

光纤陀螺保偏光纤环几何轴向磁敏感性理论研究

王夏霄¹ 秦祎^{1*} 于佳¹ 王野² 吕江涛³ 周先贵⁴

¹北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191

²中国科学院信息工程研究所, 北京 100093

³中国航天科工集团第九总体设计部, 湖北 武汉 430040

⁴中国航天科工集团第四研究院红峰控制有限公司, 湖北 孝感 432000

摘要 在光纤陀螺中, 磁场会造成法拉第相位误差。实验结果表明, 轴向磁敏感性较径向更为明显。在轴向磁场作用下, 在保偏光纤中传播的正反两束光会产生一个与磁场有关的非互易相位差。研究了由光纤在光纤环上螺旋缠绕引起的几何轴向磁敏感性, 利用耦合模方程和有限元分析法, 从理论上推导出了保偏光纤陀螺在轴向磁场作用下, 产生的几何法拉第非互易相位差的具体表达式, 并对理论结果进行了仿真分析。研究表明, 光纤环中光纤几何扭转引起的圆双折射是产生几何法拉第相位误差的主要原因。另外, 轴向磁敏感性会随着半径的减小而增大。

关键词 光纤光学; 几何轴向磁敏感性; 耦合模理论; 光纤陀螺; 法拉第效应; 扭转

中图分类号 TN25 **文献标志码** A **doi**: 10.3788/LOP51.120601

Study on Geometrical Axial Magnetic Field Sensitivity in PM Optical Fiber Coil of Fiber Optic Gyroscope

Wang Xiaoxiao¹ Qin Yi¹ Yu Jia¹ Wang Ye² Lü Jiangtao³ Zhou Xianguai⁴

¹School of Instrument Science & Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

²Institute of Information Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100093, China

³The Ninth Overall Design Department, China Aerospace Science & Industry Corp, Wuhan, Hubei 430040, China

⁴Hongfeng Control CO, LTD of the Fourth Research Institute, China Aerospace Science & Industry Corp, Xiaogan, Hubei 432000, China

Abstract The magnetic field in fiber optic gyroscope (FOG) will cause Faraday effect, resulting in Faraday phase error. Experimental results show that the axial magnetic field sensitivity is more obvious than the radial magnetic field sensitivity. The clockwise (CW) and coenter-clockwise (CCW) light which propagate in the polarization maintain (PM) fiber in Fiber-optic gyro will generate a nonreciprocal phase error associated with axial magnetic field. In this paper, the geometrical axial magnetic field sensitivity caused by helically wounded optical fiber is studied; coupled-mode theory and finite element analysis are used to induce the FOG's specific expression of Faraday nonreciprocal phase difference generated in axial magnetic field. The simulation analysis is given based on the theoretical results. Research show that circular birefringence caused by the geometrical torsion in the fiber of the fiber coil is the main causes of the geometry Faraday phase error. Furthermore, the study results show that axial magnetic field sensitivity will increase with decreasing radius.

Key words fiber optics; geometrical axial magnetic field sensitivity; coupled-mode theory; fiber optic gyro; Faraday effect; twist

OCIS codes 060.2310; 060.2800

1 引言

光纤陀螺的基本原理是 Sagnac 效应^[1]。载体相对惯性空间转动, 会在光纤陀螺的闭合光路中产生一个

收稿日期: 2014-07-07; 收到修改稿日期: 2014-07-10; 网络出版日期: 2014-10-31

作者简介: 王夏霄(1977—), 男, 博士, 讲师, 主要从事光纤陀螺及光纤电力传感技术等方面的研究。

E-mail: wangxiaoxiao@buaa.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: qy19910216@126.com

与其转动角速度成正比的 Sagnac 相位差。但在实际应用中, Sagnac 相位差不是唯一的非互易相位差。磁光法拉第效应是光纤陀螺中的主要非互易效应之一, 因此磁场对光纤环产生的法拉第效应也会对陀螺造成一定的零偏。减小此零偏最简单的方法是采用高导磁材料对光纤环进行磁屏蔽。

