

克尔微腔光频梳理论分析模型及多波长光源应用探讨

张利斌 陈少武

中国科学院半导体研究所集成光电子学国家重点实验室, 北京 100083

摘要 基于高品质因子微谐振腔的参量四波混频实现光学频率梳是一种新的频率梳实现方法, 拓展了传统固体及非线性光纤飞秒激光器等光频梳的应用范围, 在精密频率标定、天文光谱校准、任意波形产生、光学存储和孤子传输、片上通信光源等方面具有较高的优势。本文简要总结、评述了几种主要的光频梳动力学分析模型及数值方法, 以及这些不同方法的内在联系。基于描述光频梳动态行为的非线性 Lugiato-Lefever 方程分析了可能存在的动力学过程, 并据此对不同特点光频梳进行了分类。通过设计反馈结构理论上研究了正常色散微腔和反常色散微腔的光梳特点, 探讨了作为片上光互连用多波长光源应满足的条件及可能的实现途径。

关键词 非线性光学; 克尔谐振腔; 光频梳; Lugiato-Lefever 方程; 多波长集成光源

中图分类号 O437.4 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.110008

Theoretical Modeling of Kerr Resonators Based Optical Frequency Combs and Their Potential Applications as Multi-wavelength Sources

Zhang Libin Chen Shaowu

State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics, Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China

Abstract A new optical frequency comb generation method has emerged using parameter four wave mixing in high quality factor Kerr micro-resonators. Due to the unique characteristics, it has broadened the application fields of the traditional solid state or nonlinear fiber femto-second laser based optical frequency combs, such as precise frequency calibration, precision spectroscopy, astronomy, waveform generation, optical storage and soliton transmission, telecommunication source and so on. In this paper, some principal theoretical modeling methods for Kerr micro-resonators based optical frequency combs are summarized and their inherent relationship is reviewed, then based on the nonlinear Lugiato-Lefever equation (LLE), a new stability analysis method is given to determine the modulation instability areas in both normal and anomalous dispersion resonators and hereby the different combs are classified. Finally the possibility of Kerr resonator with controllable feedback as an integrated multi-wavelength source is discussed and several different probably achieving methods and conditions are demonstrated.

Key words nonlinear optics; Kerr resonators; optical frequency combs; Lugiato-Lefever equation; multi-wavelength light source

OCIS codes 140.4780; 190.4380; 190.3270; 190.3100

1 引言

克尔微腔光频梳最早是由 Kippenberg 等^[1-2]提出, 最初的目的是弥补已经成熟的锁模飞秒激光器光频梳技术的不足^[3]。克尔微腔光频梳相比飞秒激光光梳的优势在于其梳齿间隔可以覆盖 10 GHz~1 THz, 并且在控制群速色散方面具有更大的灵活性, 因此更容易实现倍频程光频梳; 克尔微腔的另一个优势在于其品质因子非常高, 使其具有极高的场增强效应^[4]。这两个特点使得克尔微腔比较容易实现较低功率下的光谱

收稿日期: 2014-04-16; 收到修改稿日期: 2014-06-03; 网络出版日期: 2014-10-22

作者简介: 张利斌(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事硅基微腔全光非线性方面的研究。

E-mail: zhanglibin@semi.ac.cn

导师简介: 陈少武(1968—), 男, 博士, 研究员, 主要从事硅基非线性光子学与片上光互连方面的研究。

E-mail: swchen@semi.ac.cn(通信联系人)

仪可分辨的倍频程光梳,并可以应用于精密频率校准^[5-8]、任意波形产生^[9-10]、通信用集成光源^[11-13]等领域。由于克尔微腔具有非常复杂的非线性现象,例如图灵环、双稳态、孤子态、分岔、混沌态等^[14-18],具体的某种应用通常对应某个动态过程,并可能受到其他动态过程的影响。本文评述克尔微腔光频梳理论分析方法,据此对光梳动态行为进行分类阐述,并重点分析如何实现通信用多波长光源。

2 克尔微腔光频梳理论分析方法

2.1 光频梳生成过程数学分析模型

描述克尔微腔光频梳动态过程的数学模型主要包含两种,一种是非线性耦合模理论,另一种是非线性 Lugiato-Lefever 方程。2010年,Chembo等^[19-20]基于麦克斯韦波动方程,推导得到了描述光在回音壁(WG)微腔中传输的动态方程,即非线性耦合模方程(NCME)。但是数值计算该方程时需要在时域求解所需考虑的模式四波混频关系,其计算时间与微腔模式数的三次方成正比,因此难以计算模式数目超过几百个时的光梳演化过程。

解决该问题的方法来自于将描述波导的非线性薛定谔方程与微腔耦合条件的成功结合。2013年,Coen等^[21]使用这种包含衰减、耦合等因素的非线性薛定谔方程即 Lugiato-Lefever 方程(LLE)第一个模拟了光频梳动态过程,理论计算结果与之前的实验结果精确吻合。LLE 在处理频域多波长级联四波混频问题时采用了傅里叶变换方法,因此计算时间基本不受计算模式数目的影响,例如使用普通电脑计算几百个模式的光频梳所需要的时间仅为几分钟。

NCME 与 LLE 虽然形式差别较大,但是仍然可以通过一定的数学变换将两者联系起来,只考虑二阶色散效应的 LLE 写为^[22]

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = -(1 + i\alpha)\psi + i|\psi|^2\psi - i\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + F, \quad (1)$$

其中 ψ 表示腔内传输光的复振幅,其模方表示腔内光功率; α 表示归一化的入射光频率失谐量; β 表示归一化二阶色散系数; F 表示归一化入射光振幅,其模方表示入射光功率;微分项 τ 表示归一化传输时间,而微分项 θ 表示腔内角位置,归一化之后腔内光满足周期性边界条件: $\psi(\tau, \theta) = \psi(\tau, \theta + 2\pi)$ 。Chembo 等基于 LLE 对光频梳进行了详细研究,包括正常色散微腔^[14]和反常色散微腔^[15]中的光频梳动态过程分析,以及亮孤子、暗孤子^[23],甚至混沌^[16]等现象的理论分析。

