

厄米余弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性

黄永超¹ 蔡达锋¹ 张廷蓉²

¹内江师范学院工程技术学院, 四川 内江 641112

²四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610066

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法,对梯度折射率介质中的厄米余弦高斯光束传输特性进行了研究,得出了在梯度折射率介质中厄米余弦高斯光束的光场表达式,并利用此表达式作数值模拟,研究了梯度折射率介质对厄米余弦高斯光束传输特性的影响。结果表明:光强在轴上分布呈现空间周期性变化,最大光强位置与梯度折射率系数 β 有关;随着调制参数 α 的增大,轴上最大光强逐渐减小而且出现了空心分布。在同一传输面上横向光强随梯度折射率系数 β 增加,先增大后快速减小;并且发现调制参数 α 变大,光强不变,但是束腰变窄。

关键词 物理光学;厄米余弦高斯光束;梯度折射率介质;广义衍射积分法;光束传输

中图分类号 O435 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.102601

Propagation Properties of Hermite-Cosine-Gaussian Beams in Gradient-Index Medium

Huang Yongchao¹ Cai Dafeng¹ Zhang Tingrong²

¹College of Engineering and Technology, Neijiang Normal University, Neijiang, Sichuan 614112, China

²Institute of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610066, China

Abstract Using generalized Huygens-Fresnel diffraction integration, the analytical expression of Hermite-Cosine-Gaussian beams propagating in a gradient-index medium is deduced, and the influence of the gradient-index medium on the propagation properties of Hermite-Cosine-Gaussian beams with this expression is discussed for digital simulation. The results show that when Hermite-Cosine-Gaussian beams propagating in a gradient-index medium, axial intensity emerges spatially cyclical changes and maximum intensity position is related to gradient-index factor β . With the increase of the modulation parameter α , axis maximum intensity decreases and the hollow distribution emerges. In the same propagating plane, with the increasing of the gradient index parameter β , the transmitted intensity increases at first but then decreases rapidly. And with the increase of α , intensity strength keeps unchanged, but waist width becomes narrowed.

Key words physical optics; Hermite-Cosine-Gaussian beam; gradient-index medium; generalized diffraction integral; beam propagation

OCIS code 260.2065; 260.2160; 260.2710

1 引言

梯度折射率光学介质在传真机成像阵列、光纤耦合器、光通信、光学设计应用开发等方面具有广阔的应用前景。光束在梯度折射率介质中传输时,折射率横向变化对入射光束将产生影响^[1-2]。为此,已经有一些文献对光束在梯度折射率介质中的传输进行了较深入的研究^[3-10],从而推动了相关应用的发展。迄今为止,仍未见有关厄米余弦高斯光束(HCsG)在梯度折射率介质中传输研究的相关报道。HCsG光束是具有广泛意义的光束^[11-12](适当选取HCsG光束的参数,可以令其退化为余弦高斯光束、双曲余弦高斯光束和厄米高斯光束等),因此,研究HCsG光束在梯度折射率介质中的传输特性具有重要的理论和实际意义。本文给出了HCsG光束在折射率径向变化分布的介质中传输时光场的表达式,并数值模拟了介质中HCsG光束的传输特性,为其在实际应用中提供理论参考。

收稿日期: 2014-05-04; 收到修改稿日期: 2014-05-10; 网络出版日期: 2014-08-29

作者简介: 黄永超(1979—),男,硕士,讲师,主要从事激光光学方面的研究。E-mail: huangyongchaoes@163.com

2 HCsG 光束通过梯度折射率介质的传输

在 $z=0$ 平面上, HCsG 光束的场分布可表示为^[11-12]:

$$E_0(x_0, 0) = H_n \left(\sqrt{2} \frac{x_0}{\omega_0} \right) \cos(\Omega_0 x_0) \exp \left(-\frac{x_0^2}{\omega_0^2} \right), \quad (1)$$

