

提高基于 Morlet 小波“脊”处理方法的相位解调精度研究

郑毅 陈文静 钟敏 湛秋菊

四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

摘要 Morlet 由于具有很好的空域和频域局域能力, 是小波变换轮廓术中最常用的小波之一。通过计算 Morlet 小波与变形条纹之间的相似度, 可以从 Morlet 小波“脊”中获得条纹的相位信息, 从而重建被测物体的三位面形。在 Morlet 小波“脊”方法中, 相位表达式的推导利用了相位函数的一阶泰勒近似, 在物体高度变化率大的区域, 重建面形的误差大。针对这个不足, 提出了基于相位二阶泰勒展开的小波变换轮廓术, 推导了“脊”相位的表达式; 在已有的小波变换轮廓术的相位表达式中, 引入了一个相位的二阶修正项, 提高了物体高度变化大的区域的测量精度。计算机仿真和实验结果表明, 所提方法可以提高小波变换“脊”方法恢复物体面形的精度。

关键词 测量; Morlet 小波变换; 精度提高; 泰勒展开; 相位; 光学三维测量

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.111203

Study of Profilometry Measurement Precision Improvement Based on Morlet Wavelet Transform

Zheng Yi Chen Wenjing Zhong Min Shen Qiuju

School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract Morlet wavelet, which has the good localization characteristics both in the spatial and frequency domain, is commonly used to demodulate the phase map of the fringe pattern in wavelet transform profilometry by calculating the similarity between parts of the fringe pattern and the wavelet function. The phase information can be extracted by finding out the “ridge” information of the wavelet transform coefficients. Furthermore, the reconstructed surface of the tested object is obtained by the extracted the phase information and combining the system parameters of the measurement system. However, when the wavelet “ridge” method is used to demodulate the phase map, a first-order Taylor approximation is introduced to deduce the phase analytical description of the deformed fringe from the wavelet coefficients at the “ridge” position, which causes a big phase error in the areas with high height variation rate. Aiming at the shortage of the method, an improved Morlet wavelet transform “ridge” method based on a second-order Taylor expansion is presented. The detailed phase analytical expression from the wavelet transform coefficients at the position of “ridge” is given as well. Compared with the conventional wavelet “ridge” method employing the first Taylor approximation, the improved method has higher accuracy, especially around the zone with higher height variation rate, because a correction related to the second derivative of the tested object is introduced. Computer simulations and experiments verify our analysis.

Key words measurement; Morlet wavelet-transform; precision improvement; Taylor expression; phase; optical 3D measurement

OCIS codes 120.6650; 100.7410; 120.2650; 120.5050; 120.5060

1 引言

非接触式光学三维测量技术具有无损, 分辨率高和自动化处理等优点^[1-3]。常用的方法分为两类: 多帧

收稿日期: 2014-06-12; 收到修改稿日期: 2014-06-16; 网络出版日期: 2014-10-22

作者简介: 郑毅(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail: 573763453@qq.com

导师简介: 陈文静(1968—), 女, 博士, 博士生导师, 主要从事光学三维传感和光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

条纹处理方法和单帧条纹处理方法。前者最具代表性的是相移测量轮廓术^[4-5],该方法具有较高的测量精度,但是由于需要从至少3帧相互之间存在一定相位差的变形条纹图中解调出相位信息,不适合于快速三维面形重建。单帧条纹处理的代表性技术是1983年Takeda提出的傅里叶变换轮廓术(FTP),该方法已得到深入的研究^[6-8]。由于傅里叶变换(FT)属于全局信号分析方法,适合于平稳的信号处理,当被测物体表面轮廓分布相对简单时,傅里叶变换轮廓术具有快速和高精度的优点。然而当被测物体面形变化复杂时,变形条纹具有明显的非平稳特征。有用的基频信息可能与其他谐波频谱混叠,很难被有效地提取出来,导致傅里叶变换轮廓术不能正确地重建物体三维面形。因此窗口傅里叶变换^[9-11],小波变换^[12-18],S变换^[19-20]等一系列具有局部时频分析能力的信号处理技术被引入到光学三维面形处理中。