在下面的计算过程中,使用自己编写的算法求解 LLE,即时域微分采用四阶五级变步长龙格库塔方法,频域采用快速傅里叶变换方法。计算 LLE 时采用的算法参考了计算非线性薛定谔方程时使用的分步傅里叶算法等^[24-25]。

由于 LLE 具有更简洁的形式,因此以 LLE 为基础分析光频梳的动态过程,并基于此给出光频梳的种类。以(1)式为例进行分析说明。记 $\psi_t = \partial\psi/\partial\tau$, $\psi_{xx} = \psi_{\theta\theta} = \partial^2\psi/\partial\theta^2$, 这里为了分析方便,将 θ 替换为 x 。因此(1)式变为

$$\psi_t = -(1 + i\alpha)\psi + i|\psi|^2\psi - i\frac{\beta}{2}\psi_{xx} + F. \quad (2)$$

1) 稳态条件: $\psi_t = 0$, $\psi_{xx} = 0$

这种情况意味着腔内的能量分布为线性变化,而总能量不随时间发生变化。将该条件代入(2)式中,得到:

$$F = (1 + i\alpha)\psi - i|\psi|^2\psi = \psi + i(\alpha - |\psi|^2)\psi, \quad (3)$$

令 $\rho = |\psi|^2$, $G = F^2 = |F|^2$, 注意到当入射光为连续波时, F 通常为固定的实数,将该关系式代入(3)式,得

$$G = F^2 = [1 + (\alpha - |\psi|^2)^2]|\psi|^2 = [1 + (\alpha - \rho)^2]\rho = \rho^3 - 2\alpha\rho^2 + (\alpha^2 + 1)\rho. \quad (4)$$

由此可以看出,一个初值 F 可能对应三个能量 ρ , 即可能存在光学双稳态。当方程(4)式为单值函数时,则不存在光学双稳态。

$$f \equiv \partial G / \partial \rho = 3\rho^2 - 4\alpha\rho + \alpha^2 + 1, \quad (5)$$

令(5)式等于零,得到判据条件为 $\Delta = 16\alpha^2 - 12(\alpha^2 + 1) = 4(\alpha^2 - 3)$, 显然,若 $|\alpha| \geq \sqrt{3}$, 则 $\Delta \geq 0$, 即存在腔内能量

ρ 使得 $f = \partial G / \partial \rho$ 等于或小于零, 也即此时为双稳态; 当 $|\alpha| < \sqrt{3}$ 时, $\Delta < 0$, $f = \partial G / \partial \rho > 0$, G 是 ρ 的单值函数。

当 $\Delta \geq 0$, 即 $|\alpha| \geq \sqrt{3}$ 时, 令 $f = \partial G / \partial \rho = 0$, 得到此时的腔内能量以及对应的入射光归一化功率为:

$$\rho_{\pm} = \frac{2}{3}\alpha \pm \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3}, \quad (6)$$

$$F_{\pm}^2 = G_{\pm} = \left(\frac{2}{3}\alpha \pm \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \right) \left[1 + \left(\frac{1}{3}\alpha \mp \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

2) 解的稳定性——非稳态判定

需要考虑当给微腔稳态解施加微小扰动时, 该解是否仍然稳定。假设在某时刻 t 的稳态解为 $\psi(x) = \psi_0$, 扰动为 $\delta\psi(x, t) \equiv \delta\psi$, 即 $\psi = \psi_0 + \delta\psi$ 。将该式代入(2)中, 得到

$$\delta\psi_t = -(1 + i\alpha)\delta\psi + 2i|\psi_0|^2\delta\psi + i\psi_0^2\delta\psi^* - i\frac{\beta}{2}\delta\psi_{xx}. \quad (8)$$

将 $\psi_0 = \psi_R + i\psi_I$ 和 $\delta\psi = \delta\psi_R + i\delta\psi_I$ 代入(8)式, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta\psi_R + i\delta\psi_I) = (-1 - 2\psi_R\psi_I)\delta\psi_R + \left(\alpha - \psi_R^2 - 3\psi_I^2 + \frac{\beta}{2}\partial_{xx} \right)\delta\psi_I + i\left(\alpha + 3\psi_R^2 + \psi_I^2 - \frac{\beta}{2}\partial_{xx} \right)\delta\psi_R + i(-1 + 2\psi_R\psi_I)\delta\psi_I, \quad (9)$$

令 $\mathbf{y} = (\delta\psi_R, \delta\psi_I)^T$, 则(9)式可以写成矩阵的形式:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{y} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \delta\psi_R \\ \delta\psi_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 2\psi_R\psi_I & \alpha - \psi_R^2 - 3\psi_I^2 + \frac{\beta}{2}\partial_{xx} \\ \alpha + 3\psi_R^2 + \psi_I^2 - \frac{\beta}{2}\partial_{xx} & -1 + 2\psi_R\psi_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\psi_R \\ \delta\psi_I \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\text{令 } \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J} \cdot (\mathbf{y}_t + \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} \alpha - \psi_R^2 - 3\psi_I^2 + \frac{\beta}{2}\partial_{xx} & -2\psi_R\psi_I \\ 2\psi_R\psi_I & \alpha + 3\psi_R^2 + \psi_I^2 - \frac{\beta}{2}\partial_{xx} \end{pmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{y}. \quad (11)$$

