度折射率介质对空心高斯光束传输特性的影响。结果表明, 介质梯度折射率对空心高斯光束的传输性质有较大影响。

关键词 物理光学; 空心高斯光束; 梯度折射率介质; 柯林斯公式; 传输特性

中图分类号 O436 **文献标志码** A **doi**: 10.3788/LOP51.032601

Propagation Properties of Hollow Gaussian Beams in Gradient-Index Medium

Huang Yongchao Li Changjin Zhang Xinlong

College of Engineering and Technology, Neijiang Normal University, Neijiang, Sichuan 614000, China

Abstract Using the Collins formula, we deduce the analytical expression of hollow Gaussian beams propagating in a gradient-index medium and analyze the corresponding propagation properties of hollow Gaussian beams. The influence of the gradient-index medium on the propagation properties of hollow Gaussian beams is also discussed. The results show that propagation properties of hollow Gaussian beams are largely influenced by the medium's gradient-index.

Key words physical optics; hollow Gaussian beam; gradient-index medium; Collins formula; propagation properties

OCIS code 260.2065; 260.2160; 260.2710

1 引言

梯度折射率光学介质在复印机和传真机成像阵列以及光纤耦合器等方面的大量应用, 驱动了梯度折射率光学介质在材料制造、相差理论、光学设计应用开发等方面的快速发展。因此人们对梯度折射率介质做了大量研究^[1-8]。由于空心高斯光束具有比较特殊的物理性质^[9-10], 研究空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输具有理论和现实的意义。为此, 本文利用柯林斯公式推导出空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输解析表达式, 给出典型的数值计算实例, 并加以分析和讨论。

2 空心高斯光束在光阑效应可忽略的 ABCD 光学系统中的传输

在柱坐标系下, 空心高斯光束在 $z=0$ 处的场分布可表示为^[11]

$$E_0(r', z=0) = G_0 \left[\frac{r'^2}{\omega_0^2} \right]^n \exp\left(\frac{-r'^2}{\omega_0^2} \right), n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

式中 ω_0 表示空心高斯光束的光腰, G_0 为一常数, n 表示空心光束的阶数, 当 $n=0$ 时, (1) 式表示的光束就退化为光腰为 ω_0 的高斯光束。

在傍轴近似下, 空心高斯光束通过一阶 ABCD 光学系统的传输可由柯林斯公式来描述:

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E_0(r', 0) \exp\left[-\frac{ik}{2B} Ar' - 2r'r(\theta - \theta') + Dr'^2 \right] r' dr' d\theta', \quad (2)$$

收稿日期: 2013-11-11; 收到修改稿日期: 2013-12-02; 网络出版日期: 2014-02-11

基金项目: 内江师范学院重点项目基金(13ZA05)

作者简介: 黄永超(1979—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事激光光学方面的研究。E-mail: huangyongchaocs@163.com

式中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为波长, A, B, C, D 为一阶光学系统的变换矩阵元。将(1)式代入(2)式,使用积分公式^[11]

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(ix \cos \theta') d\theta', \quad (3)$$

(2)式简化为

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(ikz) \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \int_0^\infty E(r', 0) \exp\left(-\frac{ikAr'^2}{2B}\right) J_0\left(-\frac{krr'}{B}\right) r' dr'. \quad (4)$$

再利用积分公式^[12]

$$\int_0^\infty \exp(-pt) t^{v/2+n} J_v(2a^{1/2} t^{1/2}) dt = n! a^{v/2} p^{-(n+v+1)} \exp\left(-\frac{a}{p}\right) L_n^v\left(\frac{a}{p}\right), \quad (5)$$

式中 L_n^v 为拉盖尔多项式,整理得:

$$E(r, z) = \frac{ikG_0 n!}{2B\omega_0^{2n}} \left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}\right)^{-n-1} \exp(-ikz) \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \exp\left[\frac{\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}}\right] L_n^v\left[\frac{\left(\frac{kr}{2B}\right)^2}{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B}}\right]. \quad (6)$$

(6)式即为空心高斯光束通过光阑效应可忽略的一阶光学系统的场分布表达式。

3 空心高斯光束在梯度折射率径向分布介质中的传输

梯度折射光学介质分为多种类型,本文仅讨论空心高斯光束在径向梯度折射介质中的传输。图 1(a)表示空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输光路,图 1(b)表示梯度折射率在径向的变化。

