

脊位于窄边的介质加载双脊波导场结构的计算

孙海^{1,2} 汪天飞¹ 李洪恒¹¹乐山师范学院数学与信息科学学院, 四川 乐山 614000²东华理工大学理学院, 江西 南昌 344000

摘要 将矢量有限元方法应用到脊位于窄边的四种加载介质双脊波导的场结构特性计算中,这其中包括脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导、脊位于窄边的加载介质双脊V形波导、脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导以及脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导。多种模式的场结构特性随脊尺寸的变化而变化,其图形结果将有助于微波器件的设计。

关键词 集成光学; 脊位于窄边; 矢量有限元法; 介质加载; 场结构

中图分类号 TN81 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/LOP51.031301

Computation of the Field Patterns in Dielectric-Loaded Double Ridge Waveguides of Ridge on the Short Side

Sun Hai^{1,2} Wang Tianfei¹ Li Hongheng¹¹School of Mathematics and Informational Sciences, Leshan Normal University, Leshan, Sichuan 614000, China²School of Science, East China Institute of Technology, Nanchang, Jiangxi 344000, China

Abstract The edge-based vector finite element method is introduced to calculate the field patterns in four types of dielectric-loaded double-ridge waveguides of the ridge on the short side, including double-rectangle-ridge waveguide, double-V-ridge waveguide, double-elliptical-ridge waveguide and double-trapezoidal-ridge waveguide. The changes of the field patterns of various modes by changing ridge dimensions are analyzed. The figures are considered to be helpful in the design of many microwave components.

Key words integrated optics; ridge on the short side; vector finite element method; dielectric-loaded; field pattern

OCIS codes 130.2790; 130.2755; 130.3120

1 引言

自1947年Cohn^[1]开始研究脊波导的特性以来,人们对脊波导的研究始终保持着浓厚的兴趣。脊波导具有很多传统矩形波导所没有的显著特点^[2-3],例如主模截止波长更长,阻抗更低,单模带宽更宽。由于这些特点,脊波导被广泛运用于微波和毫米波器件设计中。Lu等^[4-5]对加载介质的单脊波导和双脊梯形波导进行了部分传输特性的研究。Li等^[6]于2007年对加载双脊V形波导的传输特性进行了研究。孙岐峰等^[7]对脊位于窄边的均匀双脊波导进行了讨论。孙海等^[8]对脊位于窄边的均匀不对称单脊波导和均匀对称单脊波导进行了计算。2010年,沈陆发等^[9]对各向异性色散左手材料三层平面波导TM模的传输特性进行了研究。杨天新等^[10-11]对条形波导和新型阵列波导进行了分析。2011年,敖玲等^[12-13]对椭圆介质柱光子晶体和小尺寸硅绝缘体光波导的部分特性进行了讨论。2012年,Sun等^[14]对介质填充的梯形微屏蔽线的传输特性进行了研究。

对各种加载介质波导等传输线的上述研究大多基于脊的位置在模型宽边,而对脊的位置在模型窄边的波导研究也只针对均匀波导。当脊位于模型窄边时,加载介质波导的传输特性如何尚不清楚。所以,在此基础上,本文将运用矢量有限元方法对脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导、加载介质双脊V形波导加载介

收稿日期: 2013-10-22; 收到修改稿日期: 2013-11-15; 网络出版日期: 2014-03-01

基金项目: 乐山师范学院博士启动项目、江西省自然科学基金(20122BAB211008)

作者简介: 孙海(1981—),男,博士,讲师,主要从事计算电磁学方面的研究。E-mail: sunhai0804@126.com

质双脊椭圆形波导以及加载介质双脊梯形波导的多种模式的场结构特性进行系统研究。

2 原理

脊位于窄边的四种加载介质双脊波导的横截面示意图如图1所示。在图中,中间灰色部分为加载介质区域,加载介质的介电常数为 ε_r ,白色部分为真空区域,加载区域的尺寸由 d/a , c/b 和 s/b 控制,并假设 $b/a = 0.5$ 。

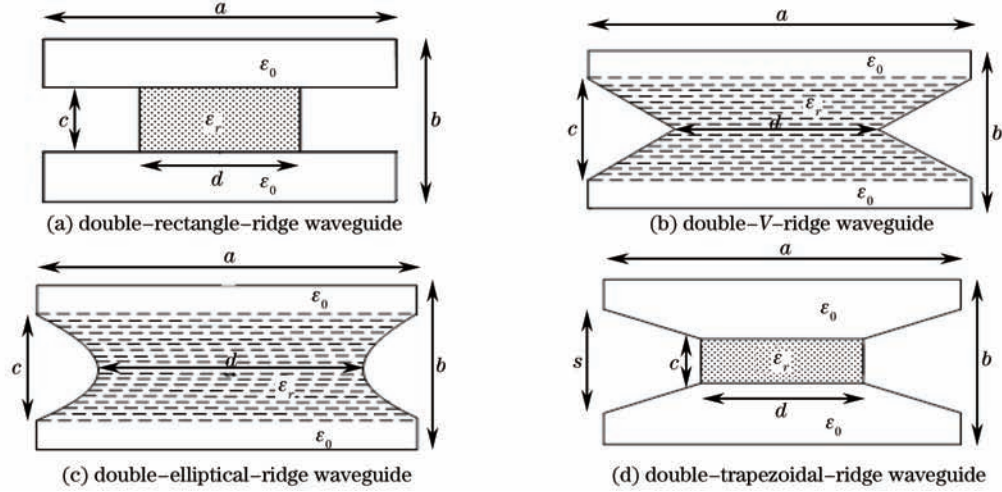


图1 脊位于窄边的四种加载介质双脊波导横截面示意图

Fig.1 Cross-sections of four types of dielectric-loaded double-ridge waveguides of the ridge on the short side

由于本文将使用矢量有限元方法对加载介质波导进行讨论,所以这里研究的方程为矢量方程。根据 Maxwell 方程,加载介质波导中电场 \mathbf{E} 与磁场 \mathbf{H} 满足以下矢量微分方程:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_r\mu_0\mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}, \quad (2)$$

式中 ε_0 与 μ_0 分别为真空介电常数与真空磁导率, ε_r 与 μ_r 分别为介质的相对介电常数与相对磁导率。将 (2) 式的 \mathbf{E} 代入 (1) 式,得到基于磁场 \mathbf{H} 的矢量 Helmholtz 方程:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \mathbf{H} \right) - K_0^2 \mu_r \mathbf{H} = 0. \quad (3)$$