将 $y(x, t)$ 分离变量 $y(x, t) = z(x)\exp(\lambda t)$, 若 $\lambda < 0$, 则微扰量 $y(x, t) \rightarrow 0$, 即 ψ_0 是局部稳定的; 否则, 其是非稳解。将 $y(x, t) = z(x)\exp(\lambda t)$ 代入(11)式, 得

$$\mathbf{J} \cdot (z\lambda + z) = (\lambda + 1)\mathbf{J}z \equiv \mu\mathbf{J}z = \mathbf{H}z, \quad (12)$$

非稳态条件为 $\lambda > 0$, $\mu > 1$ 。

$z(x)$ 总可以写成特征矢量的泰勒级数, 这里以某个特征矢量为例, 即 $z(x) = z_0 \exp(-ikx)$, 将之代入(12)式中, 得到

$$(\mathbf{H}_k - \mu\mathbf{J})z_0 = 0, \quad (13)$$

其中 \mathbf{H}_k 指将 \mathbf{H} 矩阵中 $\partial_{xx} \rightarrow -k^2$ 。若(13)式成立, 则 $|\mathbf{H}_k - \mu\mathbf{J}| = 0$, 由此得到

$$f(k^2) \equiv -\mu^2 = \left(\frac{\beta}{2}k^2 - \alpha + |\psi_0|^2 \right) \left(\frac{\beta}{2}k^2 - \alpha + 3|\psi_0|^2 \right), \quad (14)$$

其中 $|\psi_0|^2 = \psi_R^2 + \psi_I^2$ 。非稳态时, 要求 $\mu > 1$, 即 $f(k^2) = -\mu^2 < -1$, 整理成:

$$\frac{\beta^2}{4}k^4 + (2|\psi_0|^2 - \alpha)\beta k^2 + 3|\psi_0|^4 - 4\alpha|\psi_0|^2 + \alpha^2 + 1 < 0. \quad (15)$$

若(15)式成立, 则需要满足如下条件:

$$\Delta = \left[(2|\psi_0|^2 - \alpha)\beta \right]^2 - 4\frac{\beta^2}{4}(3|\psi_0|^4 - 4\alpha|\psi_0|^2 + \alpha^2 + 1) > 0, \quad (16)$$

$$(2|\psi_0|^2 - \alpha)/\beta < 0, \quad (17)$$

$$3|\psi_0|^4 - 4\alpha|\psi_0|^2 + \alpha^2 + 1 > 0. \quad (18)$$

对(16)式分析, 得到

$$|\psi_0|^2 > 1. \quad (19)$$

对(17)式分析,得到

$$\begin{aligned} \text{正常色散 } \beta > 0 \text{ 时, } \alpha &> 2|\psi_0|^2, \\ \text{反常色散 } \beta < 0 \text{ 时, } \alpha &< 2|\psi_0|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

对(18)式分析,若 $\alpha^2 < 3$, (18)总成立;若 $\alpha^2 > 3$, 则

$$\begin{aligned} |\psi_0|^2 &> \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \equiv |\psi_{0+}|^2, \\ \text{或 } |\psi_0|^2 &< \frac{2}{3}\alpha - \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \equiv |\psi_{0-}|^2. \end{aligned} \quad (21)$$

综上,得到正常色散和反常色散的非稳态条件分别为:

正常色散 $\beta > 0$,

$$1 < |\psi_0|^2 < \frac{2}{3}\alpha - \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \equiv |\psi_{0-}|^2, \alpha > 2, \quad (22)$$

反常色散 $\beta < 0$,

$$\begin{aligned} \alpha < \sqrt{3} \text{ 时, } |\psi_0|^2 &> 1, \\ \alpha \geq \sqrt{3} \text{ 时, } |\psi_0|^2 &> \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{3}\sqrt{\alpha^2 - 3} \equiv |\psi_{0+}|^2. \end{aligned} \quad (23)$$

将判别式(22)式和(23)式绘制在坐标图中,得到图 1。可见,正常色散和反常色散出现非稳态的区间不同,即自发激发光频梳的区间不同。图中,双稳态区间体现在 $[|\psi_{0-}|^2, |\psi_{0+}|^2]$ 包围的区域中。

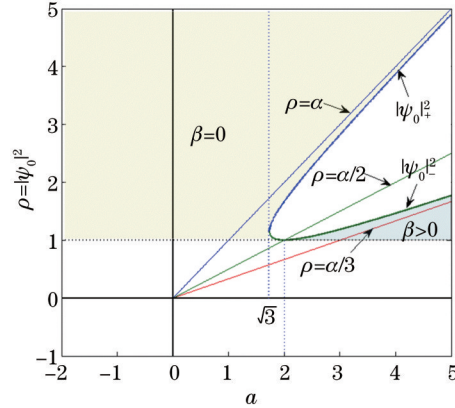


图 1 正常色散和反常色散微腔的非稳态区域坐标分布图

Fig.1 Modulation instability area in (ρ, α) plane with normal and anomalous dispersion Kerr resonators

2.2 非稳态不同特征光频梳分类

1) 图灵环 (Turing rolls)

发生在反常色散微腔的非稳态区间,只有当腔内归一化功率较低时才产生图灵环。其特点是即使不需要初值,也可以自发产生光频梳,腔内能量分布的峰值个数与频域中第一级梳齿的位置序数一致,满足关系 $l_0 = \sqrt{\frac{2}{\beta}(\alpha - 2\rho)}$ 。若腔内功率增加则可能激发另一个非稳态——混沌,图灵环和混沌之间的分界线往往不明显,中间过渡有分岔等现象。

2) 混沌 (chaos)

混沌态是反常色散微腔在满足特定条件后产生的一个非稳定状态,表现为每一个梳齿功率随时间发生变化。从图灵环过渡到混沌过程中可能会经历分岔、倍周期等过程^[16]。因此,将分岔、倍周期以及无规则振荡状态统称为广义上的混沌态。