目前小波变换轮廓术采用连续小波“脊”分析方法来重建被测物体的三维面形。该方法的核心是计算待处理信号和一组子小波之间的内积,通过查找信号每个局部位置对应的一组小波变换系数中具有最大模值的系数——“脊”值来获得条纹图中对应位置的相位分布。而S变换是通过计算不同频率和待处理信号之间的相似度。目前基于S变换轮廓术的处理方法有“脊”方法和滤波方法。四川大学的李思坤研究了不同表现形式的小波:能量恒等子小波和幅频恒等子小波,两种小波的表现形式虽然有差异,但对处理结果没有影响^[16]。Morlet母小波由于具有良好的时频局域特点,是小波变换轮廓术中最常用的小波函数^[12-15,18]。在小波“脊”分析方法中,推导小波系数的解析表达式时,对条纹相位作了近似处理:在局部区域,相位函数由其一阶泰勒展开式描述^[14]。当物体高度分布复杂时,基于一阶泰勒展开式的小波“脊”分析方法就存在不足。本文提出基于二阶泰勒展开式分析的小波“脊”处理方法,通过严格的数学推导,给出了改进的“脊”位置的相位表达式。由于二阶泰勒展开式描述的瞬时相位表达式中增加了与相位分布的二阶导数有关的修正项,当被测物体表面高度变化率较大时,修正的相位表达式带来更高的测量精度。通过对比基于一阶泰勒展开和二阶泰勒展开的小波变换“脊”方法的三维面形重建结果,证明了利用相位的二阶导数修正后,从“脊”信息中能更准确地重建待测的三维面形。

2 小波变换基本原理

小波母函数 $M(x)$ 经过伸缩和平移可得到小波变换的子小波基 $M_{a,b}(x)$, 表达式为

$$M_{a,b}(x) = \frac{1}{a} M\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (1)$$

式中尺度伸缩因子 $a > 0$, 体现小波的分辨率, 平移因子 b 确定小波的位置。信号 $g(x)$ 的小波变换 $W_g(a,b)$ 被定义为希尔伯特空间的内积:

$$W_g(a,b) = \langle M_{a,b}(x), g(x) \rangle = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} M^*\left(\frac{x-b}{a}\right) g(x) dx, \quad (2)$$

式中小波变换系数 $W_g(a,b)$ 体现了待处理信号和子小波集之间的相似度。

记 $\text{Re}[W_g(a,b)]$ 和 $\text{Im}[W_g(a,b)]$ 分别为小波系数的实部和虚部, 幅值 $A(a,b)$ 和相位 $\phi(a,b)$ 可分别表示成^[13-14,17]:

$$A(a,b) = \sqrt{\{\text{Re}[W_g(a,b)]\}^2 + \{\text{Im}[W_g(a,b)]\}^2}, \quad (3)$$

$$\phi(a,b) = \arctan\{\text{Im}[W_g(a,b)] / \text{Re}[W_g(a,b)]\}. \quad (4)$$

条纹中包含的相位信息从小波“脊”信息处获得。小波变换的“脊”定义为:沿小波平移方向上,将不同位置的小波变换幅值的最大值连线。此时“脊”对应的 a 就是最佳尺度,记为 a_{th} 。从“脊”处对应的相位 $\phi(b)|_{a_{\text{th}}}$ 中可以重建物体表面轮廓。

Morlet小波具有良好的时频分布特性,是条纹相位提取中最常用的小波函数。一维Morlet小波定义如下所示^[18]:

$$M(x) = \frac{1}{\sqrt{f_b \pi}} \exp\left(j2\pi f_c x - \frac{x^2}{f_b}\right), \quad (5)$$

其中 f_b 为确定小波包络宽度的参数, f_c 为小波中心频率,通常 $f_c \geq 1, f_b \geq 1$ ^[11]。通过选取不同的 f_b 和 f_c 值来构成一组子小波,可用于条纹信息的解调处理。

3 基于 Morlet 小波的表面轮廓术

基于三角测量原理的测量系统几何光路示意图如图 1 所示。

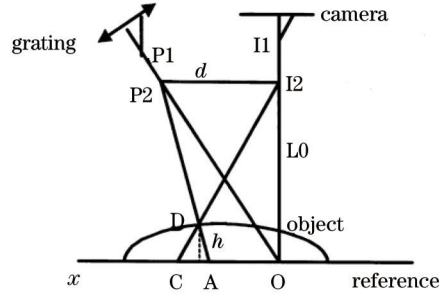


图 1 测量原理光路示意图

Fig.1 Geometrical scheme of measurement system

投影仪将正弦光栅图形投影到被测物体表面,在另一个方向上,CCD 采集到变形条纹,表示为

$$I(x,y) = A(x,y) + B(x,y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x,y)], \quad (6)$$