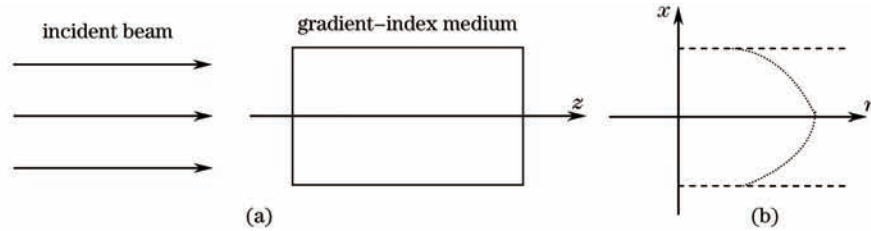


图 1 空心高斯光束在梯度折射率介质中的传输示意图

Fig.1 Scheme of hollow-Gaussian beam propagation in gradient-index medium

梯度折射率径向分布介质的折射率可表示为

$$n' = n_0' \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 r^2\right), \quad |\beta|^2 r^2 \ll 1, \quad (7)$$

式中 $r^2 = x^2 + y^2$, n_0' 表示介质轴上的折射率, β 表示梯度折射率系数。相应的非均匀介质的传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta z & \sin \beta z / \beta \\ -\beta \sin \beta z & \cos \beta z \end{bmatrix}. \quad (8)$$

将(8)式代入(6)式,由 $I = E(r, z) \times E^*(r, z)$ 可得空心高斯光束在梯度折射率径向分布的介质中任意一点的光强分布:

$$I(r, z) = \frac{k^2 \beta^2 G_0^2 (n!)^2}{4 \sin^2 \beta z \omega_0^{4n}} \left(\frac{1}{\omega_0^4} + \frac{k^2 \beta^2 \cos^2 \beta z}{4 \sin^2 \beta z}\right) \exp\left[\frac{2}{\omega_0^2} \left(\frac{\beta kr}{2 \sin \beta z}\right)^2\right] \times L_n^v\left[\frac{\left(\frac{\beta kr}{2 \sin \beta z}\right)^2}{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{k^2 \beta^2 A^2}{4 \sin^2 \beta z}}\right] L_n^v\left[\frac{\left(\frac{\beta kr}{2 \sin \beta z}\right)^2}{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ik\beta \cos \beta z}{2 \sin \beta z}}\right] L_n^v\left[\frac{\left(\frac{\beta kr}{2 \sin \beta z}\right)^2}{\frac{1}{\omega_0^2} - \frac{ik\beta \cos \beta z}{2 \sin \beta z}}\right]. \quad (9)$$

由式(9)可以得出,介质中任意一点的光强分布与空心高斯光束的光腰 ω_0 、介质的梯度折射率系数 β 和空心高斯光束阶数 n 有关。

4 数值计算及分析

利用(9)式进行计算,取 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 1 \text{ mm}$, $G_0 = 1$,得到了空心高斯光束在梯度折射率介质中传输时横向归一化光强的分布。

为了说明介质梯度折射率系数对横向光强分布的影响,图2给出了当光束阶数 $n=15$,梯度折射率系数 $\beta=0.5$ 不变时,空心高斯光束在梯度折射率介质中不同传输面上的横向归一化光强分布。由图2(a)、(b)可知,空心高斯光束在相同梯度折射率介质中传输时,随着传输距离的增加,横向光强先增大后减小。由图2(c)可以得出,随着传输距离的增加,光斑面积先扩散后缩小,但是在光斑变化的同时暗斑面积占总光斑面积的比率不变。由图2分析可知,由于梯度折射率介质的特性导致空心高斯光束在传输过程中横向光强出现了周期性分布,但是空心高斯光束的形状在传输过程中不发生变化,保持了空心高斯光束原有的特性。