在加载介质双脊波导中,磁场 \mathbf{H} 满足矢量微分方程 (3) 式,且边界条件为 $\hat{n} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = 0$ 。经过推导,上述问题等效于下列变分问题:

$$\delta F(\mathbf{H}) = 0, \quad (4)$$

其中

$$F(\mathbf{H}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\varepsilon_r} (\nabla_t \times \mathbf{H}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{H}_t)^* + \frac{1}{\varepsilon_r} (\nabla_t H_z + jk_z \mathbf{H}_t) \cdot (\nabla_t H_z + jk_z \mathbf{H}_t)^* - \mu_r k_0^2 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* \right] d\Omega. \quad (5)$$

经过有限元离散得到下面矩阵特征值方程:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^M \left\{ \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S^e(tt) & S^e(tz) \\ S^e(zt) & S^e(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix}^* - k_0^2 \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T^e(tt) & 0 \\ 0 & T^e(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix}^* \right\}. \quad (6)$$

(6) 式中的各矩阵元素由以下积分得到:

$$S^e(tt) = \frac{1}{\varepsilon_r} \iint_{\Omega} (\nabla_t \times \mathbf{N}^e) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{N}^e)^T d\Omega + \frac{\beta^2}{\varepsilon_r} \iint_{\Omega} (\mathbf{N}^e) \cdot (\mathbf{N}^e)^T d\Omega, \quad (7)$$

$$S^e(tz) = \frac{\beta^2}{\varepsilon_r} \iint_{\Omega} (\mathbf{N}^e) \cdot (\nabla_t L^e)^T d\Omega, \quad (8)$$

$$S^e(zl) = \frac{\beta^2}{\varepsilon_r^e} \iint_{\Omega'} (\nabla_l L^e) \cdot (N^e)^T d\Omega, \quad (9)$$

$$S^e(zz) = \frac{\beta^2}{\varepsilon_r^e} \iint_{\Omega'} (\nabla_l L^e) \cdot (\nabla_l L^e)^T d\Omega, \quad (10)$$

$$T^e(tt) = \mu_r^e \iint_{\Omega'} (N^e) \cdot (N^e)^T d\Omega, \quad (11)$$

$$T^e(zz) = \beta^2 \mu_r^e \iint_{\Omega'} (L^e) \cdot (L^e)^T d\Omega. \quad (12)$$

利用里兹方法对(6)式进行变分,可以得到

$$\begin{bmatrix} S^e(tt) & S^e(tz) \\ S^e(zl) & S^e(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix} = k_0^2 \begin{bmatrix} T^e(tt) & 0 \\ 0 & T^e(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_t^e \\ h_z^e \end{bmatrix}. \quad (13)$$

将所有离散的三角形单元的矩阵方程进行合成,可以得到总矩阵方程,即特征值方程:

$$S\phi = k_0^2 T\phi, \quad (14)$$

$$\text{其中 } S = \begin{bmatrix} S(tt) & S(tz) \\ S(zl) & S(zz) \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T(tt) & 0 \\ 0 & T(zz) \end{bmatrix}, \phi = \begin{bmatrix} h_t \\ h_z \end{bmatrix}.$$

S 和 T 均为方阵,且都是稀疏矩阵。(14)式中 k_0^2 表示待求的特征值,在计算过程中,只要给出 β 的取值,就可以求解这个方程。求解(14)式时,可通过求解其特征值而求得各种模式的场结构图。本文主要讨论了各种模型结构的主模,第1~5高次模的场结构。

3 数值计算结果

3.1 矢量有限元方法的验证

为了验证本文所使用矢量有限元方法的正确性和所编写程序的可靠性,首先计算了脊位于宽边的加载介质矩形双脊波导的截止波长,其计算对比结果如表1所示。

表1 加载介质双脊波导截止波长的计算结果对比 ($\varepsilon_r = 1.5\varepsilon_0, a = 12.7, b = 10.16, s = 2.54, d = 2.79$)

Table 1 Comparisons of the cutoff wavenumbers in the dielectric-loaded double-ridged waveguide ($\varepsilon_r = 1.5\varepsilon_0, a = 12.7, b = 10.16, s = 2.54, d = 2.79$)

TE modes	This paper	Ref.[15]	Relative error /%	Ref.[16]	Relative error /%
Dominant	0.1313	0.1307	0.5	0.1291	1.7
1st higher	0.3162	0.3153	0.3	0.3137	0.8
2nd higher	0.5207	0.5196	0.2	0.5080	2.5
3rd higher	0.6249	0.6238	0.2	0.6190	1.0
4th higher	0.6571	0.6518	0.9	0.6550	0.3
5th higher	0.7051	0.7059	0.1	0.6931	1.7

通过表1的对比可以得出,本文的计算结果和文献[15-16]的结果吻合得很好,所以该计算方法和所编写的程序是可靠和可行的。下面运用所推导的矢量有限元方法对脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导、加载介质双脊V形波导、加载介质双脊椭圆形波导以及加载介质双脊梯形波导的多种模式的场结构进行详细讨论。

3.2 脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的场结构计算

图2~5给出了脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的主模和第1~5高次模的场结构随加载介质介电常数 ε_r 的变化而发生的改变,其设计尺寸为 $d/a = 0.5, c/b = 0.5$ 。

3.3 脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的场结构计算

图6~9给出了脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的主模和第1~5次高次模的场结构随加载介质介电常数 ε_r 的变化而发生的改变,其设计尺寸为 $d/a = 0.4, c/b = 0.4$ 。