混沌使得频域的梳齿能够扩展到主梳齿之间的间隙位置,是频域噪声的主要来源。腔内光功率分布表现为不规则、且随时间变化,频域上梳齿功率随时间也发生变化。

3) 光孤子 (solitons)

光孤子分为亮孤子和暗孤子,暗孤子存在于正常色散的双稳态的特定范围之内;而亮孤子存在于反常色散的双稳态范围之内。其特点是,当腔内光功率处于双稳态的下分支时,叠加一个微小的脉冲扰动,则微

腔能够对该脉冲进行放大,形成光孤子。

光孤子在腔内表现为一个明显的孤子形状,即微腔输出端将输出以光绕微腔一周时间为周期的孤子脉冲;而频域上表现为扩展的梳齿分布,光梳能够扩展到几百个自由光谱范围(FSR)光模式。第一级梳齿紧邻中心入射波长,功率与中心频率的功率差别较大;但是梳齿之间的功率差别相对较小。

3 克尔微腔用于多波长光源探索研究

多波长光源在光通信领域中具有非常重要的作用,实现多波长光源的方法为将不同波长的激光器集成,例如集成的分布反馈式激光器阵列^[26-27]、光纤激光器^[28]等。克尔微腔光频梳实现通信用多波长光源的优势在于其只需要一个抽运光和一个克尔微腔,从而极大地节省了激光器的数量。这一节通过使用反馈光路结构控制微腔光频梳过程,研究基于克尔微腔实现多波长光源的过程,分别研究正常色散微腔和反常色散微腔存在反馈光时的行为特点。

当克尔微腔输出端加入一个反馈光路,并在该光路中加入光放大器、滤波器等光学器件时,输出光梳的性质可能受到反馈光的波长和功率等影响而发生变化。通常情况,反馈光的光学频率为微腔光频梳的某个或某些光梳频率,因此其本质上类似同时注入两束或多束激光,且这些激光频率相对各自谐振频率的偏移量相同。从这个分析可以发现,加入反馈可以省去外部多束激光同时注入时所必需的波长精密调节。反馈环路的一个实验示意图可参考相关文献^[29]。这里分别讨论正常色散微腔、反常色散微腔加入反馈之后各自的特点。理论计算多束入射光情形时,归一化的入射光振幅需要改用复振幅,其傅里叶变换后的频域功率分布恰好包含抽运光和反馈光,因此整个数值计算过程与单波长入射时基本相同。

3.1 正常色散微腔

固定入射光功率和波长时,正常色散微腔通常很难激发产生光频梳。加入反馈光环路,类似加入了另外一束激光,这样两束光之间发生四波混频作用,从而产生光梳,如图 2 所示。图中横坐标表示微腔的相对谐振模式(即自由光谱范围 FSR 的倍数),其以入射抽运光所在谐振模式为中心;纵坐标表示腔内的归一化相对功率。当反馈光位于 1FSR 位置时,该反馈光与入射抽运光之间发生级联四波混频,产生了众多梳齿。但是较远谐振模式的光梳能量下降非常快,源自该谐振腔具有的较大的归一化二阶色散系数,限制了级联四波混频的转换效率。当反馈光位于 2FSR 和 3FSR 位置时,可以看到产生的稳定梳齿分布只存在 $2n$ 和 $3n$ 倍数的谐振峰位置,因此基于这一点可以有效控制多波长光源的波长间隔。

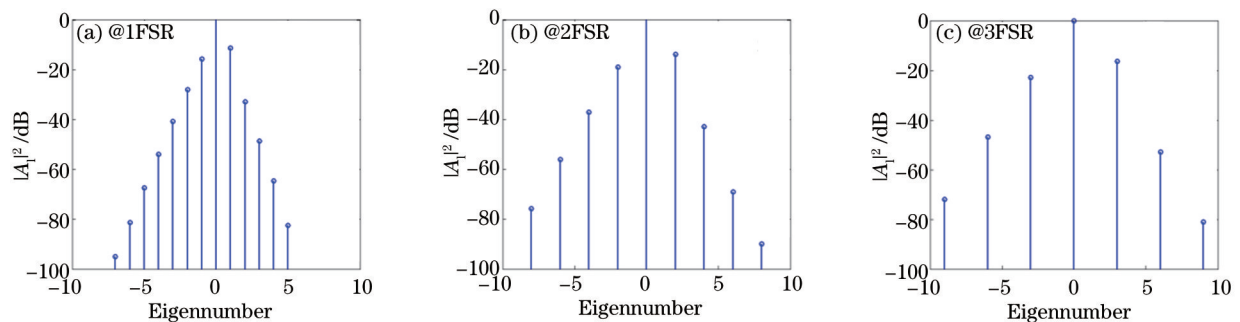


图2 稳态腔内梳齿相对功率分布图,反馈光分别位于第1、2、3级FSR位置。使用的归一化参数分别为: $\beta=0.2$,抽运光 $\alpha=1$, $F=1.36$,反馈光功率为入射光功率的1/10(小10 dB)

Fig.2 Cavity combs power distribution at steady state, with feedback comb at 1, 2, and 3 FSR respectively. Used parameter values are $\beta=0.2$, $\alpha=1$, $F=1.36$, feedback comb power is one tenth of input pump power (less than 10 dB)

固定反馈光位置,调整反馈光功率发现,即使反馈光功率降低至比入射抽运光功率小60 dB,仍然会出现四波混频现象,但是梳齿数量明显减少,功率明显降低,如图 3 所示。由于抽运光归一化功率较高,因此即使反馈光功率较弱,也可以和强抽运光之间发生四波混频作用,但是此时的四波混频转换效率降低,新产生的梳齿与抽运光的二次四波混频效率更低。因此,为了获得更宽的梳齿范围,可以适当增加反馈光功率。