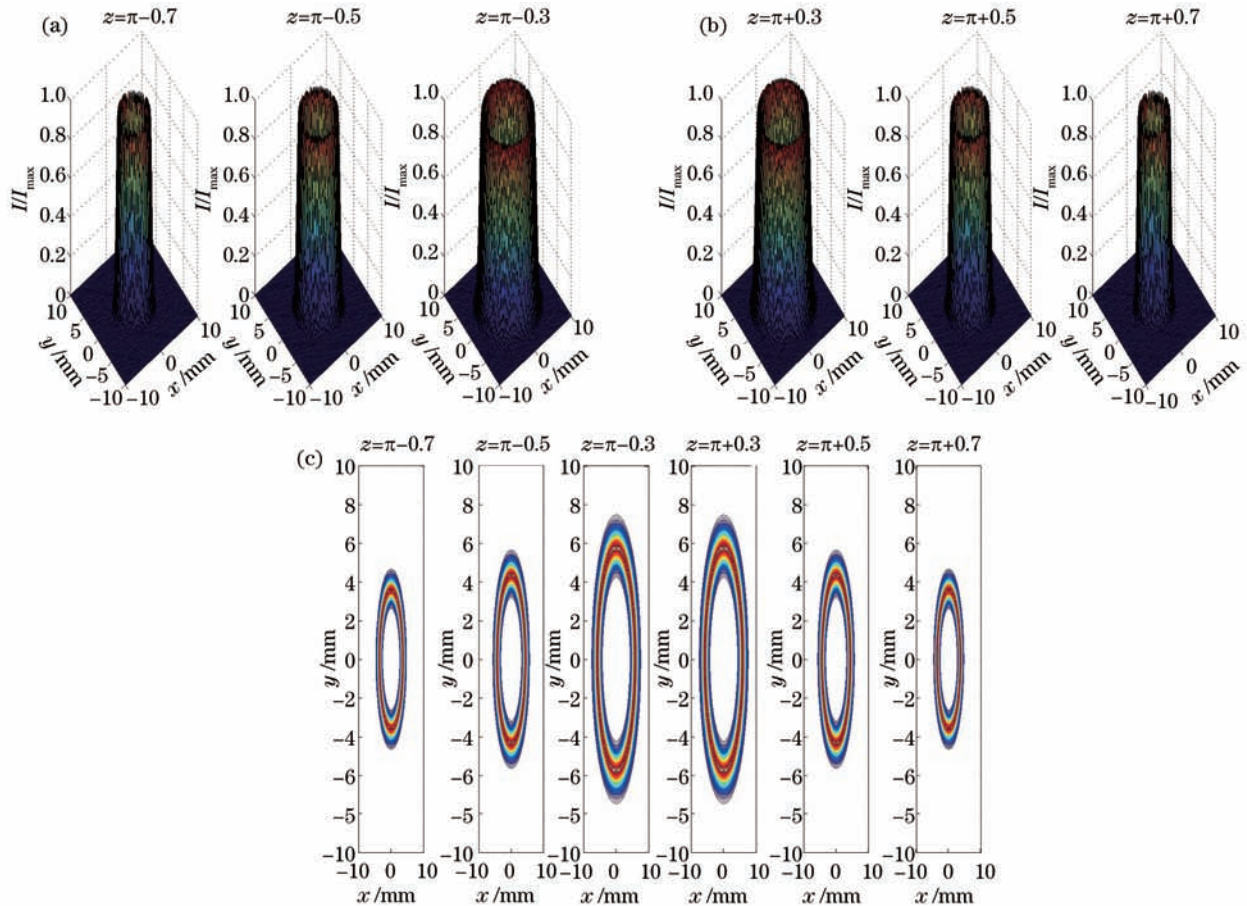


图2 当 $n=15$, $\beta=0.5$ 时,在不同传输距离处的(a),(b)横向归一化光强分布及(c)等高线图

Fig.2 (a), (b) Normalized intensity distributions and (c) contour change with propagation distance when $n=15$ and $\beta=0.5$