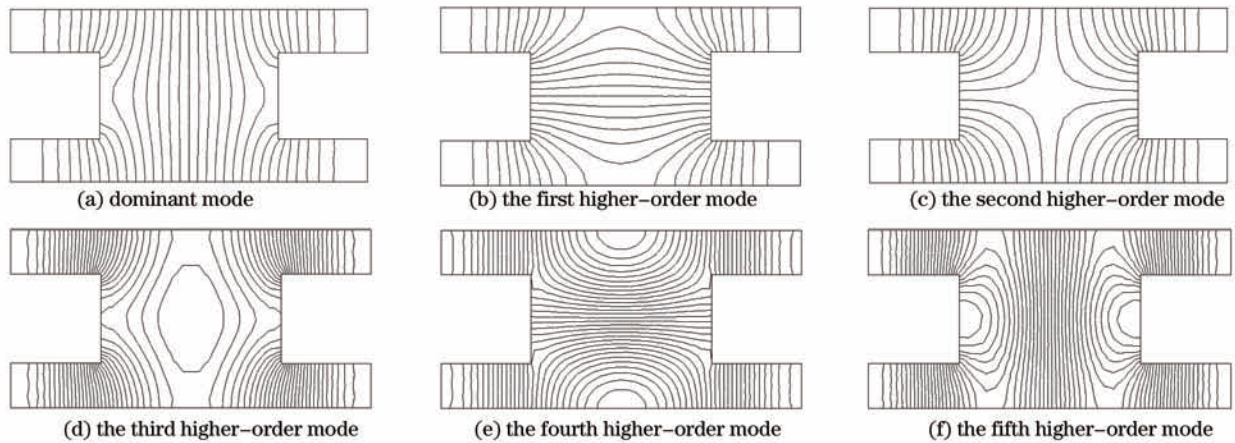


图2 当 $\varepsilon_r = 1$ 时脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的多种模式场结构图

Fig.2 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-rectangle-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 1$)

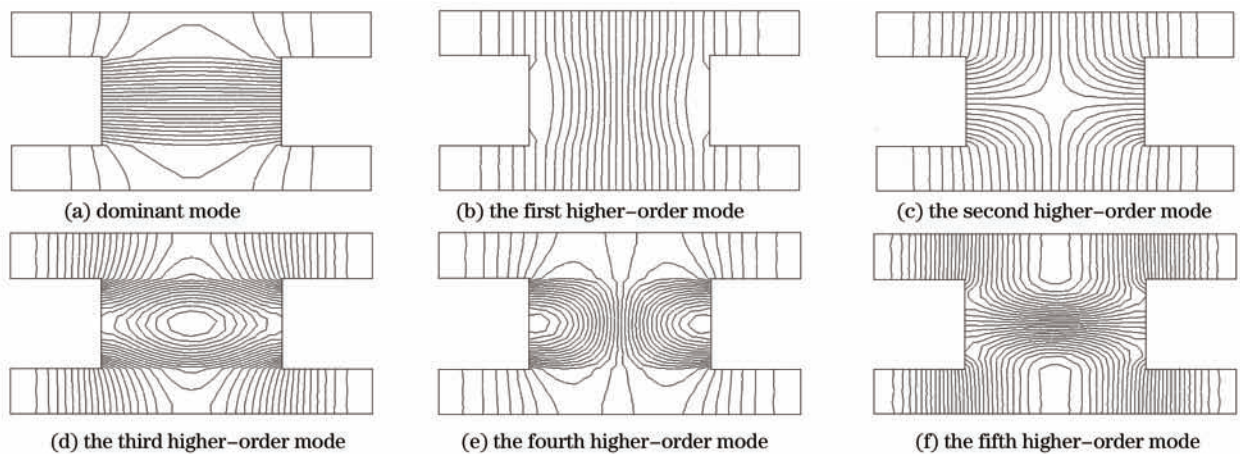


图3 当 $\varepsilon_r = 5$ 时脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的多种模式场结构图

Fig.3 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-rectangle-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 5$)

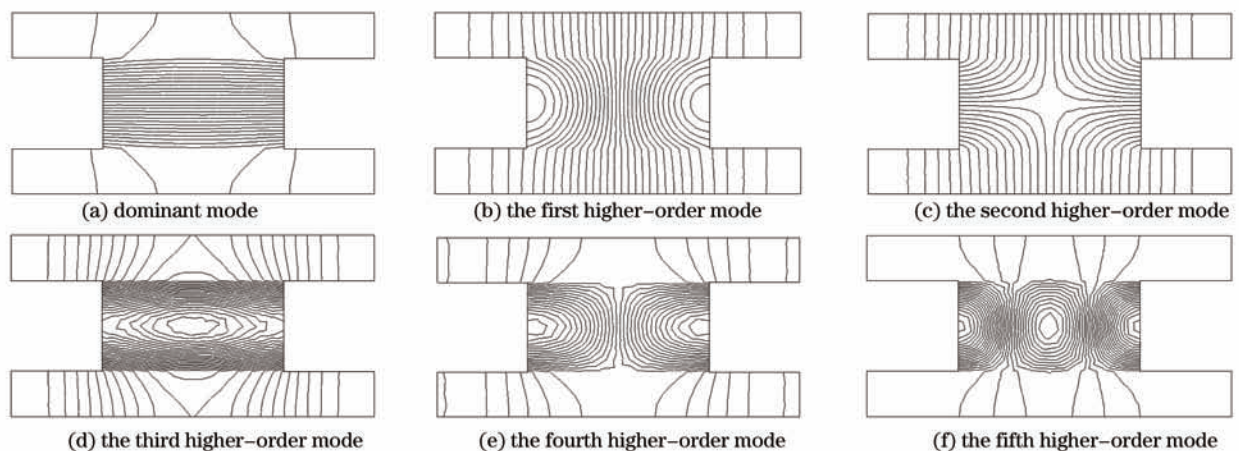


图4 当 $\varepsilon_r = 10$ 时脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的多种模式场结构图

Fig.4 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-rectangle-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 10$)