基于克尔微腔实现片上多波长光源是其重要应用之一。作为多波长光源,各梳齿功率需要基本相同(功率差应小于3 dB,或更小)。因此需要研究如何布局光频梳,使之能够实现输出梳齿功率一致的光梳。

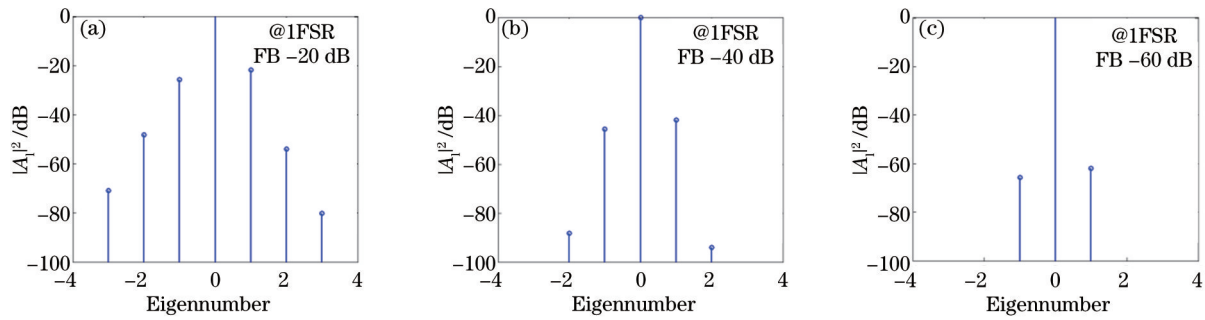


图3 稳态腔内梳齿相对功率分布图,反馈光位于第1级FSR位置,反馈光功率比入射光功率分别小20 dB、40 dB、60 dB。使用的归一化参数分别为: $\beta=0.2$,抽运光 $\alpha=1$, $F=1.36$;FB:反馈

Fig.3 Cavity combs power distribution at steady state, with feedback comb at 1FSR, and feedback comb power 20 dB, 40 dB, and 60 dB less than pump power. Used parameter values are $\beta=0.2$, $\alpha=1$, $F=1.36$; FB: feedback

其中一种方案是克尔微腔和反馈滤波放大等功能集成在一起。模拟显示,可以通过分别控制每一束反馈光的功率,实现对腔内梳齿功率的均衡,如图4(a)所示。该图反馈光位于 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 、 ± 5 、 ± 8 FSR位置,功率比入射抽运光分别小0.128 dB、0.414 dB、1.14 dB、1.30 dB、2.04 dB、4.77 dB。注意到,并不需要在每一个梳齿位置使用反馈光,例如该方案中 ± 6 和 ± 7 FSR位置并不存在反馈光。腔内光功率除了位于 ± 7 FSR位置的梳齿功率比其他梳齿功率低(3 dB之内),其他梳齿的功率均衡度较好。但是,该方案的一个明显不足在于需要精确控制每一束反馈光的功率大小,这点显然不现实。此外,让反馈光路的光功率等于入射抽运光功率(通常在百毫瓦量级),对于片上集成半导体光放大器而言,仍比较困难。

另一种方案为降低反馈光功率,使输出光功率除抽运光外近似相同即可。最简单的做法是所有反馈功率均相同,如图4(b)所示,此时反馈光梳位于从 ± 1 到 ± 8 所有梳齿,反馈梳齿功率均为1 mW,比入射抽运光小20 dB。可以看到,稳定后腔内所有的梳齿功率在一个合适的范围内(功率差最大约为1 dB)。控制反馈功率使之相等的方案也是可行的,例如,光放大器存在饱和输出功率,若先将输出光分束后分别经过光放大器,之后合束作为反馈光,只要微腔能够激发光频梳,且每个梳齿稳定后的功率基本接近光放大器的饱和放大范围,则每个梳齿的功率值基本相同。而这种方法比之前使用的方法的优势在于不用严格控制每一个梳齿的反馈光功率。

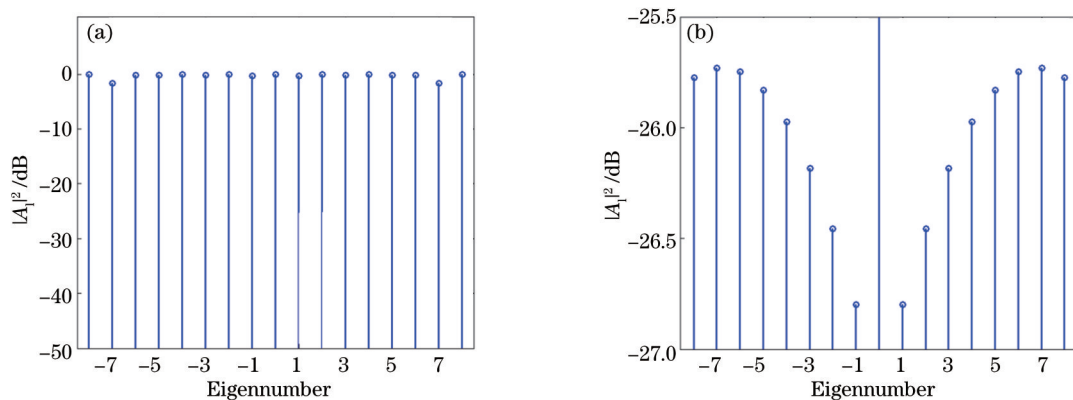


图4 稳态腔内梳齿相对功率分布图。(a)腔内梳齿功率均衡方案;(b)除抽运光外其他梳齿均衡方案($F=1.41$, $\alpha=0$, $\beta=0.0122$)

Fig.4 Cavity combs power distribution at steady state. (a) Method to achieve the equality of cavity comb power, including pump power; (b) method to achieve the equality of cavity comb power, excluding pump power ($F=1.41$, $\alpha=0$, $\beta=0.0122$)