式中 $A(x,y)$ 是背景光强, $B(x,y)$ 为条纹对比度, f_0 是条纹载频, $\varphi(x,y)$ 是由物体表面高度变化引起的相位调制。

设任意行(x 方向)的变形条纹表示为

$$I_y(x) = A(x) + B(x)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)], \quad (7)$$

为了得到次变形条纹图的小波变换系数的解析表达式,目前基于“脊”分析的小波变换轮廓术均做了如下近似: 设 $A(x)$ 和 $B(x)$ 是慢变化函数,所以在任意位置 b 附近, $A(x) \approx A(b)$, $B(x) \approx B(b)$, $\varphi(x)$ 用一阶泰勒(Taylor)展开多项式表示为 $\varphi(x) \approx \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b)$ ^[4]。然而,当物体表面的变化率大,相位在 b 处用一阶泰勒展开近似已不能满足精度要求,需考虑进行二阶泰勒展开:

$$\varphi(x) = \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + [\varphi''(b)(x-b)^2]/2, \quad (8)$$

因此,将(5),(7),(8)式代入(2)式,一维 Morlet 小波变换表示为

$$\begin{aligned} W(a,b) &= \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] \right\} \{ A(b) + B(b)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + \varphi''(b)(x-b)^2/2] \} dx = \\ &= \frac{A(b)}{a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] dx + \frac{B(b)}{2a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] \exp \{ j[2\pi f_0 x + \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + \\ &+ \varphi''(b)(x-b)^2/2] \} dx + \frac{B(b)}{2a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] \exp \{ -j[2\pi f_0 x + \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + \\ &+ \varphi''(b)(x-b)^2/2] \} dx = W_1(a,b) + W_2(a,b) + W_3(a,b). \end{aligned} \quad (9)$$

利用广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ ($a > 0$), 并对(9)式进行简化,可得:

$$W_1(a,b) = \frac{A(b)}{a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] dx = A(b)\exp(-\pi^2 f_c^2 f_b), \quad (10)$$

$$W_2(a,b) = \frac{B(b)}{2a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-j2\pi f_c \frac{(x-b)}{a} - \frac{(x-b)^2}{a^2 f_b} \right] \exp \{ j[2\pi f_0 x + \varphi(b) + \varphi'(b)(x-b) + \varphi''(b)(x-b)^2/2] \} dx =$$

$$\frac{B(b)}{2a\sqrt{f_b\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ \left[\frac{j\varphi''(b)}{2} - \frac{1}{f_b a^2} \right] x^2 + \left[j\varphi'(b) - j\varphi''(b)b + j2\pi f_0 - \frac{j2\pi f_c}{a} + \frac{2b}{f_b a^2} \right] x + \right.$$

$$\left. \left[j\varphi(b) - j\varphi'(b)b + \frac{j\varphi''(b)b^2}{2} + \frac{j2\pi f_c b}{a} - \frac{b^2}{f_b a^2} \right] \right\} dx = \frac{B(b)}{2} \left\{ \frac{16 - 4[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4}{\{4 + [\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4\}^2} \right\}^{1/4} \times$$

$$\exp\left\{-\frac{f_b\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+4}\right\} \exp\left\{j\varphi(b)+j2\pi f_0 b+\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\varphi''(b)f_b a^2}{2}\right]-\frac{j\varphi''(b)f_b^2 a^2\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{2[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+8}\right\}. \quad (11)$$

同理可得:

$$W_3(a,b)=\frac{B(b)}{2}\left\{\frac{16-4[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4}{\{4+[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4\}^2}\right\}^{1/4} \exp\left\{-\frac{f_b\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]+2\pi f_c\}^2}{[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+4}\right\} \times \exp\left\{-j\varphi(b)-j2\pi f_0 b-\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\varphi''(b)f_b a^2}{2}\right]+\frac{j\varphi''(b)f_b^2 a^2\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]+2\pi f_c\}^2}{2[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+8}\right\}. \quad (12)$$