为了提高光纤陀螺的性价比, 光纤陀螺小型化具有越来越深远的研究意义。小型化光纤陀螺主要采取缩小径向尺寸、增大光纤厚度的方法^[2]。随着其轴向与径向尺寸比例的增大, 小型化光纤陀螺的轴向磁敏感特性更加明显。但是, 在轻小型陀螺中, 增加磁屏蔽会增加系统的重量和成本。在光纤陀螺小型化的研究中, 减小轴向磁场引起的法拉第非互易相位差是轻小型光纤陀螺工程化中提高精度必须解决的难题之一。实验发现, 光纤陀螺的轴向磁场引起的法拉第误差比径向磁场引起的法拉第误差大得多, 且光纤环外径的减小会引起光纤陀螺的轴向磁敏感性增强。

理想的单模光纤不存在应力双折射, 光纤环中两束反向传播光波之间的法拉第相位误差为零^[3]。但是, 在实际应用中, 光纤缠绕在光纤环骨架上, 光纤内部的螺旋扭曲残余应力、外部扭曲对应的剪力以及光纤环骨架轴与绕环机的失准而存在周期性的扭曲应力都会导致正反两束光波通过光纤环时其偏振态的改变不同, 从而在磁场作用下产生法拉第相位误差。保偏型光纤陀螺利用保偏光纤的高双折射来抑制法拉第效应导致的偏振面旋转, 但是其光波的偏振态仍然存在残余椭圆偏振态, 从而导致法拉第相位误差。

径向磁场下随机光纤扭转引起的法拉第漂移得到了广泛的研究。然而, 在轴向磁场作用下, 随机光纤扭转法拉第漂移很小。本文基于几何旋光效应, 研究了保偏光纤环螺旋绕环引起的几何轴向磁敏感性。

2 几何轴向磁敏感性的理论推导

当一束线偏光沿形成非平面曲线的光纤传输时, 其偏振面会发生旋转, 旋转的角度等于曲线的挠率沿曲线的线积分, 旋转的方向取决于挠率的正负, 这种现象被称为光纤的几何旋光效应^[4-5]。通过定量分析光纤几何缠绕引起的法拉第相位差, 从而确定几何法拉第相位差对光纤陀螺轴向磁敏感性的影响。

首先, 对光纤环建立光纤螺旋缠绕的轴向磁场模型, 如图 1 所示。光纤螺旋线方程为:

$$\begin{cases} x(t) = R \cos t \\ y(t) = \pm R \sin t, \\ z(t) = pt/(2\pi) \end{cases} \quad (1)$$

式中 R 为螺旋半径, p 为螺距, 与光纤直径有关。 $0 \leq t \leq 2\pi m$, m 为每层光纤匝数。 y 取正为右旋, 取负为左旋。图中, $x-y-z$ 为圆柱体坐标系, 轴向磁场 H 为 z 轴正方向。 $x_0-y_0-z_0$ 为光纤初始缠绕到骨架的坐标系, x_0 和 y_0 分别为偏振面快轴和慢轴方向, z_0 为入射光的传播方向。 $x_\theta-y_\theta-z_\theta$ 为螺旋线转动 θ 角后的坐标系, x_θ 和 y_θ 分别为偏振面旋转 θ 角后快轴和慢轴方向, z_θ 为此时光的传播方向, 即螺旋线的切线方向。随着光在光纤中的传播以及螺旋缠绕光纤的扭转, $x_0-y_0-z_0$ 不断变化。定义螺旋角 α 为 z_θ 与 xoy 平面的夹角, 此角度为一定值。沿 z 轴正方向的轴向磁场 H 在光的传播方向上有一个固定的分量 $H_z = H \sin \alpha$, 此分量为产生法拉第效应的分量, 如图 1 中所示, 其中 α 为螺旋角。分量 H_z 只和 α 有关, 即沿同一螺旋线方程缠绕出来的光纤环受磁场影响相同。