3.2 反常色散微腔

由于正常色散微腔的级联四波混频范围非常有限,因此基于正常色散微腔反馈功能实现16根功率相近的光频梳往往需要非常复杂的反馈操作。而反常色散微腔则比较容易实现较宽范围的光梳。基于反常色散微腔研究存在反馈环路时的光频梳动态过程,对于实现片上光通信光源具有较高的指导意义。

模拟使用的参数分别为:反常色散微腔的 $\beta=-1.1$,入射抽运光参数分别为: $\alpha=0$, $F=1.66$,对应的第一级梳齿位置为 ± 2 FSR。这里,忽略外腔反馈光的相位影响,最简单情形是同时入射两束抽运光。计算时调整

反馈光的位置,固定其他参数不变(反馈光归一化参数分别为 $\alpha_2=0, F_2=0.166$),观察不同反馈光对反常色散微腔光频梳的影响。注意到,单独作用反馈光时,由于反馈光归一化功率远小于阈值功率,因此不足以激发产生光梳。

当反馈光的位置位于 2FSR 位置时,由于反馈光与微腔本身激发的主梳齿位置相同,故两者作用叠加加强,使得梳齿更快达到稳定状态,如图5所示。该图显示,稳定后腔内归一化功率分布表现为两个峰值,且频域梳齿间隔为 2FSR 。

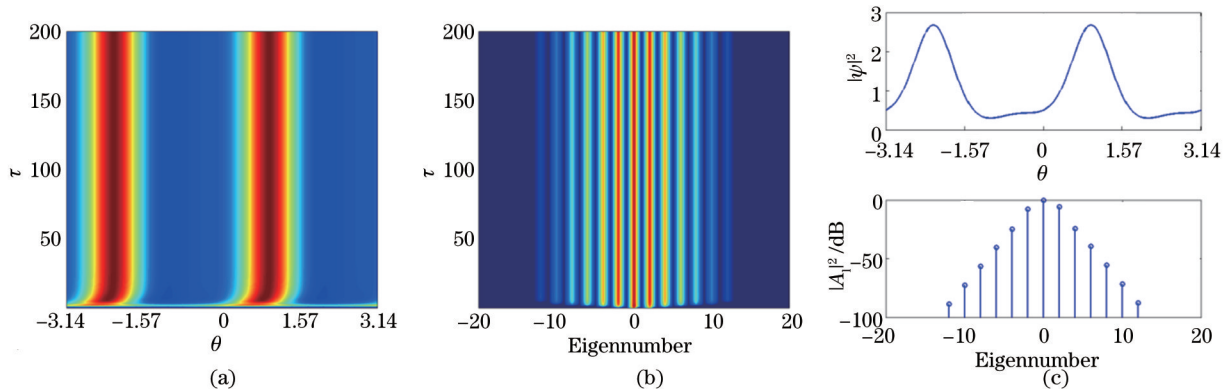


图5 反馈光位于入射抽运光波长 2FSR 时的光梳计算结果。(a)微腔光功率分布随时间变化图;(b)光梳随时间变化图;(c) $\tau=200$ 时刻微腔归一化光功率分布和频域梳齿功率分布

Fig. 5 Dynamical process when feedback comb is at 2FSR position. (a) Cavity power dynamical distribution; (b) frequency combs dynamical process; (c) cavity power and frequency combs power distribution at $\tau=200$

当反馈光相对位置调整为 1FSR 时,入射抽运光与反馈光之间发生四波混频作用,以 1FSR 激发光频梳,之后腔内本征激发的 2FSR 位置的梳齿占据主导地位,使得 $\pm 2\text{FSR}$ 的梳齿功率逐渐高于 $\pm 1\text{FSR}$ 的梳齿功率,如图6所示。但是与图5不同的是,当反馈光与微腔本征主梳齿位置不同时,微腔可以产生原本不存在的梳齿,这些梳齿填满了微腔所有的本征模式。

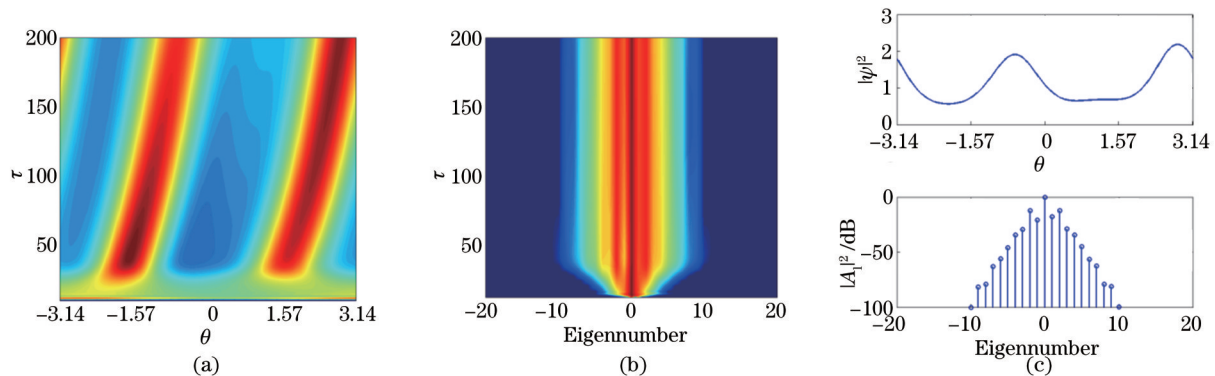


图6 反馈光位于入射抽运光波长 1FSR 时的光梳计算结果。(a)微腔光功率分布随时间变化图;(b)光梳随时间变化图;(c) $\tau=200$ 时刻微腔归一化光功率分布和频域梳齿功率分布

Fig.6 Dynamical process when feedback comb is at 1FSR position. (a) Cavity power dynamical distribution; (b) frequency combs dynamical process; (c) cavity power and frequency combs power distribution at $\tau=200$