采用与已有论文^[16,18]中相同的方法,利用(5)式所示小波形式,推得的基于相位一阶泰勒展开的小波变换系数表达式:

$$W_1(a,b)=A(b)\exp(-\pi^2 f_c^2 f_b), \quad (13)$$

$$W_2(a,b)=\frac{B(b)}{2}\exp\left\{-\frac{f_b\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{4}\right\} \exp[j\varphi(b)+j2\pi f_0 b], \quad (14)$$

$$W_3(a,b)=\frac{B(b)}{2}\exp\left\{-\frac{f_b\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]+2\pi f_c\}^2}{4}\right\} \exp[-j\varphi(b)-j2\pi f_0 b]. \quad (15)$$

与调制相位无关的背景项的表达式相同,其余项,当 $\varphi''(b)=0$ 时,(11)和(12)式退化为(14)和(15)式。

由于 $f_c \geq 1, f_b \geq 1$, $\exp(-\pi^2 f_c^2 f_b) \approx 0$, 此时有 $W_1(a,b) \approx 0$ 。

$$W_2(a,b)=\frac{B(b)}{2}\left\{\frac{16-4[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4}{\{4+[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4\}^2}\right\}^{1/4} \exp\left\{-\frac{f_b\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+4}\right\} \exp\left\{j\varphi(b)+j2\pi f_0 b+\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\varphi''(b)f_b a^2}{2}\right]-\frac{j\varphi''(b)f_b^2 a^2\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{2[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+8}\right\}, \quad (16)$$

在 $W_2(a,b)$ 中,当 $a_{ib}=\frac{2\pi f_c}{\varphi'(b)+2\pi f_0}+K[\varphi''(b)]$ (定义 $K[\varphi''(b)]$ 为与 $\varphi''(b)$ 有关的偏差量^[20]), $|W_2(a,b)|$ 可取得最大值,

称为“脊”值,此时 $\frac{j\varphi''(b)f_b^2 a^2\{a[\varphi'(b)+2\pi f_0]-2\pi f_c\}^2}{2[\varphi''(b)]^2 f_b^2 a^4+8} \approx 0$, $|W_3(a_{ib},b)| \approx 0$ 。从小波变换“脊”处的复指数函数中得

到的相位为

$$\phi_w(b)=\arctan\{\text{Im}[W_g(a,b)]/\text{Re}[W_g(a,b)]\}=\varphi(b)+2\pi f_0 b+\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\varphi''(b)f_b a_{ib}^2}{2}\right]. \quad (17)$$

通过整理和相位展开可得到被测物体的相位分布:

$$\varphi(b)=U\left\{\phi_w(b)-2\pi f_0 b-\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\varphi''(b)f_b a_{ib}^2}{2}\right]\right\}, \quad (18)$$

式中 $U\{\}$ 表示相位展开操作。利用投影系统以及成像装置和参考面之间的位置关系,即可恢复被测物体的真实高度^[7]。

在实际应用时, $a_{ib}=\frac{2\pi f_c}{\varphi'(b)+2\pi f_0}+K[\varphi''(b)]$,认为 $K[\varphi''(b)] \approx 0$, $\varphi'(b)=2\pi f_c/a_{ib}-2\pi f_0$ 两边求导可得 $\varphi''(b)$ 。

由于尺度因子 a 是间隔采样,所取得的 a_{ib} 呈阶梯状分布,这种不连续的 a_{ib} 值,会造成相位修正项出现跳变,所以在实际数据处理过程中,计算相位的修正项时,对 a_{ib} 进行了拟合平滑和高斯平滑,再获得 a_{ib} 用于修正项的计算。

4 仿真模拟

在计算机模拟验证中,仿真平台采用MATLAB7.0,模拟物体由Matlab库函数提供的peak函数表示,设置物体的形式为 $4 \times f_{\text{peak}}$,即:

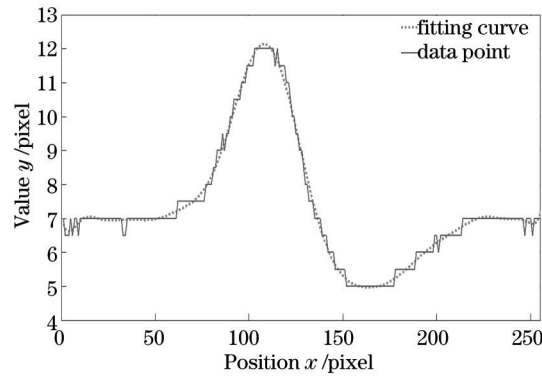
图2 第40行 a_{nb} 拟合图

Fig.2 Fitting of 40th line

$$\varphi(x,y) = 4\{3(1-x)^2 \times \exp[-x^2 - (y+1)^2] - 10(\frac{x}{5} - x^3 - y^5) \times \exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3} \exp[-(x+1)^2 - y^2]\}. \quad (19)$$

物体尺寸映射成 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$, 如图 3(a) 所示, 模拟正弦条纹载频 $f_0 = \frac{1}{7} \text{ pixel}$, 考虑到背景分布的非均匀性, 其光强分布由 $[0.3 + 0.2 \times \phi(x,y) / |\varphi(x,y)|_{\max}]$ 模拟, 条纹对比度设为 1, 并加入了 16 dB 的高斯白噪声, 变形条纹如图 3(b) 所示。

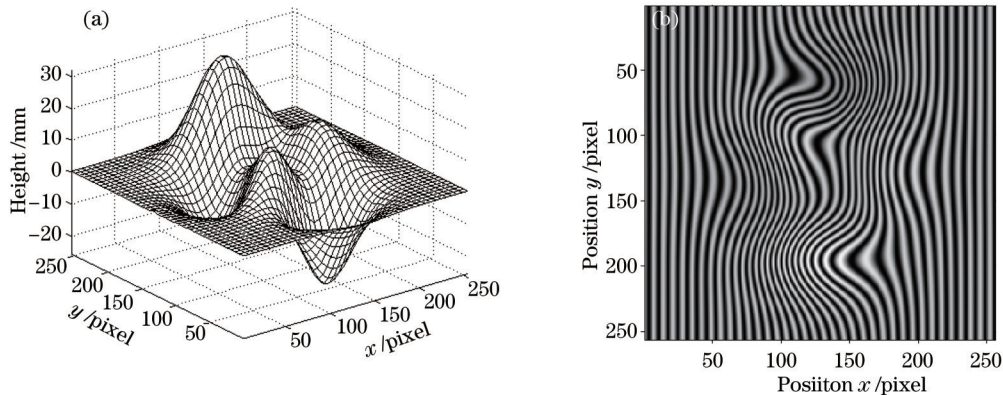


图3 (a)模拟物体; (b)变形条纹

Fig.3 (a) Simulated object; (b) deformed fringe pattern

图 4(a) 和 (b) 分别是基于相位一阶泰勒展开和二阶泰勒展开的 Morlet 小波“脊”方法重建的物体, (c) 和 (d) 是相应的误差分布图, (e) 是第 113 行原物体与分别基于一阶泰勒展开和二阶泰勒展开恢复的物体的比较, (f) 是重建物体第 113 行的误差分布。

由于对相位采用了二阶泰勒近似, 物体面形变化大的区域的重建精度得到提高, 减小了测量误差。基于一阶泰勒展开恢复物体的标准差为 0.21926 mm , 采用二阶泰勒展开的标准差为 0.15598 mm 。特别是在物体起伏大的地方, 重建误差明显减小。在图像边缘, 小波的不完整带来较大的边沿误差, 在图 4(c)~(f) 中均对边缘进行了处理。

5 实验验证

一组初步实验也验证了我们的分析。实验装置示意图如图 5(a) 所示, 所使用仪器为投影仪 DLP (PLUS $\mu 3-880$)、CCD (Canon A80), 系统参数 $L_0/d = 3.0$ 。CCD 采集到的条纹如图 5(b) 所示 (尺寸: $800 \text{ pixel} \times 600 \text{ pixel}$)。为了验证二阶修正项的引入带来的精度的改进, 将测量结果与被测物体的相位测量轮廓术 (PMP) 测量结果做了对比。因为基于多帧条纹处理的相位解调方法具有很好的测量精度, 常作为其他结构光投影测量方法的验证。这里采用 5 帧最小二乘相移算法^[19]。基于一阶泰勒展开的 Morlet 小波“脊”方法, 二阶泰勒展开的 Morlet 小波“脊”方法和相移轮廓术的重建结果 (均对边缘部分进行了处理) 分别如图 5(c)~(e) 所示。图 5(f) 画出了重建物体的同一剖面分布。

