# 人射光场分布对超分辨光瞳滤波器超分辨性能和焦 深的影响

王天阳 徐兆鹏 朱化凤\* 刘 佩 叶春伟 李 超 刘 鑫 中国石油大学理学院,山东青岛 266555

摘要光瞳滤波器是一种重要的调控焦点处光强分布的器件。借助光的标量衍射理论,研究了不同的入射光场分布 对超分辨光瞳滤波器的超分辨性能和焦深的影响。研究结果表明:在入射总光能相同的情况下,光场以高斯函数分 布入射时,与均匀光入射相比,其超分辨性能和焦深扩展特性变化很小。当光场以零阶贝塞尔函数分布入射时,光斑 压缩比基本不变,斯特雷尔比有所下降,焦深有一定扩展。当光场以一阶贝塞尔函数分布入射时,光斑压缩比有所减 小,斯特雷尔比有较大提高,焦深有所减小。总之,在相同情况下,光束的光强分布越靠近边缘,越有利于实现超分 辨,斯特雷尔比和焦深两个量中其中一个的增大以另一个的减小为代价。

关键词 光学器件;信息光学;应用光学;光瞳滤波;光学超分辨;聚焦光强分布

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.112301

## Effect of Incident Light Field Distribution on Superresolution and DOF of Superresolution Pupil Filter

Wang Tianyang Xu Zhaopeng Zhu Huafeng Liu Pei Ye Chunwei Li Chao Liu Xin School of Sciences, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266555, China

**Abstract** The optical pupil filter is regarded as one of the most important devices in the manipulation of intensity distribution in the focal volume. The effect of different incident light distributions on the super-resolution performance and the depth of focus (DOF) of superresolsing pupil filters are studied based on the scalar diffraction theory of light. The results indicate that there is little change of superresolution performance and DOF extension when the light with Gauss function distribution incidents compared with uniform light incidence with equal total incident light energy; little change of spot compression ratio is shown, the Strehl ratio is lower and the DOF is extended when the incident light with Gauss function distribution distribution incidents; while for the incident light with the first order Bessel function, the spot compression ratio and the DOF decrease, the Strehl ratio gets large increase. In general, superresolution can be more easily realized with more light intensity distributed along the verge of the pupil, and the increase of either Strehl ratio or DOF is based on sacrifice of the other one.

**Key word** optical devices; information optics; applied optics; optical pupil filtering; optical superresolution; focused intensity distribution

**OCIS codes** 230.6120; 100.6640; 140.3300; 260.1960

1 引 言

光瞳滤波器作为一种重要的光学器件,借助它可以有效地控制光束在焦点附近空间区域的光强分布, 是实现超分辨的有效手段之一,近年来受到了广泛的重视和研究。超分辨光瞳滤波器广泛应用于光存储<sup>[1]</sup>、 图象处理<sup>[2]</sup>、平版印刷术<sup>[3]</sup>和共焦扫描成像系统<sup>[4]</sup>等多种领域。