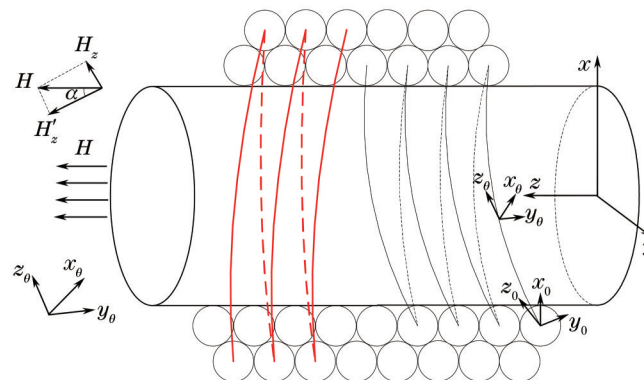


图 1 光纤环中光纤螺旋缠绕轴向磁场模型

Fig.1 Axial magnetic field model of helically wound optical fiber in optical fiber coil

对平直光纤建立保偏光纤模型,由耦合波理论,在双折射光纤中线偏振模 HE_{11}^x 、 HE_{11}^y 沿光纤传输时,其幅度 $A_1(z)$ 、 $A_2(z)$ 的变化遵循耦合方程^[6-7]

$$\frac{d}{dz}[A] = -j \begin{bmatrix} \beta_0 + C \cos(2\theta) & C \sin(2\theta) - j\gamma \\ C \sin(2\theta) + j\gamma & \beta_0 - C \cos(2\theta) \end{bmatrix} A, \quad (2)$$

式中 $\beta_0 = \frac{\beta_x + \beta_y}{2}$, $C = \frac{\Delta\beta}{2} = \frac{\beta_x - \beta_y}{4}$, β_x 和 β_y 分别为光纤 x 轴和 y 轴的传播常数; $\gamma = VH \sin \alpha$ 为单位长度法拉第旋转角,其中 V 为维尔德常数, H 为磁场强度。

将入射端应力区的 $x-y$ 坐标系对应于出射端应力区的 $x'-y'$ 坐标系,设螺旋缠绕使其发生了 τz 角度的几何扭转,则

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\tau z) & -\sin(\tau z) \\ \sin(\tau z) & \cos(\tau z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'_x \\ A'_y \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中 τ 为光纤几何螺旋缠绕引起的偏振轴扭转率,即螺旋线的绕率^[8-9]。将该式代入(2)式,则可得到传输 z 距离后的 $x'-y'$ 坐标系下耦合模方程。

$$\frac{d}{dz}[A] = \begin{bmatrix} -j(\beta_0 + C) & \tau - \gamma \\ \gamma - \tau & -j(\beta_0 - C) \end{bmatrix} A = \mathbf{W}A, \quad (4)$$

$$\text{其中 } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} -j(\beta_0 + C) & \tau - \gamma \\ \gamma - \tau & -j(\beta_0 - C) \end{bmatrix}.$$

对于右旋光纤,几何扭转率为

$$\tau_r = \frac{p/(2\pi)}{R^2 + [p/(2\pi)]^2}. \quad (5)$$

对于左旋光纤,几何扭转率为

$$\tau_l = -\frac{p/2\pi}{R^2 + [p/(2\pi)]^2}. \quad (6)$$

由(4)式可知,耦合方程对角线元素不等,因此,轴向磁场作用下,光以椭圆偏振模式传输^[10]。

令 $A = \mathbf{O}W$, 其中

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -j \sin \psi \\ -j \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 $\psi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\tau - \gamma}{C}\right)$, 则有

$$\begin{bmatrix} W_1(z) \\ W_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp[-j(\beta_0 + g)z] & 0 \\ 0 & \exp[-j(\beta_0 + g)z] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1(0) \\ W_2(0) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 $g = [C^2 + (\tau - \gamma)^2]^{1/2}$ 。当光反向传输时,令 $\tau' = -\tau$, 得 $g' = [C^2 + (\tau + \gamma)^2]^{1/2}$ 。

以上即为光在光纤中传输时,不考虑耦合时的传输方程。

采取有限元分析法,将光纤环看作是由无数段微小的平直光纤段组成^[11-14]。对光纤环第 i 层进行分析,假设第 i 层为右旋光纤,对其中任一段光纤建立如图2所示的坐标系。其中 $x-y$ 为光入射端沿光纤快慢轴坐