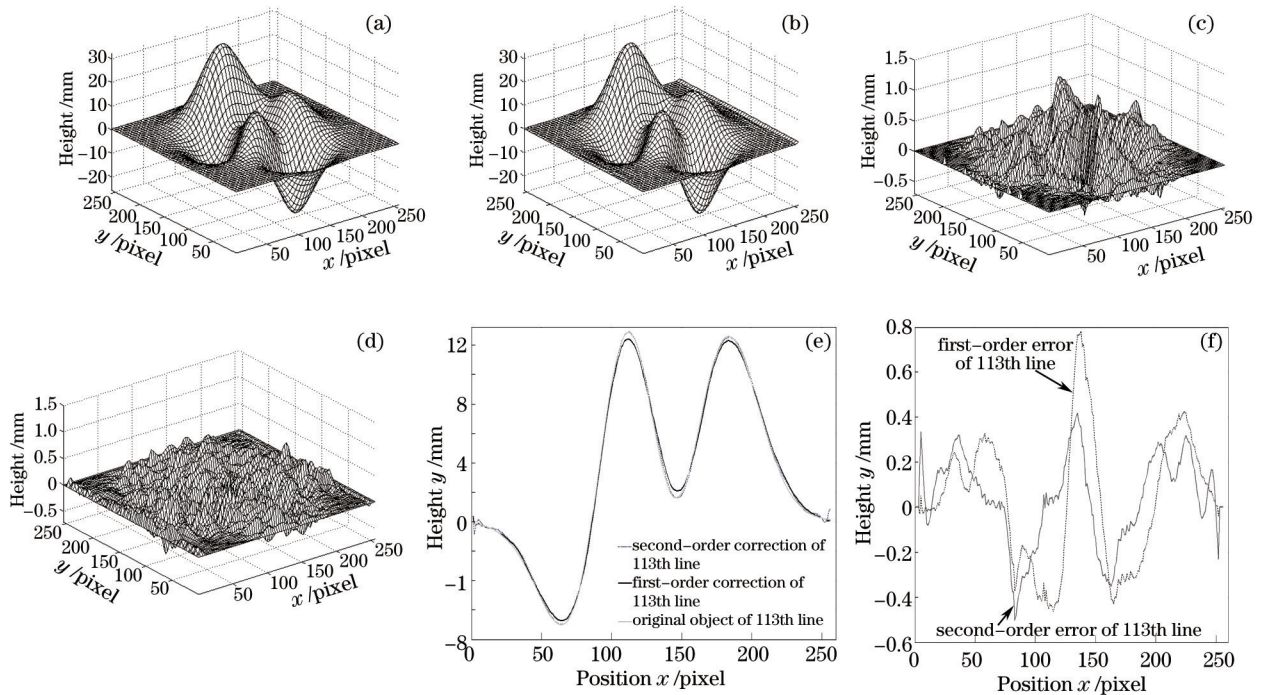


图4 (a) 基于一阶泰勒展开恢复的物体; (b) 基于二阶泰勒展开恢复的物体; (c) 一阶泰勒展开的物体误差分布; (d) 二阶泰勒展开的物体误差分布; (e) 113行恢复物体比较; (f) 113行误差比较

Fig.4 (a) Reconstruction based on first order Taylor expansion; (b) reconstruction based on second order Taylor expansion; (c) error based on first order Taylor expansion; (d) error based on second order Taylor expansion; (e) 113th line section of reconstructed object by two methods; (f) 113th line section of the error by two methods