当反馈光位于 3FSR 时,由于该反馈光与抽运光的四波混频过程在初始阶段并不会涉及到 $\pm 2\text{FSR}$ 位置的本征模式,因此首先产生的梳齿为 3FSR 及其倍数关系的梳齿。之后微腔激发产生本征 $\pm 2\text{FSR}$ 位置的梳齿,该模式光功率迅速超过 3FSR 梳齿,如图7所示。由于仍然存在 3FSR 反馈光,这些已经存在的光模式之间将发生四波混频现象,使得梳齿功率覆盖包括 $\pm 1\text{FSR}$ 等在内的其他光学模式。

计算结果显示,对于反常色散微腔而言,反馈光的存在会拉长或缩短本征梳齿的产生时间,但是并不会抑制本征主梳齿。注意到,由于使用的归一化二阶色散系数绝对值比较大,对应的梳齿范围只有十几个光学模式。为了提高梳齿范围,一种方案为采用平坦的低二阶色散系数的微腔,基于图灵环产生稳定光梳,加反馈环控制梳齿分布;另一种方案可以基于光孤子现象,该方案产生的光梳相对抽运光功率非常低,并且在

相对较宽的频率范围内梳齿功率相差不大;为了避免使用皮秒脉冲作为激励源,需要制作微腔温度调节机构,使腔内光学状态从图灵环平稳过渡到光孤子态。

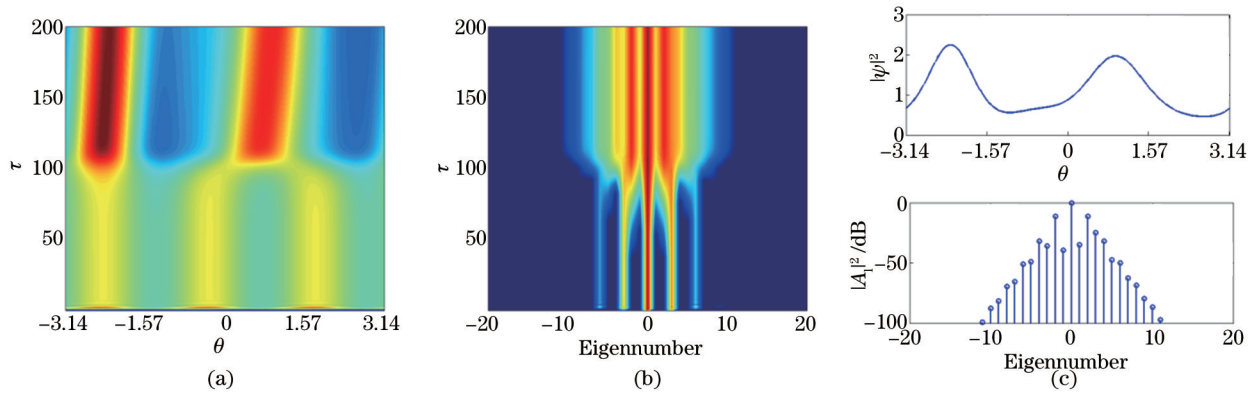


图7 反馈光位于入射抽运光波长3FSR时的光梳计算结果。(a)微腔光功率分布随时间变化图;(b)光梳随时间变化图;(c) $\tau=200$ 时刻微腔归一化光功率分布和频域梳齿功率分布

Fig.7 Dynamical process when feedback comb is at 3FSR position. (a) Cavity power dynamical distribution; (b) frequency combs dynamical process; (c) cavity power and frequency combs power distribution at $\tau=200$

对于反常色散微腔而言,不论是否存在反馈光,微腔始终要激发出光频梳梳齿。当存在反馈光时,反馈光相对主梳齿位置不同,所产生的效果也不同。反馈光模式与主梳齿模式相同时,可以加快该梳齿动态过程;如果不同,则可能由于四波混频和级联四波混频等效应,在原本不存在梳齿的位置产生光频梳。

调整微腔反常色散系数和色散曲线形状,基于图灵环或腔孤子等现象,则可以获得梳齿范围更宽,功率更加均匀,且更容易实现的光频梳,并有望实现片上通信用多波长光源。

4 结束语

简要回顾了克尔微腔光频梳的理论研究和数值模拟方法。为了描述克尔微腔非线性光学动力学过程,采用四阶五级变步长龙格库塔算法对非线性LLE进行了分析和数值计算。基于严格的稳态分析方法,推导了克尔微腔的非稳态区域,即自激发形成光频梳对应的区域,并基于该分析对光频梳进行了分类和说明。光频梳的一个应用是作为通信用多波长光源,本文详细模拟分析了加入反馈之后正常色散和反常色散微腔所具有的不同的传输性质,提出并比较了几种实现多波长光源的方案,得出基于色散系数较小且曲线平坦的反常色散微腔可以较容易实现多波长光源,通过反馈光可以调节梳齿光功率大小,实现片上集成光源。

参考文献

- 1 Kippenberg T J, Spillane S M, Vahala K J. Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh-Q toroid microcavity [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 93(8): 083904.
- 2 Del'Haye P, Schliesser A, Arcizet O, *et al.*. Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator [J]. *Nature*, 2007, 450(7173): 1214-1217.
- 3 Wu Xuejian, Li Yan, Wei Haoyun, *et al.*. Femtosecond optical frequency combs for precision measurement applications [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(3): 030001.
吴学健, 李岩, 尉昊赞, 等. 飞秒光学频率梳在精密测量中的应用[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(3): 030001.
- 4 Zou Changling, Dong Chunhua, Cui Jinming, *et al.*. Whispering gallery mode optical microresonators: fundamentals and applications [J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2012, 42(11): 1155-1175.
邹长玲, 董春华, 崔金明, 等. 回音壁模式光学微腔: 基础与应用[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2012, 42(11): 1155-1175.
- 5 Kippenberg T J, Holzwarth R, Diddams S A. Microresonator-based optical frequency combs [J]. *Science*, 2011, 332(6029): 555-559.
- 6 Del'Haye P, Arcizet O, Schliesser A, *et al.*. Full stabilization of a microresonator-based optical frequency comb [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, 101(5): 053903.
- 7 Foster M A, Levy J S, Kuzucu O, *et al.*. Silicon-based monolithic optical frequency comb source [J]. *Opt Express*, 2011,