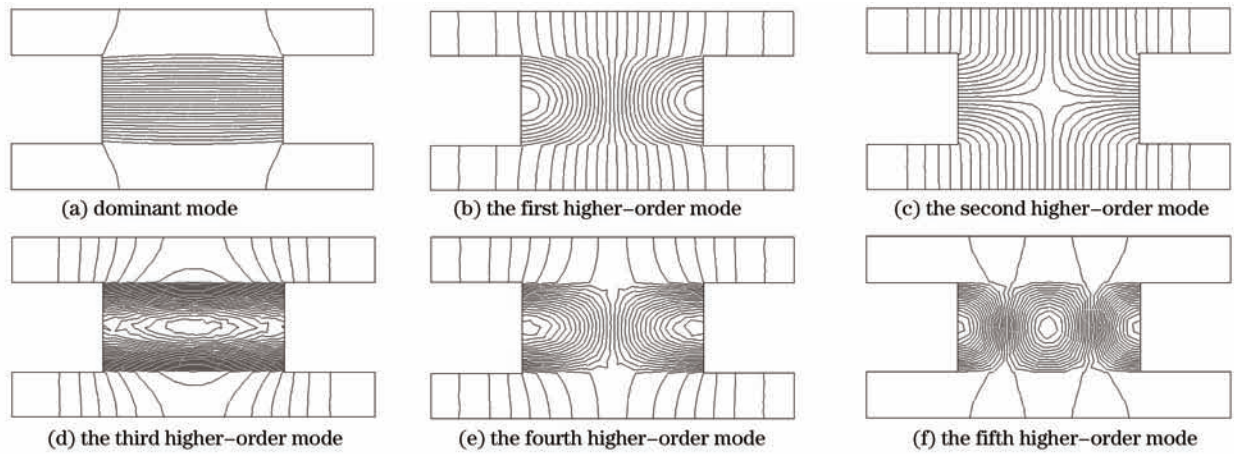


图5 当 $\varepsilon_r = 15$ 时脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导的多种模式场结构图

Fig.5 Field patterns in of different modes dielectric-loaded double-rectangle-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 15$)

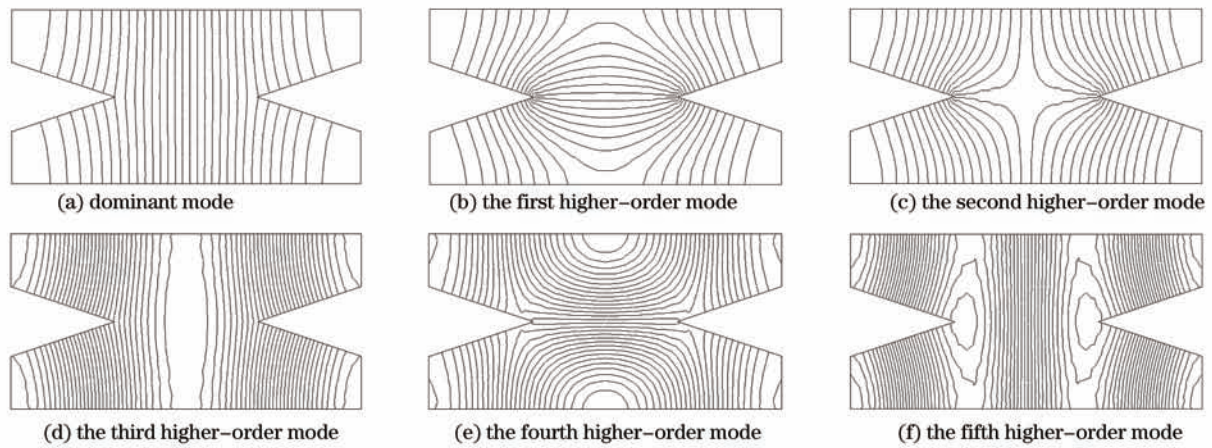


图6 当 $\varepsilon_r = 1$ 时脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的多种模式场结构图

Fig.6 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-V-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 1$)