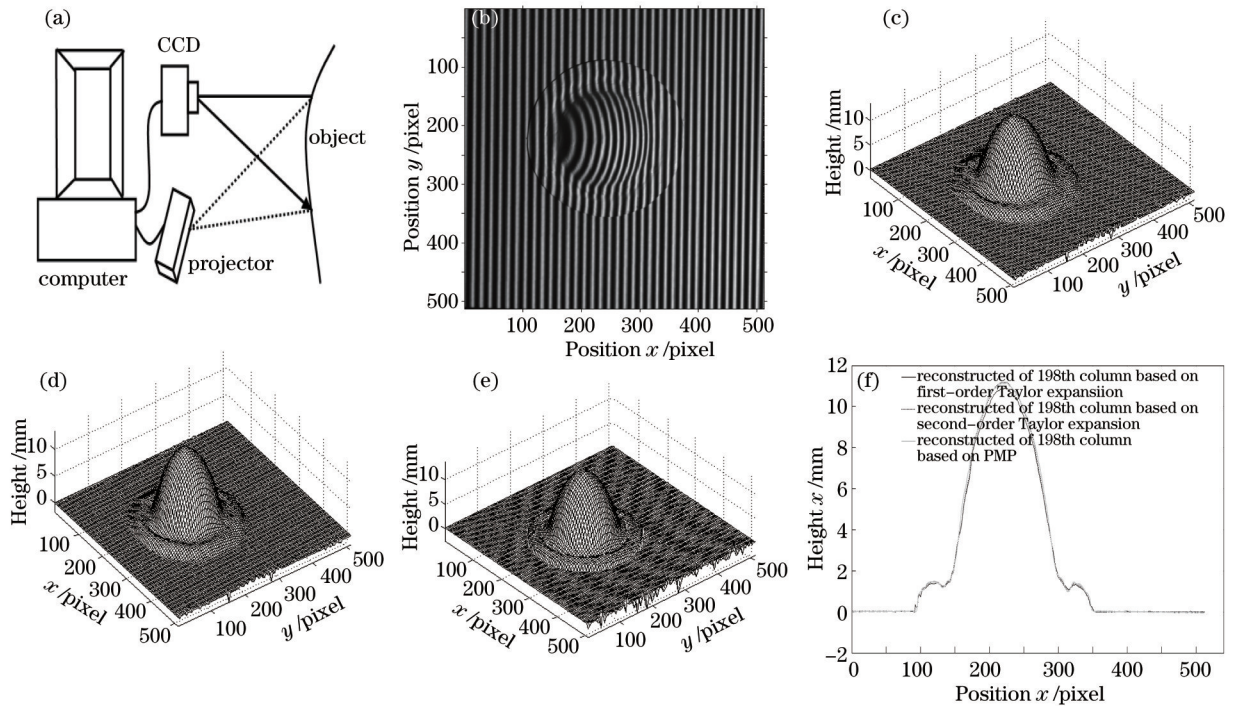


图5 (a)实验装置示意图; (b)变形条纹; (c)一阶泰勒展开的重建物体; (d)二阶泰勒展开的重建物体; (e)基于相位测量轮廓术的重建物体; (f)第198列重建面形比较

Fig.5 (a) Drawing of experiment system; (b) deformed fringe pattern; (c) reconstructed object based on first order Taylor expansion; (d) reconstructed object based on second order Taylor expansion; (e) reconstructed object based on the PMP; (f) comparison of 198th column of reconstructed object by three methods

从图5中可以看出,在 x 坐标为220 pixel的附近,物体轮廓变化比较大,基于二阶泰勒展开更好地恢复了原物体的面形,从而验证了理论的正确性。

6 结 论

小波变换具有很强的时频分析能力,论文讨论基于Morlet小波函数的小波变换“脊”方法在结构光投影光学三维面形测量中提高测量精度的方法。针对传统的Morlet小波“脊”方法中,相位用一阶泰勒展开存在的不足,提出了基于相位二阶泰勒展开的小波变换轮廓术,推导了“脊”处的相位解析表达式,通过引入一个与相位的二阶导数有关的修正项,提高了物体高度变化较大区域的测量精度。计算机仿真和实验结果表明,相位用二阶泰勒展开能更准确地恢复物体轮廓,特别是在物体面形变化陡峭的部分,提高了小波变换“脊”方法恢复物体面形的精度。