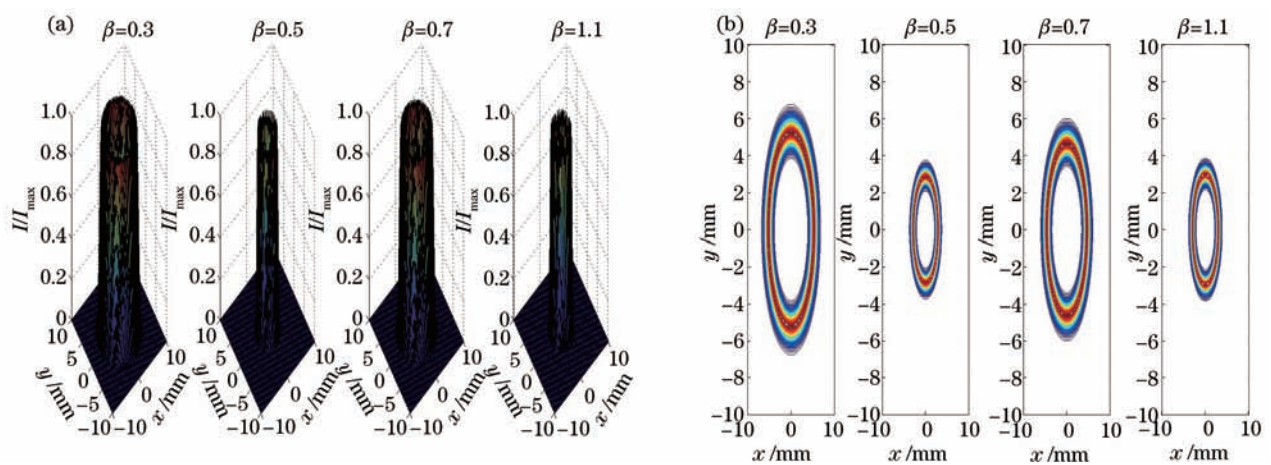


图3 当 $n=15$, $z = \pi + 0.5$ 时,取不同折射率的(a)横向归一化光强分布及(b)等高线图

Fig.3 (a) Normalized intensity distribution and (b) contour change with different gradient-index parameters when $n=15$ and $z = \pi + 0.5$

为了进一步说明介质梯度折射率系数对径向光强分布的影响,图3给出了当光束阶数 $n=15$,取不同梯度折射率系数 β 时,空心高斯光束在 $z=\pi+0.5$ 处的横向光强分布。分析图3可以得出,横向光强随着介质梯度折射率系数的增大而先减小后增大,并且光斑面积也出现先减小后增大的变化,但是光斑的形状保持不变。

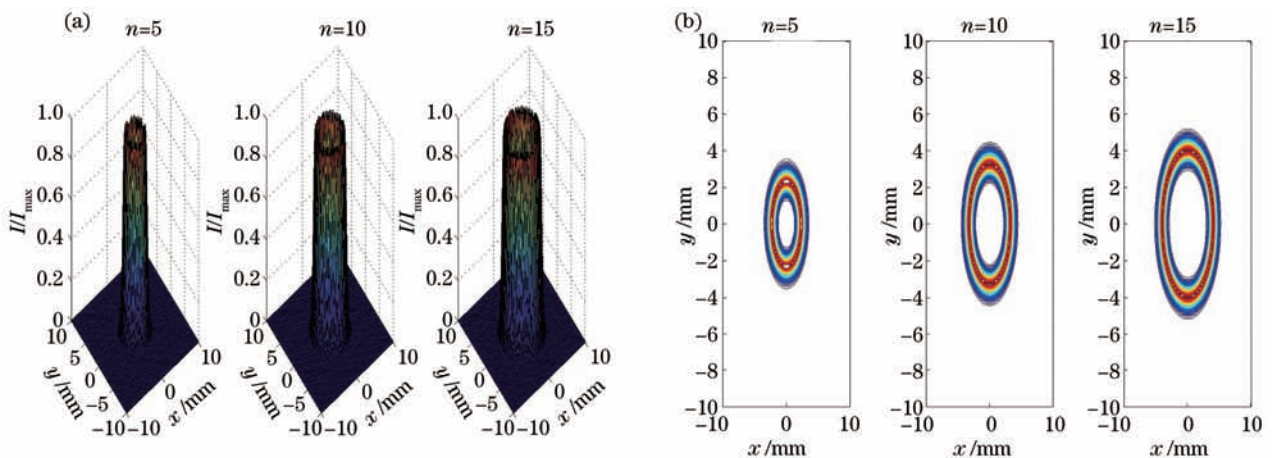


图4 当 $\beta=0.5, z=\pi+0.5$ 时,取不同 n 的(a)横向归一化光强分布及(b)等高线图

Fig.4 (a) Normalized intensity distribution and (b) contour change with different n when $\beta=0.5$, and $z=\pi+0.5$

为了说明光束阶数对传输特性的影响,图4给出了梯度折射率系数 $\beta=0.5$,取不同阶数 n 时,空心高斯光束在 $z=\pi+0.5$ 处的横向光强分布。由图4可知,随着空心高斯光束阶数的增加,横向光强大小没有明显的变化,但是光强在平面内扩散。并且光斑随着阶数增加而逐渐增加,但是在光斑变化的同时暗斑面积占总光斑面积的比率保持不变,并且空心高斯光束形状也不发生变化。