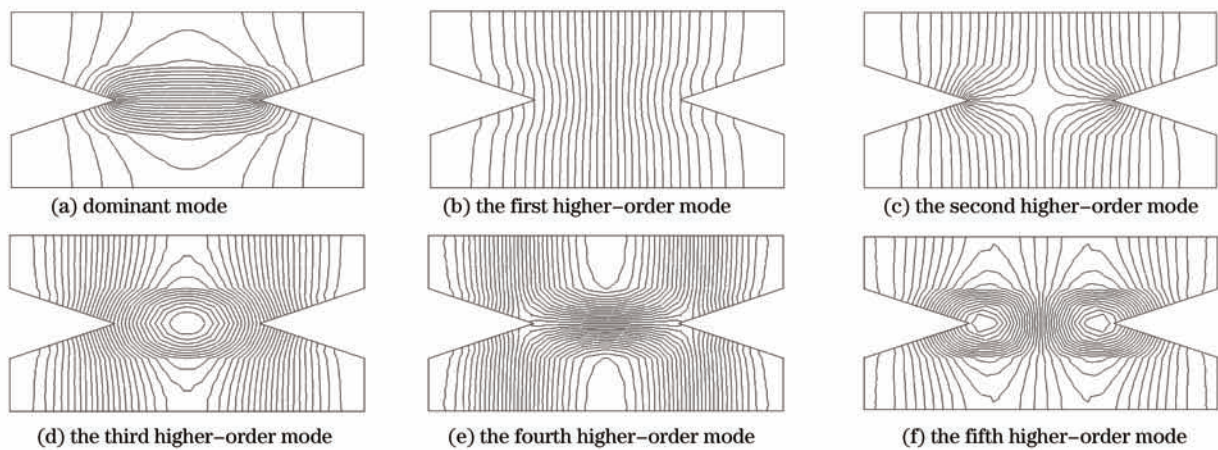
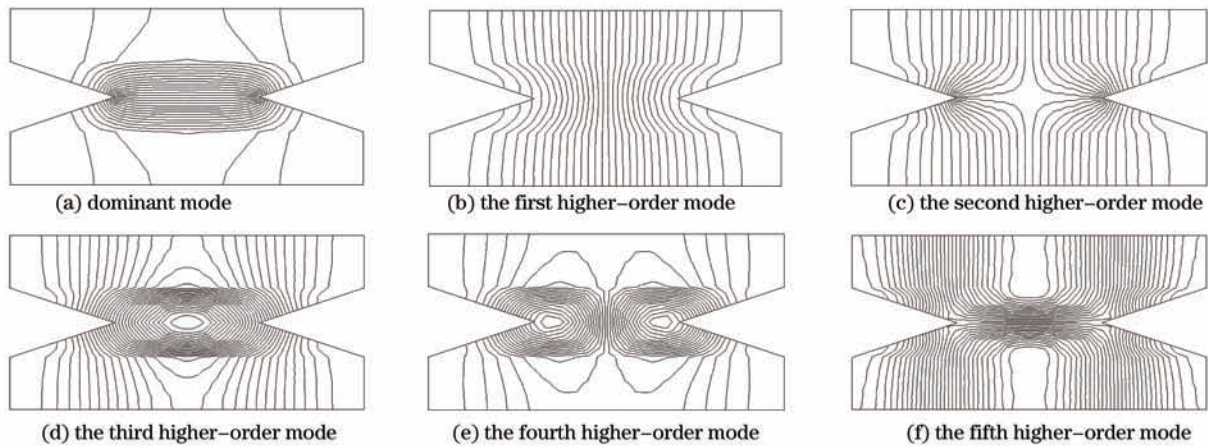
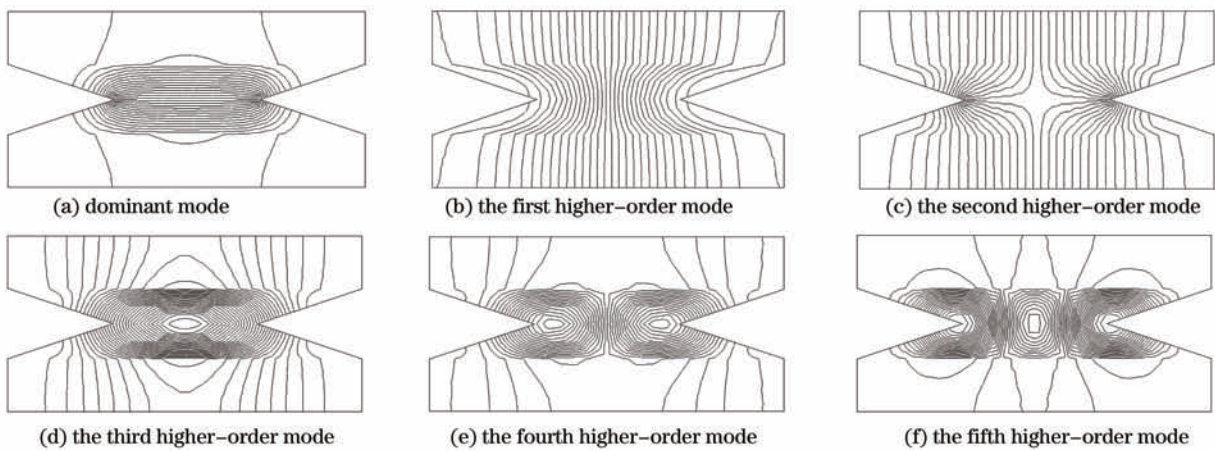
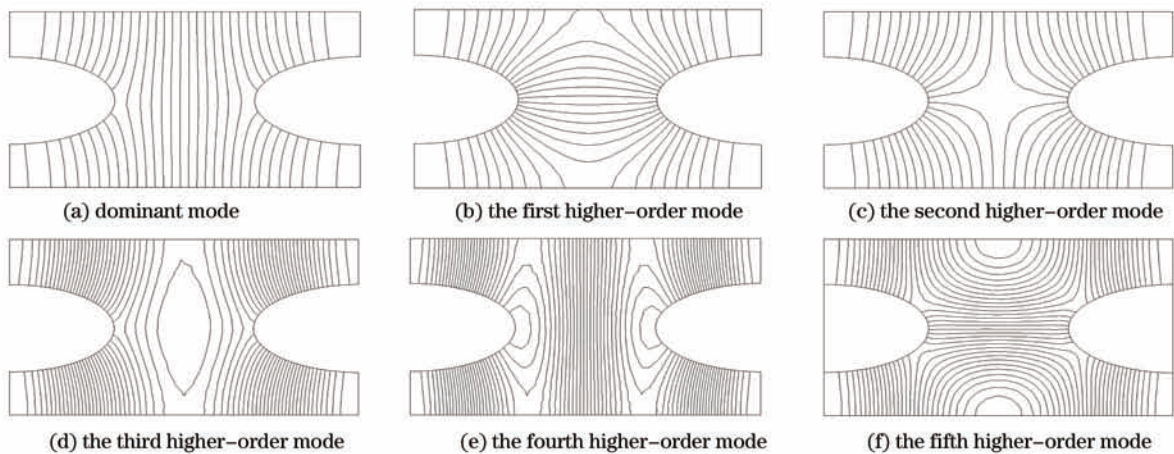


图7 当 $\varepsilon_r = 5$ 时脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的多种模式场结构图

Fig.7 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-V-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 5$)