收稿日期: 2014-04-16; 收到修改稿日期: 2014-06-07; 网络出版日期: 2014-10-21

**基金项目**:中央高校基本科研业务费专项基金(14CX02021A,201310425066,20121174)、瞬态光学与光子技术国家重点 实验室开放基金(SKLST201204)、山东省自然科学基金(ZR2012DL12)

**作者简介**: 王天阳(1991—), 男, 本科, 主要从事超分辨光瞳滤波器等方面的研究。E-mail: 422543282@qq.com \*通信联系人。E-mail: zhuhf@upc.edu.cn

1952年, di Francia<sup>®</sup>首次将超分辨天线的概念引入到光学超分辨领域,并提出和设计了最早的振幅型。 光瞳滤波器。早期对超分辨光瞳滤波器的研究,主要集中在各种形式的振幅型光瞳滤波器及其应用。这不 仅是因为振幅型光瞳滤波器[6-10]结构简单、容错性好,当时振幅型光瞳滤波器相比相位型光瞳滤波器[11-17]制 作简单也是一个重要的原因。南玉杰等<sup>们</sup>设计了一种新的光瞳函数,提出一种两区复振幅光瞳滤波器。肖 繁荣等88设计了一种正弦变化的振幅型光瞳滤波器,调节少量的参量就能实现各种不同的超分辨模式。徐 丹等®设计了一种基于贝塞尔函数的分区振幅型超分辨光瞳滤波器,具有横向光学超分辨能力且效果显著, 三区型和四区型还可以在一定程度上扩展焦深。振幅型光瞳滤波器是通过调节振幅的透射率来改变焦斑 光强分布的,因此,这种光瞳滤波器一般会使信号减弱,不利于成像。在相同的超分辨条件下,虽然相位型 光瞳滤波器相比振幅型光瞳滤波器会使图像噪声增大,但也因为它有着更高的中心主斑强度而受到众多关 注。尽管制作难度较大,但随着各种制作技术的出现和完善使得相位型光瞳滤波器得到了广泛的研究和应 用。目前,相位型光瞳滤波器主要利用衍射光学技术来制作。Davis等<sup>18-19</sup>利用液晶来制作光瞳滤波器,由 于液晶的透射率等参量可以通过外加电压控制,因此它是能够用来实现多种光场分布的光瞳滤波器,包括 对相位的单纯调节。王湘晖等<sup>111</sup>根据矢量衍射理论,提出了一种设计纯相位型光瞳滤波器的新方法并利用 共焦系统大大减弱旁瓣的影响。朱化凤等14提出并设计了一种消色差的相位型超分辨光瞳滤波器,可在不 同的环境中实现不同波长的超分辨。如今,随着二元光学制造技术的发展和日趋成熟,相位型光瞳滤波器 的制作变得比较简单。

目前对超分辨光瞳滤波器的研究一般都要假设入射光束均匀分布,但在许多情况下,光束的分布并不 均匀。一般从激光器输出的光束呈高斯型分布,也有激光器的输出光束呈现贝塞尔函数分布<sup>[20]</sup>,或借助一定 的器件将高斯光束转换为贝塞尔函数光束的光束分布<sup>[21]</sup>。本文借助光的标量衍射理论,在现有的大焦深超 分辨光瞳滤波滤波器的基础上,研究了不同的入射光场分布对超分辨光瞳滤波器超分辨性能的影响。

## 2 基本理论

在单色光照明条件下,Born等<sup>[22-23]</sup>给出了光学系统焦点附近的复振幅归一化分布,可表示为

$$U(v,u) = 2\int_{\rho} P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(-ju\rho^2/2\right) \rho d\rho, \qquad (1)$$

式中 $\rho$ 为归一化半径,  $P(\rho)$ 为光瞳函数,  $J_0(v\rho)$ 为零阶第一类贝塞尔函数,  $v = 2\pi r(\sin \alpha)/\lambda$ ,  $u = 2\pi z(\sin \alpha)^2/\lambda$ , 其中r和z分别为焦点附近的径向坐标和轴向坐标, sin $\alpha$ 为数值孔径。在焦平面上的横向和轴向复振幅表达式分别为

$$U(v,0) = 2 \int_{0}^{1} P(\rho) J_{0}(v\rho) \rho \,\mathrm{d}\rho, \qquad (2)$$

$$U(0,u) = 2 \int P(\rho) \exp\left(-ju\rho^2/2\right) \rho \,\mathrm{d}\rho.$$
(3)

焦点区域的光强分布为 *I*=|*U*|<sup>2</sup>。评价超分辨性能和焦深扩展一般有3个特征参量:1)光斑压缩比(*G*): 有滤波器时的聚焦光斑和艾里斑的主瓣半径之比;2)斯特雷比(*S*):有滤波器时的聚焦光斑和艾里斑在焦点 处的光强之比;3)归一化焦深(DOF):轴向光强降到最大光强的80%时对应的轴向距离之比。