5 结 论

根据柯林斯公式推导出空心高斯光束在梯度折射率介质中传输的解析表达式,计算分析了空心高斯光束在梯度折射率介质中的横向光强分布,并得出如下结论:由于折射率的梯度变化导致空心高斯光束在梯度折射率介质中传输时,横向光强分布具有规律性变化,但是空心高斯光束的形状保持不变。当 n 和 β 一定时,随着传输距离的增加,横向光强周期性变化。当 n 一定时,在同一传输面上,随着折射率系数 β 的增加,横向光强先减小后增大。当 β 一定时,在同一传输面上,随着阶数 n 的增加,光强保持不变,但是光斑逐渐扩散。这些结果对空心高斯光束在梯度折射率介质中传输的光强和光束扩展控制提供了有意义的参考,可以通过选择梯度折射率系数或光束的阶数来调整其周期、光强和光斑。在光纤传感中,可利用梯度折射率介质对空心光束传输变换的影响来改变传感器性能,提高其灵敏度;在光存储和光复印领域可提高其利用效率;利用梯度折射率对传输的影响,可以设计光衰减器、光路由器、光准直器等;在医学领域也有潜在的应用价值。

参 考 文 献

- 1 J H Sorebo, R D Lorenz. Webinspection using gradient-indexed optics [J]. Proc IEEE, 2005, 41(6): 1476-1482.
- 2 M Ballav, A R Chowdhury-Chaos. A generalized nonlinear Schrödinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media [J]. Solitons & Fractals, 2007, 31(4): 794-803.
- 3 A D Yablon, R T Bise. Low-loss high-strength microstructured fiber fusion splices using GRIN fiber lenses [C]. OFC 2004, 2004, 1: 118-120.
- 4 Wang Shaomin, Zhao Daomu. Principles of Matrix Optics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. 8-9.
王绍民, 赵道木. 矩阵光学原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 8-9.
- 5 Wang Xinghua, Guo Qi. Propagation properties of hyperbolic secant shaped optical beam in strongly nonlocal media [J]. Chinese J Lasers, 2006, 33(5): 645-649.
王形华, 郭 旗. 双曲正割型光束在非局域介质中的传输特性[J]. 中国激光, 2006, 33(5): 645-649.

- 6 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Nonlinear propagation of Gaussian beams in gradient-index media [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2000, 12(6): 657-659.
文双春, 范滇元. 梯度折射率介质中高斯光束的非线性传输特性[J]. 强激光与粒子束, 2000, 12(6): 657-659.
- 7 Zhang Tingrong, Lü Baida. Propagation properties of Gaussian beams through a nonlinear gradient-index lens [J]. Laser Technology, 2004, 28(3): 323-326.
张廷蓉, 吕百达. 高斯光束通过非线性梯度折射率透镜的传输特性[J]. 激光技术, 2004, 28(3): 323-326.
- 8 Pan Pingping, DanYouquan, Zhang Bin. Propagation of partially coherent flat-topped beams in Gradient-index media [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(7): 1252-1256.
潘平平, 但有全, 张彬. 部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 光学学报, 2008, 28(7): 1252-1256.
- 9 Huang Huiqin, Zhao Chengliang, Lu Xuanhui. Progress in hollow beams [J]. Laser & Infrared, 2007, 37(4): 300-303.
黄慧琴, 赵承良, 陆璇辉. 空心光束的研究进展[J]. 激光与红外, 2007, 37(4): 300-303.
- 10 Zhang Weilin, Zhang Tingrong, Li Yantao. Propagation properties of controllable Dark-Hollow beams in uniaxial crystals [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(8): 0826001.
张伟林, 张廷蓉, 李艳桃. 可控空心光束在单轴晶体中的传输特性[J]. 光学学报, 2011, 31(8): 0826001.
- 11 Degang Deng, Hua Yu, Shiqing Xu. Propagation and polarization properties of hollow Gaussian beams in uniaxial crystals [J]. Opt Commun, 2008, 281(2): 202-209.
- 12 Erdelyi A, Magnus W, Oberhettinger F. Tables of Integral Transforms [M]. New York: McGraw Hill, 1954.