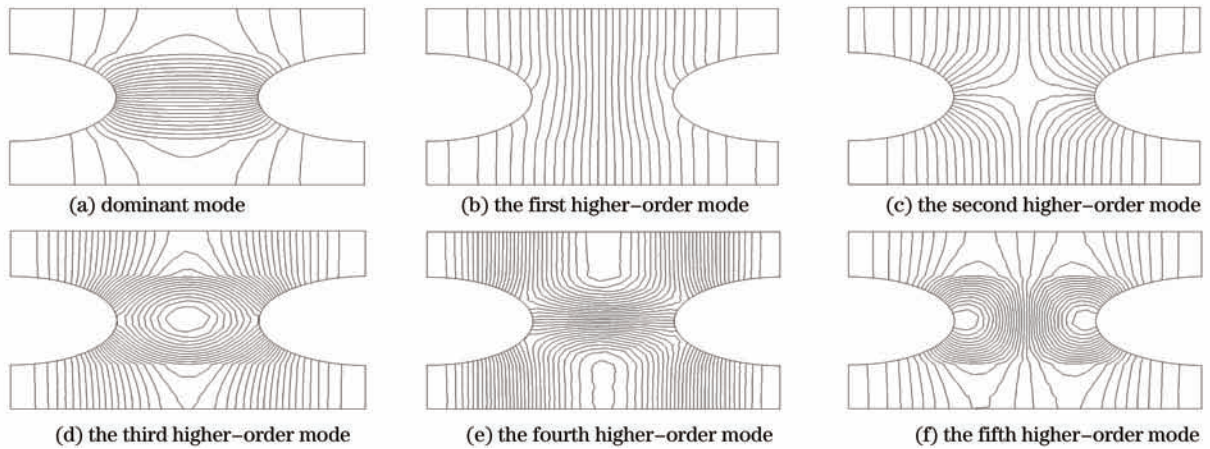
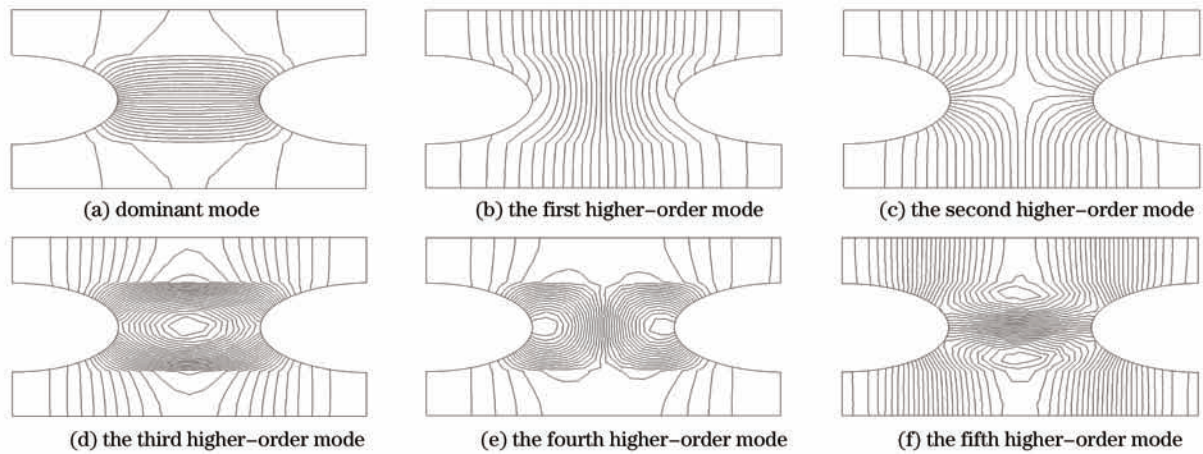
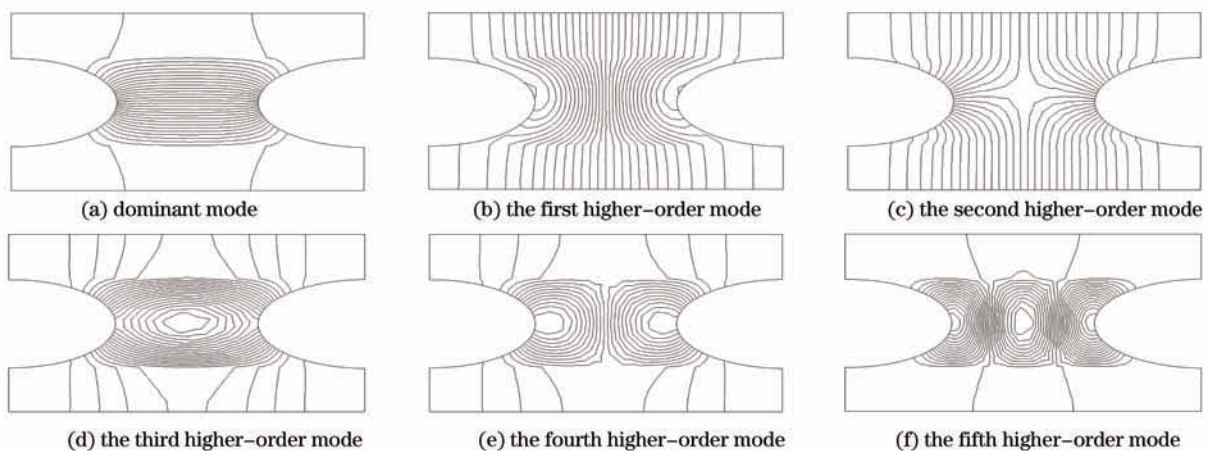
3.4 脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的场结构计算

图10~13给出了脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的主模和第1~5次高次模的场结构随加载介质介电常数 ε_r 的变化而发生的改变,其设计尺寸为 $d/a = 0.4, c/b = 0.5$ 。

图8 当 $\varepsilon_r = 10$ 时脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的多种模式场结构图Fig.8 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-V-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 10$)图9 当 $\varepsilon_r = 15$ 时脊位于窄边的加载介质双脊V形波导的多种模式场结构图Fig.9 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-V-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 15$)图10 当 $\varepsilon_r = 1$ 时脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的多种模式场结构图Fig.10 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-elliptical-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 1$)

3.5 脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的场结构计算

图14~17给出了脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的主模和第1~5次高次模的场结构随加载介质介电常数 ε_r 的变化而发生的改变,其设计尺寸为 $s/b = 0.6, c/b = 0.2, d/a = 0.5$ 。

图 11 当 $\varepsilon_r = 5$ 时脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的多种模式场结构图Fig.11 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-elliptical-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 5$)图 12 当 $\varepsilon_r = 10$ 时脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的多种模式场结构图Fig.12 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-elliptical-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 10$)图 13 当 $\varepsilon_r = 15$ 时脊位于窄边的加载介质双脊椭圆形波导的多种模式场结构图Fig.13 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-elliptical-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 15$)

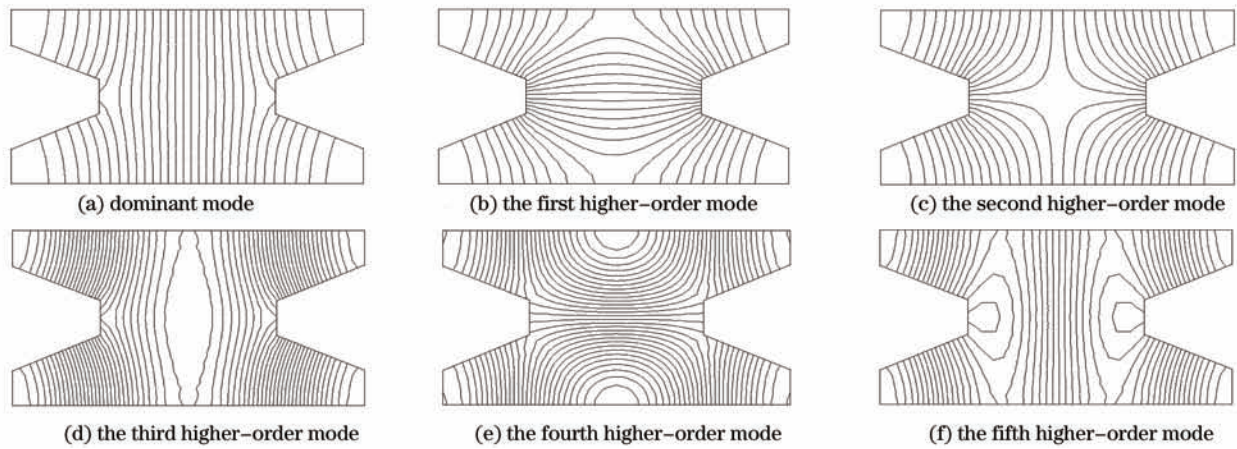


图 14 当 $\varepsilon_r = 1$ 时脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的多种模式场结构图