## 3 光强分布对滤波器超分辨性能的影响

以典型的大焦深相位型超分辨光瞳滤波器为例进行分析。对于三区相位型滤波器,当光瞳函数取 [exp(j·0) (0<ρ<0.3)

 $P(\rho) = \begin{cases} \exp(j \cdot \pi) & (0.3 < \rho < 0.58) \text{ 时}, 在入射光均匀分布的情况下, 其焦点区域的光强分布可以实现平顶模式} \\ \exp(j \cdot 0) & (0.58 < \rho < 1) \end{cases}$ 

的焦深扩展和较好的超分辨效果。当光束的复振幅分布为径向函数 A(ρ)的形式时,对应聚焦光场的复振幅 分布则表示为

$$U(v,0) = 2\int_{0}^{1} A(\rho)P(\rho)J_{0}(v\rho)\rho d\rho, \qquad (4)$$

#### 112301 - 2

$$U(0,u) = 2\int A(\rho)P(\rho)\exp(-ju\rho^2/2)\rho d\rho.$$
(5)

## 3.1 高斯型光强分布

当入射光束的光场分布形式为高斯函数分布时,  $A(\rho) = a \exp(-\rho^2/b)$ 。其中 a, b 均为常数,为保证总的光强分布与均匀光入射的情况相同需要满足  $\int a \exp(-\rho^2/b) \Big|^2 2\pi\rho d\rho = \pi$ 。

以 b=1, a=1.5209为例分析,根据(4)式和(5)式可得到不同情况下归一化的光强分布,如图1所示。图中  $m_1 \ xm_2 \ xm_3 \ xm_4$ 分别表示无滤波器均匀光入射、无滤波器高斯光束入射、均匀光通过滤波器入射、高斯光束通 过滤波器入射的情形。



图1 高斯函数分布的光场入射时归一化光强分布。(a)横向;(b)轴向

Fig.1 Normalized intensity distribution with incident light field of the Gauss function. (a) Radial; (b) axial 由图1可知,入射光束光场为高斯函数分布时,归一化焦深和光斑压缩比G与均匀光入射时的情况基本 一致。而斯特雷尔比S比均匀光入射的情况要小得多。当加入滤波器后,焦点附近一定范围内的光强大小 不再相同,而是出现了"凹陷"。这说明以高斯函数形式分布的光场会使轴向光强分布不再是平顶模式。



图2 加入滤波器后高斯函数分布的光场入射时归一化光强分布三维(3D)图.(a)均匀光入射;(b)高斯光入射;(c)均匀光入射& 滤波器;(d)滤波器&高斯分布光入射

Fig.2 3D normalized intensity distribution with pupil filter and the Gauss-function optical field incidence. (a) Uniform beam; (b) Gauss beam; (c) uniform beam & pupil filter; (d) Gauss beam & pupil filter

#### 激光与光电子学进展

不同情况下的三维光强分布图如图2所示,从图2可以更加直观地看到加入高斯函数对焦点附近光强 分布的影响。与图2(c)相比,图2(d)中焦点中心出现了凹陷。这个现象与图1(b)中曲线 m<sub>3</sub>、m<sub>4</sub>所显示的 差别相对应。

## 3.2 零阶贝塞尔函数型光强分布

当入射光束光场分布形式为零阶贝塞尔函数分布时, $A(\rho) = a J_0(b\rho)$ 。其中a,b均为常数。为保证总的 光强分布与均匀光入射的情况相同需要满足 $\left[ | a J_0(b\rho) |^2 2\pi \rho d\rho = \pi \right]$ 。

以 *b* =1, *a* =1.1329为例分析,根据(4)式和(5)式中,可以得到零阶贝塞尔函数的横、轴向归一化光强分布,如图3所示。图中 m<sub>1</sub>、m<sub>2</sub>、m<sub>3</sub>、m<sub>4</sub>分别表示无滤波器均匀光入射、无滤波器零阶贝塞尔光束入射、均匀光通过滤波器入射、零阶贝塞尔光束通过滤波器入射的情形。其三维光强归一化分布如图4所示。



图3 零阶贝塞尔函数光场分布入射时归一化的聚焦光强分布。(a)横向;(b)轴向

Fig.3 Normalized focal intensity distribution with light incidence of the zero-order Bessel function distribution.