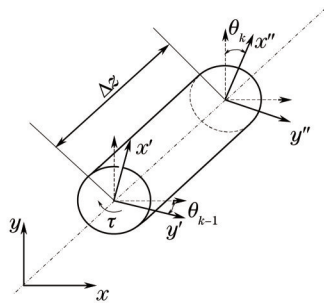


图2 光纤微段传输模型

Fig.2 Optical fiber micro segment transmission model

标系; $x'-y'$ 为第 k 段光纤入射端面快慢轴坐标系; $x''-y''$ 为第 k 段光纤出射端面快慢轴坐标系; θ_{k-1} 为第 k 段光纤入射端面快慢轴坐标系与光入射端面快慢轴坐标系的夹角; θ_k 为第 k 段光纤出射端面快慢轴坐标系与光入射端面快慢轴坐标系的夹角。对于第 k 段光纤不考虑耦合时可得其传输矩阵

正向:

$$S_{kr} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp[-j(\beta_0 + g_k)\Delta z_k] & 0 \\ 0 & \exp[-j(\beta_0 + g_k)\Delta z_k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\theta_{k-1}) & \sin(-\theta_{k-1}) \\ -\sin(-\theta_{k-1}) & \cos(-\theta_{k-1}) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

反向:

$$S_{kl} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_{k-1}) & \sin(-\theta_{k-1}) \\ -\sin(-\theta_{k-1}) & \cos(-\theta_{k-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp[-j(\beta_0 + g'_k)\Delta z_k] & 0 \\ 0 & \exp[-j(\beta_0 + g'_k)\Delta z_k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中

$$g_k = [C^2 + (\tau_k - \gamma_k)^2]^{1/2}, \quad (11)$$

$$g'_k = [C^2 + (\tau_k + \gamma_k)^2]^{1/2}. \quad (12)$$

则光纤环第 i 层总传输矩阵为

$$S_{sr} = S_n \cdot S_{n-1} \cdots S_k \cdot S_{k-1} \cdots S_1, \quad (13)$$

其中 n 为层数。由于光纤环为闭合环路, 可以得 $\theta_0 = \theta_n$ 。又可设在入射端和出射端光沿光纤快慢轴方向, 则 $\theta_0 = \theta_n = 0$ 。由此可得

$$S_{sr} = \begin{bmatrix} \exp\left[-j\sum_{i=1}^n (\beta_0 + g_i)\Delta z_i\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-j\sum_{i=1}^n (\beta_0 + g_i)\Delta z_i\right] \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$S_{sl} = \begin{bmatrix} \exp\left[-j\sum_{i=1}^n (\beta_0 + g'_i)\Delta z_i\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-j\sum_{i=1}^n (\beta_0 + g'_i)\Delta z_i\right] \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由以(14),(15)式可得, 正反向传输光的相位差

$$\Delta\varphi = \varphi_{sl} - \varphi_{sr} = \sum_{i=1}^n (g'_i - g_i)\Delta z_i. \quad (16)$$

令 $\Delta z_i = \Delta z$ ($i = 1, \dots, n$) 且认为 $g_i = g(z)$, $g'_i = g'(z)$ 。对上式在螺旋线上积分, 可得

$$\Delta\varphi = \int_0^l [g'(z) - g(z)] dz = \int_0^l \frac{4\tau\gamma}{g'(z) + g(z)} dz, \quad (17)$$

其中 l 为螺旋线长度, 对于高折射率保偏光纤 $\tau \pm \gamma \ll \Delta\beta/2$, 则可近似认为 $g'(z) = g(z) = \Delta\beta/2$ 。则在第 i 层光纤中, 异向传输的光的相位差

$$\Delta\varphi_i = \int_0^{2\pi m} \frac{4\tau\gamma}{\Delta\beta} \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} dt = \frac{8\pi m \tau_i V H \sin \alpha_i}{\Delta\beta} \sqrt{R_i^2 + \left(\frac{p_i}{2\pi}\right)^2}. \quad (18)$$

在模型推导过程中, 虽然做了许多简化, 但是对于光纤陀螺的光纤环, 在光的输入和输出都有起偏和检偏的过程, 其耦合形成的二阶波列被衰减可以忽略。所以以上公式推导都可以看成只对主波列的研究。