Fig.14 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-trapezoidal-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 1$)

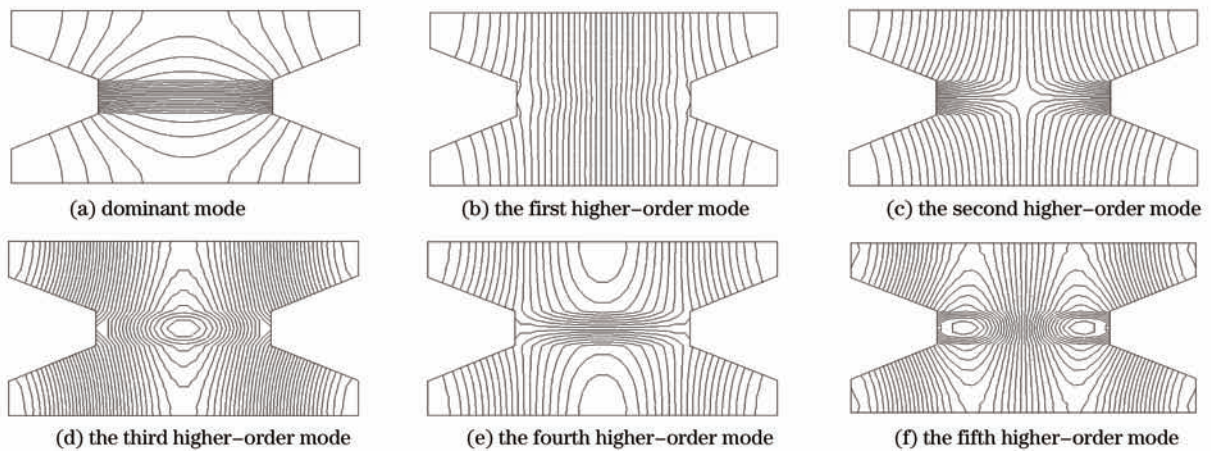


图 15 当 $\varepsilon_r = 5$ 时脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的多种模式场结构图

Fig.15 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-trapezoidal-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 5$)

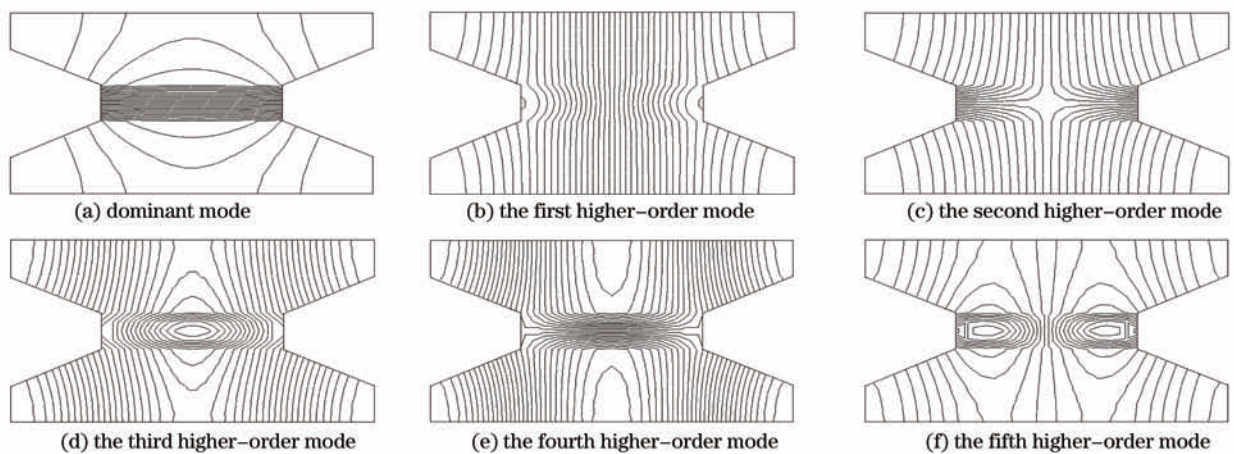


图 16 当 $\varepsilon_r = 10$ 时脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的多种模式场结构图

Fig.16 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-trapezoidal-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 10$)

3.6 总体结论

从图 2~17 可以得出脊位于窄边的四种加载介质双脊波导各种模式场结构图的特点如下：

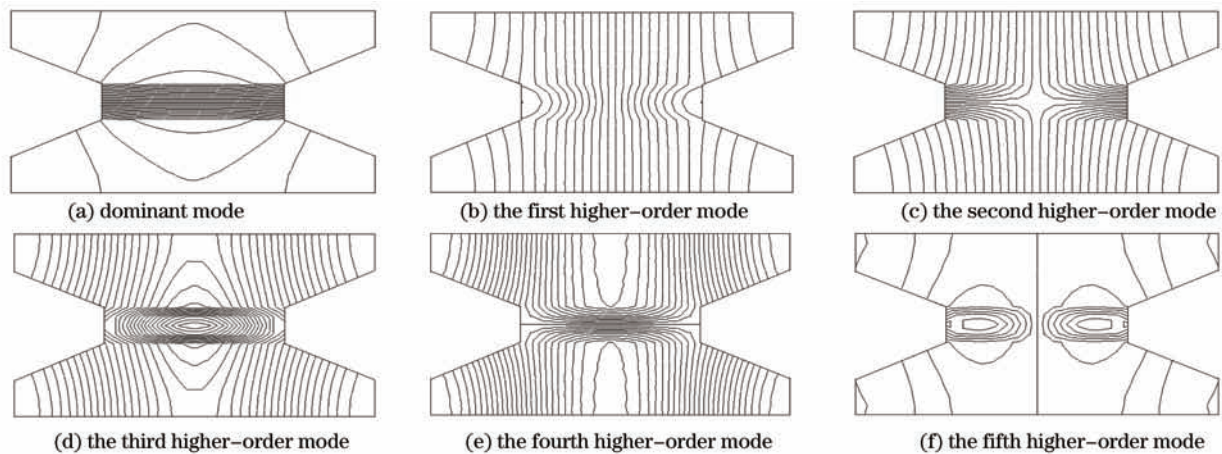


图 17 当 $\varepsilon_r = 15$ 时脊位于窄边的加载介质双脊梯形波导的多种模式场结构图

Fig.17 Field patterns of different modes in dielectric-loaded double-trapezoidal-ridge waveguide of ridge on the short side ($\varepsilon_r = 15$)