(a) Radial; (b) axial



图 4 零阶贝塞尔函数光场分布入射时归一化光强分布三维图。(a)贝塞尔光入射;(b)有滤波器时均匀光入射;(c)滤波器&贝 塞尔光入射

Fig.4 3D normalized intensity distribution with light incidence of the zero-order Bessel function distribution. (a) Bessel beam; (b) uniform beam & filter; (c) Bessel beam & filter

由图3和图4可见,当入射光强分布为零阶贝塞尔函数型时,光斑压缩比G基本上没有发生变化。而斯特雷尔比S在加上光瞳滤波器后变小,归一化焦深略有变大。事实证明,与均匀光入射相比,零阶贝塞尔光束能够稍微增加系统的焦深,但牺牲了部分斯特雷尔比S。

#### 3.3 一阶贝塞尔函数型光强分布

当入射光束的光强分布为一阶贝塞尔函数时,  $A(\rho) = a J_1(b\rho)$ 。同样,为保证系统的入射总光强相同,该函数需满足  $\int |a J_1(b\rho)|^2 2\pi \rho d\rho = \pi$ 。

当 b =2.4, a =1.9262 时,经过滤波器入射的一阶贝塞尔光束在焦点附近可以得到较小的光斑压缩比G。 经过 Matlab 数据模拟得到一阶贝塞尔函数的横向和轴向归一化光强分布如图5 所示。图中 m<sub>1</sub>、m<sub>2</sub>、m<sub>3</sub>、 m<sub>4</sub>分别表示无滤波器均匀光入射、无滤波器一阶贝塞尔光束入射、均匀光通过滤波器入射、一阶贝塞尔光束 通过滤波器入射的情形。其三维光强归一化分布如图6所示。



图5 一阶贝塞尔函数光场分布入射时归一化光强分布。(a)横向;(b)轴向

Fig.5 Normalized intensity distribution with light incidence of the first-order Bessel function distribution. (a) Radial;

(b) axial



图 6 一阶贝塞尔函数光场分布入射时归一化光强分布三维图。(a)贝塞尔光入射;(b)滤波器&均匀光入射;(c)滤波器&贝塞尔 光入射

Fig.6 3D normalized intensity distribution with light incidence of the first-order Bessel function distribution. (a) Bessel beam; (b) uniform beam & filter; (c) Bessel beam & filter

由图 5 和图 6 可见,一阶贝塞尔函数对光斑压缩比 G 影响比较小。当入射光束为一阶贝塞尔光束时,由表 1 可知,无论是否加入光瞳滤波器,相比均匀光入射时的光斑压缩比 G 都有所减小,但变化幅度不大。当加入光瞳滤波器时,斯特雷尔比 S 减小。光束通过光瞳滤波器后,归一化焦深增大。由以上分析可知,加入一阶贝塞尔函数后,斯特雷尔比 S 减小,焦深增大,光斑压缩比 G 基本不变。

₹1	加入	高斯	函数或	贝塞	尔函数	[时3	个参数比较
----	----	----	-----	----	-----	-----	-------

		Uniform beam	Gauss beam	Zero-order Bessel beam	First-order Bessel beam
	G	1	1.1699	1.0392	0.9216
without	S	1	0.5304	0.9941	0.9591
niter	DOF	1	1.0313	1.0313	1.0938
	G	0.7124	0.7124	0.7124	0.6928
With filter	S	0.2573	0.0720	0.2191	0.2922
	DOF	3.8125	4.8750	4.0938	3.5625

Table 1 Comparison of the three parameters based on four types of incident light beam