对于第 $i+1$ 层光纤, 光纤旋向改变, 光纤为左旋光纤, 螺旋角变为负值, 此时相位差为

$$\Delta\varphi_{i+1} = \int_{l_{i+1}}^0 [g(z) - g'(z)] dz = \frac{8\pi m \tau_{(i+1)r} V H \sin \alpha_{i+1}}{\Delta\beta} \sqrt{R_{i+1}^2 + \left(\frac{p_i}{2\pi}\right)^2}. \quad (19)$$

令 $\tau_i = \tau_{il} = -\tau_{ir} > 0$, $\alpha_i = \alpha_{ir} = -\alpha_{il} > 0$, 则光纤环总的相位差为

$$\phi = \frac{8\pi m V H}{\Delta\beta} \sum_{i=1}^n \left[\tau_i \sin \alpha_i \sqrt{R_i^2 + \left(\frac{p_i}{2\pi}\right)^2} \right]. \quad (20)$$

3 仿真分析

由以上结论可知,轴向磁场作用下保偏陀螺的几何法拉第非互易相位差与光纤的直径、保偏光纤线性双折射、光纤的几何扭转率、光纤缠绕的螺旋角、光纤的总匝数、层数及外界磁场有关。

对某只陀螺进行仿真分析,其光纤环骨架半径 $R=0.016\text{ m}$, 光纤直径 $d=165\text{ }\mu\text{m}$, 匝数 $m=64$, 层数 $n=40$, 光波长 $\lambda=1310\text{ nm}$ 。当轴向磁场强度为 $H=1\times 10^{-4}\text{ T}$ 时, 光纤陀螺由几何螺旋缠绕引起的零偏为 $0.2066^\circ/\text{h}$ 。图3为几何轴向磁敏感性造成的光纤陀螺零偏与轴向磁场强度的关系, 可知, 两者为线性关系。图4为骨架半径与光纤陀螺零偏的关系曲线, 骨架半径越小, 零偏越大。

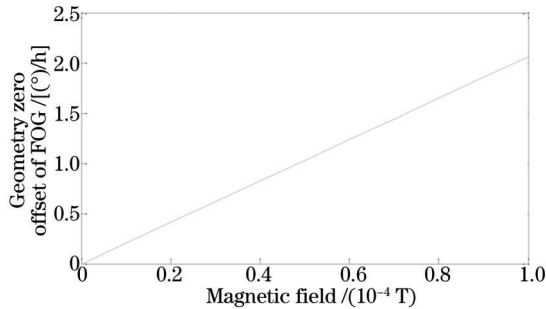


图3 轴向磁场强度与几何轴向磁敏感性引起的零偏关系曲线

Fig.3 Relation curve between axial magnetic field of optical fiber coil and geometry zero offset of FOG

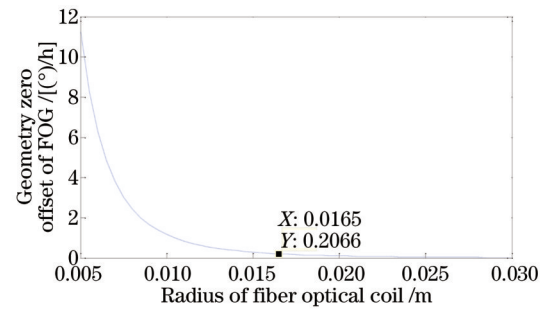


图4 光纤环骨架半径与几何轴向磁敏感性引起的零偏曲线

Fig.4 Relation curve between skeleton radius of optical fiber coil and geometry zero offset of FOG

为了研究光纤环骨架半径对几何轴向磁敏感性的影响, 分别对三只骨架半径不同的光纤环进行了仿真分析。1、2、3号光纤环所对应的骨架半径分别为 0.028 、 0.023 、 0.0165 m 。仿真结果如表1所示。

表1 骨架半径不同的光纤环仿真结果

Table 1 Simulation result of optical fiber coils with different skeleton radii

Fiber No.	1	2	3
Skeleton radius /m	0.028	0.023	0.0165
Zero offset /[(°)/h]	0.0267	0.0364	0.2066