1) 总体上,四种加载介质双脊波导分别在 $\varepsilon_r = 1, 5, 10, 15$ 时的主模和第 1~5 次高次模的场结构分布特点极为相似。

2) 由于模型为尺寸对称结构,所以各种模式场结构的仿真图在总体上保持对称。

3) $\varepsilon_r = 1$ (均匀波导)与 $\varepsilon_r = 5, 10, 15$ (非均匀波导)的主模和第一次高次模的场结构分布正好相反,这与脊加载在宽边时极为相似。

4) 在 ε_r 从 1 经 5 变化到 10 的过程中,第五高次模场结构的变化很大,但 ε_r 从 10 增加到 15 时,第五高次模的场结构特点几乎没有变化。

5) 与脊加载在宽边相比,各种模式的场线更加集中地分布在加载区域,说明加载区域的场强更加集中。

6) 脊在窄边的场结构图的总体分布可以近似认为脊在宽边时场结构图的 90° 旋转。

4 结 论

迄今为止,几乎没有相关文献对脊位于窄边的非均匀波导进行过讨论。本文运用矢量有限元方法对脊位于窄边的加载介质双脊矩形波导、加载介质双脊梯形波导、加载介质双脊 V 形波导以及加载介质双脊椭圆形波导的多种模式的场结构进行了数值仿真。从计算结果可以发现,脊位于窄边的加载介质波导的场结构与脊在宽边时相比可以通过旋转进行近似,所以脊位于窄边的加载波导可以实现普通波导需要在旋转情况下才能实现的特性要求。

参 考 文 献

- 1 Cohn S B. Properties of ridge waveguide [J]. Proc IRE, 1947, 35(8): 783-788.
 - 2 Y Rong, K A Zaki. Characteristics of generalized rectangular and circular ridge waveguides [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 2000, 48(2): 258-265.
 - 3 J R Pyle. The cutoff wavelength of the TE_{10} mode in ridged rectangular waveguide of any aspect ratio [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 1966, 14(4): 175-183.
 - 4 Mai Lu, Paul J. Leonard. Finite-element analysis of the dominant-mode cutoff wavelength in dielectric-loaded single-ridge waveguides [J]. Microw Opt Technol Lett, 2003, 39(4): 298-300.
 - 5 Mai Lu, Mikael Persson. Transmission characteristics of dielectric loaded double trapezoidal-ridge waveguide [J]. Microw Opt Technol Lett, 2007, 49(1): 1-4.
 - 6 Guojian Li, Fuyong Xu, Aning Ma, *et al.*. Dispersion characteristics of dielectricloaded multiple V-ridge waveguide [J]. Int J Infrared and Millimeter Waves, 2007, 28(9): 725 - 732.
 - 7 Sun Qifeng, Lu Mai, Chen Xiaoqiang. Analysis of transfer characteristic of double-ridge position on the short side of waveguide [J]. J Microwaves, 2007, 23(6): 29-31.
- 孙岐峰, 逯 迈, 陈小强. 窄边双脊波导传输特性分析[J]. 微波学报, 2007, 23(6): 29-31.

- 8 Sun Hai, Wang Jishun, Chu Yandong, *et al.*. Ridged waveguide eigenvalue analysis of ridge on narrow wall short side based on finite element method [J]. *Modern Radar*, 2007, (3): 68-70, 73.
孙海, 王继顺, 褚衍东, 等. 有限元法的脊位于窄边的脊波导特征值分析[J]. *现代雷达*, 2007, (3): 68-70, 73.
- 9 Shen Lufa, Wang Zihua. Transmission properties of TM modes in slab waveguide with anisotropy and dispersion left-handed materials [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(12): 121302.
沈陆发, 王子华. 各向异性色散左手材料三层平面波导 TM 模的传输特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(12): 121302.
- 10 Yang Tianxin, Zou Hao, Wang Lei, *et al.*. Determining the graded-index profiles of channel waveguides by prism coupling method [J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(3): 689-695.
杨天新, 邹豪, 王雷, 等. 棱镜耦合法确定条形波导的渐变折射率分布[J]. *中国激光*, 2010, 37(3): 689-695.
- 11 Wang Youbin, Huang Xuguang. Analysis and optimum of a novel arrayed-waveguide grating [J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(2): 454-459.
王有斌, 黄旭光. 新型阵列波导光栅的分析和优化[J]. *中国激光*, 2010, 37(2): 454-459.
- 12 Ao Ling, Feng Shuai, Wang Yiquan. Adjusting guiding mode region of elliptical dielectric cylinder photonic crystals [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(3): 032301.
敖玲, 冯帅, 王义全, 等. 椭圆介质柱光子晶体导模区域的调控[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(3): 032301.
- 13 Liu Jun, Yuan Xiaodong, Luo Zhang, *et al.*. Loss measurement of small size silicon on insulator ridge waveguide [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(2): 021301.
刘军, 袁晓东, 罗章, 等. 小尺寸硅绝缘体光波导损耗测量[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(2): 021301.
- 14 Hai Sun, Yujiang Wu. Research on cutoff wavelength of dominant mode and field patterns in trapezoidal-shaped microshield lines [J]. *Turkish J Electrical Engineering & Computer Sciences*, 2012, 20(4): 463-477.
- 15 Mai Lu, Paul J Leonard. Edge-based finite element analysis of the field patterns in V-shaped microshield line [J]. *Microwave Opt Technol Lett*, 2004, 41(1): 43-47.
- 16 S F Shu, P M Goggans, A A Kishk. Computation of cutoff wavenumbers for partially filled waveguides of arbitrary cross section using surface-integral formulations and the method of moments [J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1993, 41(6): 1111-1118.