参 考 文 献

- 1 Su Xianyu, Li Jitao. Information Optical [M]. Beijing: Science Press, 1999. 288-299.
苏显渝,李继陶.信息光学[M].北京:科学出版社,1999. 288-299.
- 2 Jin Guofan, Li Jingzhen. Laser Metrology [M]. Beijing: Science Press, 1998. 337.
金国藩,李景镇.激光测量学[M].北京:科学出版社,1998. 337.
- 3 Zhang Qican, Su Xianyu. Research progress of dynamic three-dimensional shape measurement [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(1): 010001.
张启灿,苏显渝.动态三维面形测量的研究进展[J].激光与光电子学进展,2013, 50(1): 010001.
- 4 Li Wansong, Su Xianyu, Su Likun, *et al.*. Phase-measuring profilometry in non-constant environmental light [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(5): 617-623.
李万松,苏显渝,苏礼坤,等.非恒定环境光条件下的相位测量剖面术[J].光学学报,2000, 20(5): 617-623.
- 5 Zhao Wenchuan, Su Xianyu. Analysis of nonlinearity errors in phase measuring profilometry [J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(10): 1560-1564.
赵文川,苏显渝.相位测量轮廓术(PMP)中光场非线性误差分析[J].光子学报,2006, 35(10): 1560-1564.
- 6 M Takeda, K Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. Appl Opt, 1983, 22(24): 3977-3982.
- 7 Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: a review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2001, 35(5): 263-284.
- 8 Xiao Yanshan, Cao Yiping, Wu Yingchun, *et al.*. Gamma nonlinearity correction based on Fourier spectrum analysis for phase measuring profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1212004.
肖焱山,曹益平,武迎春,等.基于傅里叶频谱分析的相位测量轮廓术系统Gamma非线性校正方法[J].光学学报,2012, 32(12): 1212004.
- 9 Qian Kemao, Haixia Wang, Wenjing Gao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses [J]. Appl Opt, 2008, 47(29): 5408-5419.
- 10 Qian Kemao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis [J]. Appl Opt, 2004, 43(13): 2695-2702.
- 11 Lei Huang, Qian Kemao, Bing Pan, *et al.*. Comparison of Fourier transform, windowed Fourier transform, and wavelet transform methods for phase extraction from a single fringe pattern in fringe projection profilometry [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2): 141-148.
- 12 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe pattern [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 454-459.
翁嘉文,钟金钢.小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J].光学学报,2005, 25(4): 454-459.
- 13 Sikun Li, Wenjing Chen, Xianyu Su. Reliability-guided phase unwrapping in wavelet-transform profilometry [J]. Appl Opt, 2008, 47(18): 3369-3377.
- 14 Jinggang Zhong, Jiawen Wang. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform [J]. Opt Lett, 2005, 30(19): 2560-2562.
- 15 Lionel R Watkins. Review of fringe pattern phase recovery using the 1-D and 2-D continuous wavelet transforms [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(8): 1015-1022.

- 16 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. A new wavelet transform method for optical carrier-fringe pattern phase reconstruction [J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(12): 3060-3064.
李思坤, 苏显渝, 陈文静. 一种新的小波变换空间载频条纹相位重建方法[J]. 中国激光, 2010, 37(12): 3060-3064.
- 17 Sun Juan, Chen Wenjing, Su Xianyu, *et al.*. Study the measurement range of wavelet transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 647-653.
孙娟, 陈文静, 苏显渝, 等. 小波变换轮廓术的测量范围研究[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 647-653.
- 18 Zhang Mingzhao, Mou Jianhua, Liu Yang, *et al.*. Phase extraction for patterns based on complex Morlet wavelet transform [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(3): 643-649.
张明照, 牟建华, 刘扬, 等. 应用复Morlet小波变换分析条纹图相位[J]. 光学精密工程, 2012, 20(3): 643-649.
- 19 Zhong Min, Chen Wenjing, Jiang Mohua. S-transform profilometry eliminates nonlinear error in deformed fringe pattern [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112003.
钟敏, 陈文静, 蒋模华. S变换轮廓术中消除条纹非线性影响的方法[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1112003.
- 20 Dong Fuqiang, Da Feipeng, Huang Hao. Windowed Fourier transform profilometry based on advanced S-transform [J]. Acta Optical Sinica, 2012, 32(5): 0512008.
董富强, 达飞鹏, 黄昊. 基于S变换的改进窗口傅里叶三维测量法[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512008.
- 21 Yves Surrel. Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping [J]. Appl Opt, 1996, 35(1): 51-60.