由以上结果可知, 骨架半径越小, 几何轴向磁敏感性越明显。

4 结论

通过对光纤环轴向磁场模型进行分析, 利用耦合模方程和有限元分析法, 对几何轴向磁场相位误差进行了研究。理论分析结果表明, 理想情况下, 几何扭转率为零, 总的几何轴向磁场相位误差为零。实际中由于几何缠绕引起的残余圆双折射沿着光纤长度随机分布, 导致正反两束光通过光纤环时偏振态的改变不一样, 光纤环中两束反向传播光波之间产生几何轴向法拉第相位误差。光纤环中光纤几何扭转引起的圆双折射是产生几何法拉第相位误差的主要原因。另外, 仿真结果表明, 几何轴向磁敏感性会随着半径的减小而增大。

参考文献

- Zhang Guicai. The Principles and Technologies of Fiber-Optic Gyroscope[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2008.
张桂才. 光纤陀螺原理与技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008
- Wang Lihui, Xu Xiaosu, Liu Xixiang, *et al.*. Investigation on modeling methods of axial magnetic field error characteristics in small fiber optic gyroscope[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(1): 84-89.
王立辉, 徐晓苏, 刘锡祥, 等. 小型化光纤陀螺的轴向磁场误差特性建模方法探讨[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(1): 84-89.
- Zhang Dengwei, Mou Xudong, Shu Xiaowu, *et al.*. Theory study on axial magnetic field in single-mode fiber loop[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2005, 18(3): 672-675.
张登伟, 牟旭东, 舒晓武, 等. 单模光纤环轴向磁场问题的理论研究[J]. 传感技术学报, 2005, 18(3): 672-675.
- Li Chuansheng. Investigation on Analysis and Suppression Technique for Polarization Errors of Sagnac Interferometer-

- type Fiber-Optic Current Transformer[D]. Beijing: Beihang University, 2013.
- 李传生. Sagnac型光纤电流互感器偏振误差分析与抑制技术研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2013.
- 5 Xisheng Fang, Zongqi Lin. Field in single-mode helically-wound optical fibers[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1985, 33(11): 1150-1154.
- 6 J R Qian. Coupled-mode theory for helical fibres[J]. IEEE Proceedings J Optoelectronics, 1988, 135(2): 178-182.
- 7 Qian Jingren, Wang Xuxu. Coupled-mode theory for spun multi-lobe stress region fibers[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(3): 550-554.
- 钱景仁, 王许旭. 多叶应力区扭转光纤的耦合模理论[J]. 光学学报, 2007, 27(3): 550-554.
- 8 Erna M Frins, Wolfgang Dultz. Rotation of the polarization plane in optical fibers[J]. J Lightwave Technology, 1997, 15(1): 144-147.
- 9 J N ROSS. The rotation of the polarization in low birefringence monomode optical fibres due to geometric effects[J]. Optical and Quantum Electronics, 1984, (16): 455-461.
- 10 Qian Jingren. Principles for geometrically distinguishing circular-birefringence fibers[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(4): 884-887.
- 钱景仁. 圆双折射光纤的几何判别原理[J]. 光学学报, 2009, 29(4): 884-887.
- 11 Wang Xiaoxiao, Song Ningfang, Zhang Chunxi, *et al.*. Experimental study on magnet sensitivity of fiber optic gyro[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(10): 1116-1120.
- 王夏霄, 宋凝芳, 张春熹, 等. 光纤陀螺磁敏感性的试验研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(10): 1116-1120.
- 12 Kazuo Hotate, Kunio Tabe. Drift of an optical fiber gyroscope caused by the Faraday effect: influence of the earth's magnetic field[J]. Appl Opt, 1986, 25(7): 1086-1092.
- 13 Kazuo Hotate, Kunio Tabe. Drift of an optical fiber gyroscope caused by the faraday effect: experiment[J]. J Lightwave Technology, 1987, 5(7): 997-1001.
- 14 T Saida, K Hotate. General formula describing drift of interferometer fiber-optic gyro due to Faraday effect: reduction of the drift in twin-depo-I-FOG[J]. J Lightwave Technology, 1999, 17(2): 222-228.