在上述各种情况下,不同分布的光束入射时各性能参量取值如表1所示。由表1和图1~6可知:超分辨性能的实现通常伴随着斯特雷尔比S的降低。光斑压缩比G的增大通常是以斯特雷尔比S的减小为代价的。在相同情况下,斯特雷尔比S的增大和焦深的增大通常也不能同时实现。当入射光场的光强分布为高斯分布和零阶贝塞尔函数分布时,主要的光能量集中于中心,斯特雷尔比较均匀光束入射时要低,而当光束以一阶贝塞尔函数分布入射时,光束的主要能量集中于靠近边缘处,斯特雷尔比S较均匀光束入射时要大, 但焦深减小。

## 4 结 论

借助光的标量衍射理论,在现有的大焦深超分辨光瞳滤波器的基础上,研究了不同的入射光场分布对

滤波器的超分辨性能和焦深扩展的影响。分别讨论了入射光束的光场以高斯光束分布、零阶第一类贝塞尔 函数和一阶第一类贝塞尔函数分布入射的情况下,光斑压缩比 G、斯特雷尔比 S 及焦深的变化情况。研究 结果表明:在入射总光强相同的情况下,当光束以高斯光束分布入射时,与均匀光入射相比,其超分辨性能 和焦深扩展特性变化很小。当光束以零阶贝塞尔函数入射时,光斑压缩比 G 基本不变,但斯特雷尔比 S 有 所下降。以一阶贝塞尔函数入射的光束,光斑压缩比 G 有所减小,斯特雷尔比 S 有较大提高,但焦深有所减 小。由此可见,在相同情况下,光能分布越向边缘处分散,越有利于实现超分辨效果,光能越向中心集中,越 不利于实现超分辨。通过研究得到了滤波器超分辨性能的各个参数在不同入射光场分布下的变化情况,该 研究将为确定滤波器的情形下进一步提高超分辨性能提供理论依据,如可以首先通过一定的方式改变入射 光束的光强分布等。本文的分析将为超分辨滤波技术在高分辨率成像、高密度光存储等领域的应用提供参 考。

#### 参考文献

1 Zhou Hui, Zhao Xiaofeng, Ruan Hao. Application of super resolution technology in high density storage [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2007, 44(2): 54–60.

周 辉,赵晓枫,阮 吴.光学超分辨技术在高密度光存储中的应用[J].激光与光电子学进展,2007,44(2):54-60.

- 2 Z Hegedus, V Safaris. Super resolving filters in confocally scanned imaging systems [J]. J Opt Soc Am A, 1986, 3(11): 1892–1896.
- 3 H Fukuda, T Terasawa, S Okazaki. Spatial filtering for depth of focus and resolution enhancement in optical lithography
   [J]. J Vac Sci Technol B, 1991, 9(6): 3113–3116.
- 4 Xiao Fanrong, Wang Guiying, Xu Zhizhan. The design of tunable phase-only pupil filter with uniaxial crystal [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(3): 378-382.

肖繁荣, 王桂英, 徐志展. 单轴晶体相位型光瞳滤波器[J]. 光学学报, 2004, 24(3): 378-382.

- 5 G T Di Francia. Super-gain antennas and optical resolving power [J]. II Nuovo Cimento, 1952, 9(3 suppl.): 426-438.
- 6 Wang Jiming, Liu Liren, Yun Maojin, *et al.*. Electrical control of transverse superresolution and axial focal shift with radial birefringent filter [J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(10): 1488-1492. 王吉明, 刘立人, 云茂金, 等. 电控径向滤波器的横向超分辨与轴向焦移[J]. 光子学报, 2006, 35(10): 1488-1492.
- 7 Nan Yujie, Zhu Huafeng, Xu Dan, *et al.*. Optimization design of two-zone complex-amplitude superresolution pupil filter [J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(suppl): 41-45.

南玉杰,朱化凤,徐 丹,等.两区复振幅光瞳滤波器的优化设计研究[J].光子学报,2011,40(增刊):41-45.

8 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying, *et al.*. Amplitude optical pupil filters with sine functions [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(5): 647–650.

肖繁荣, 袁景和, 王桂英, 等. 正弦变化的振幅型光瞳滤波器[J]. 光学学报, 2005, 25(5): 647-650.