- 19(15): 14233–14239.
- 8 Del’Haye P, Papp S B, Diddams S A. Hybrid electro–optically modulated microcombs [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 109(26): 263901.
- 9 Papp S B, Diddams S A. Spectral and temporal characterization of a fused–quartz–microresonator optical frequency comb [J]. *Phys Rev A*, 2011, 84(5): 053833.
- 10 Ferdous F, Miao H, Leaird D E, *et al.*. Spectral line–by–line pulse shaping of on–chip microresonator frequency combs [J]. *Nat Photon*, 2011, 5: 770–776.
- 11 Levy J S, Gondarenko A, Foster M A, *et al.*. CMOS–compatible multiple–wavelength oscillator for on–chip optical interconnects [J]. *Nat Photon*, 2010, 4: 37–40.
- 12 Levy J S, Saha K, Okawachi Y, *et al.*. High–performance silicon–nitride–based multiple–wavelength source [J]. *IEEE Photon Technol Lett*, 2012, 24(16): 1375–1377.
- 13 Johnson A R, Okawachi Y, Lamont M R E, *et al.*. Microresonator–based comb generation without an external laser source [J]. *Opt Express*, 2014, 22(2): 1394–1401.
- 14 Godey C, Balakireva I, Coillet A, *et al.*. Stability analysis of the Lugiato–Lefever model for Kerr optical frequency combs. Part I: Case of normal dispersion [J]. *Phys Rev A*, 2014, 89(6): 063814.
- 15 Balakireva I, Coillet A, Godey C, *et al.*. Stability analysis of the Lugiato–Lefever model for Kerr optical frequency combs. Part II: Case of anomalous dispersion [J]. *arXiv:1308.2542v1*, 2013.
- 16 Coillet A, Chembo Y K. Routes to spatiotemporal chaos in Kerr optical frequency combs [J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2014, 24(1): 013113.
- 17 Leo F, Coen S, Kockaert P, *et al.*. Temporal cavity solitons in one–dimensional Kerr media as bits in an all–optical buffer [J]. *Nat Photon*, 2010, 4: 471–476.
- 18 Herr T, Brasch V, Jost J D, *et al.*. Temporal solitons in optical microresonators [J]. *Nat Photon*, 2014, 8: 145–152.
- 19 Chembo Y K, Yu N. Modal expansion approach to optical–frequency–comb generation with monolithic whispering–gallery–mode resonators [J]. *Phys Rev A*, 2010, 82(3): 033801.
- 20 Chembo Y K, Strekalov D V, Yu N. Spectrum and dynamics of optical frequency combs generated with monolithic whispering gallery mode resonators [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104(10): 103902.
- 21 Coen S, Randle H G, Sylvestre T, *et al.*. Modeling of octave–spanning Kerr frequency combs using a generalized mean–field Lugiato–Lefever model [J]. *Opt Lett*, 2013, 38(1): 37–39.
- 22 Chembo Y K, Menyuk C R. Spatiotemporal Lugiato–Lefever formalism for Kerr–comb generation in whispering–gallery–mode resonators [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87(5): 053852.
- 23 Coillet A, Balakireva I, Henriot R, *et al.*. Azimuthal Turing patterns, bright and dark cavity solitons in Kerr combs generated with whispering–gallery–mode resonators [J]. *IEEE Photonics J*, 2013, 5(4): 6100409.
- 24 Agrawal G P. *Nonlinear Fiber Optics* [M]. 3rd ed. Burlington: Academic Press, 2001.
- 25 Chen Haihuan, Chen Zilun, Zhou Xuanfeng, *et al.*. Numerical study of supercontinuum generation in photonic crystal fibers with two zero dispersion wavelengths [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(s2): s205002.
陈海寰, 陈子伦, 周旋风, 等. 双零色散波长光子晶体光纤中产生超连续谱的数值模拟[J]. *中国激光*, 2012, 39(s2): s205002.
- 26 Zhang Can, Zhu Hongliang, Liang Song, *et al.*. Monolithically integrated 10–channel multi–wavelength light sources [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(12): 1202001.
张 灿, 朱洪亮, 梁 松, 等. 单片集成 10 信道多波长光源[J]. *中国激光*, 2013, 40(12): 1202001.
- 27 Ma Li, Zhu Hongliang, Liang Song, *et al.*. DFB laser array monolithically integrated with MMI combiner and SOA [J]. *J Optoelectronics·Laser*, 2013, 24(3): 424–428.
马 丽, 朱洪亮, 梁 松, 等. DFB 激光器阵列与 MMI 耦合器、SOA 的单片集成[J]. *光电子·激光*, 2013, 24(3): 424–428.
- 28 Miao Xuefeng, Wang Tianshu, Zhou Xuefang, *et al.*. A tunable multiwavelength Brillouin–erbium fiber laser [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(6): 0602010.
缪雪峰, 王天枢, 周雪芳, 等. 一种可调谐的多波长布里渊掺铒光纤激光器[J]. *中国激光*, 2012, 39(6): 0602010.
- 29 Jiang Yufeng, Zhao Xin, Wang Jian, *et al.*. Robust and controllable generation of frequency combs in microresonators with selected sideband feedback [C]. *Proceedings of the Optical Fiber Communication Conference*, 2014.