9 Xu Dan, Zhu Huafeng, Yun Maojin, *et al.*. Design of amplitude superresolving pupil filter based on Bessel function [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 48(8): 082201.

徐 丹,朱化凤,云茂金,等.基于贝塞尔函数的振幅型系列超分辨光瞳滤波器的设计[J].激光与光电子学进展,2011,48(8): 082201.

10 Liu Qingliang, Wang Jiming, He Chongjun, *et al.*. Discrete complex pupil filter for diffraction limited three-dimensional optical tube field [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(1): 011202.

刘庆亮, 王吉明, 赫崇君, 等. 基于衍射受限矢量光管场的离散式复振幅滤波器的设计[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49 (1): 011202.

11 Wang Xianghui, Lin Lie, Yang Yong, *et al.*. Design of phase–only pupil filters based on vector diffraction theory [J]. Acta Photonica Sinica, 2003, 32(11): 1378–1381.

王湘晖,林 列,杨 勇,等. 基于矢量衍射理论的相位型光瞳滤波器设计[J]. 光子学报, 2003, 32(11): 1378-1381.

12 Deng Xiaoqiang, Liu Li, Wang Guiying, *et al.*. Superresolving phase-only filters in confocal scanning imaging system [J]. Chinese J Lasers, 2001, 28(9): 833-836.

邓小强, 刘 力, 王桂英, 等. 用于共焦扫描显微成像系统的相位型超分辨光瞳滤波器[J]. 中国激光, 2001, 28(9): 833-836.

13 M Yun, W Liang, W Kong, *et al.*. Transverse super resolution and focal shift with rotational tunable phase mask [J]. Opt Commun, 2010, 283(10): 2079–2083.

14 Zhu Huafeng, Xu Dan, Wang Xiumin, *et al.*. Design and study of achromatic phase–only superresolving pupil filter [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0522001.

朱化凤,徐 丹,王秀民,等.消色差相位型超分辨光瞳滤波器的设计研究[J].光学学报,2012,32(5):0522001.

15 He Yi, Zhang Yudong, Li Guojun, *et al.*. Axial super-resolution effects of super-Gaussian phase filters [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9): 2568–2572.

何 毅,张雨东,李国俊,等.超高斯相位型光瞳滤波器轴向超分辨性能[J].光学学报,2010,30(9):2568-2572.

16 Guo Ling, Li Jinsong. Phase pupil filter with cosine function for sharper focus of radially polarized beam [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(12): 121001.

郭 玲,李劲松. 余弦型相位光瞳滤波器缩小径向偏振光焦斑[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(12): 121001.

17 Chen Huifang, Liu Tao, Zhang Zaixuan. Shaper focus of radially polarized beam with a continuous phase filter [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(6): 0616001.

陈惠芳,刘 涛,张在宣.连续相位滤波器缩小径向偏振光束焦斑[J].中国激光,2012,39(6):0616001.

- 18 J A Davis, I Moreno, P Tsai. Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays [J]. Appl Opt, 1997, 37 (2): 937-942.
- 19 J A Davis, J C Escalera, J Campos, *et al.*. Programmable axial apodizing and hyper-resolving amplitude filters with a liquid-crystal spatial light modulator [J]. Opt Lett, 1999, 24(2): 628–630.
- 20 Ma Baotian, Wu Fengtie, Ma Liang. Nanosecond non-diffracting Bessel green beam generated directly from an unstable resonator by active method [J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(9): 6213-6218.

马宝田,吴逢铁,马 亮.非稳腔主动式直接获取纳秒近似无衍射贝塞尔绿光[J].物理学报,2010,59(9):6213-6218.

- 21 Q Sun, K Zhou, G Fang. Generation of spiraling high-order Bessel beams [J]. Appl Phy B, 2011, 104(1): 215–221.
- 22 M Born, E Wolf. Principle of Optics [M]. London: Pergamon Press, 1975.
- 23 C W McCutchen. Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image [J]. J Opt Soc Am, 1964, 54(2): 240–242.