(1)式中 ω_0 表示 HCsG 光束的束腰宽, H_n 为 n 阶厄米多项式, Ω_0 为与余弦函数项相关的参数。将余弦函数表示为指数形式, 则(1)式可改写为:

$$E_0(x_0, 0) = \frac{1}{2} H_n \left(\sqrt{2} \frac{x_0}{\omega_0} \right) \left\{ \exp \left[-\left(\frac{x_0^2}{\omega_0^2} - i\alpha \frac{x_0}{\omega_0} \right) \right] + \exp \left[-\left(\frac{x_0^2}{\omega_0^2} + i\alpha \frac{x_0}{\omega_0} \right) \right] \right\}, \quad (2)$$

式中 $\alpha = \Omega_0 \omega_0$ 为调制参数。

在傍轴近似下, HCsG 光束通过一阶 ABCD 光学系统的传输可由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分描述^[13]:

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x_0, 0) \exp \left[-\frac{ik}{2B} (Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2) \right] dx_0, \quad (3)$$

(3)式中 $k = 2\pi/\lambda$ 和 λ 分别为光波的波数和波长, A 、 B 、 C 、 D 均为一阶光学系统的变换矩阵元。(3)式中略去了相位因子, 将(1)式代入(3)式, 并使用积分公式^[14]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-(x-y)^2 \right] H_n(\gamma x) dx = \sqrt{\pi} (1-\gamma^2)^{n/2} H_n \left(\frac{\gamma y}{\sqrt{1-\gamma^2}} \right), \quad (4)$$

整理得:

$$E(x, z) = \frac{\sqrt{\frac{q_0}{B}}}{2 \sqrt{1 + \frac{A}{B} q_0}} \left(\frac{-1 + \frac{A}{B} q_0}{1 + \frac{A}{B} q_0} \right)^{n/2} \exp \left(-\frac{\alpha^2}{4} \right) \exp \left(-\frac{q_0 x^2}{q_z \omega_0^2} \right) \times \left[H_n \left(\frac{\frac{x q_0}{B \omega_0} + \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2} q_0^2 - 1}} \right) \exp \left(\frac{i\alpha q_0 x}{B \omega_0} \right) + H_n \left(\frac{\frac{x q_0}{B \omega_0} - \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2} q_0^2 - 1}} \right) \exp \left(\frac{-i\alpha q_0 x}{B \omega_0} \right) \right], \quad (5)$$

(5)式中,

$$q_0 = \frac{ik\omega_0^2}{2}, \quad (6)$$

$$q_z = \frac{B + Aq_0}{D + Cq_0}, \quad (7)$$

q_0 表示 $z=0$ 平面上的 q 参数; q_z 表示 z 平面上的 q 参数; 选取折射率梯度径向分布的介质作为研究对象, 其径向分布的折射率可表示为^[8]:

$$n' = n'_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 x^2 \right), \quad |\beta| x^2 \ll 1, \quad (8)$$

(8)式中, n'_0 为介质轴上的折射率; β 为梯度折射率系数;

非均匀介质中一阶光学系统的变换矩阵元可表示为^[1]:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & \sin(\beta z)/\beta \\ -\beta \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

根据 $I(x, z) = E(x, z) \times E^*(x, z)$, 可以得到 HCsG 光束通过梯度折射率径向分布的介质中任意一点的光强分布:

$$I(x,z) = \left| \frac{kw_0^2}{2B} \right| \exp\left(-\frac{\alpha^2}{1 - \frac{A^2}{B^2}q_0^2}\right) \exp\left(-\frac{q_0x^2}{q_z\omega_0^2}\right) \exp\left(\frac{q_0x^2}{q_z'\omega_0^2}\right) \times$$

$$\left[H_n\left(\frac{-\frac{xq_0}{B\omega_0} - \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2}q_0^2 - 1}}\right) \exp\left(\frac{i\alpha q_0x}{B\omega}\right) + H_n\left(\frac{-\frac{xq_0}{B\omega_0} + \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2}q_0^2 - 1}}\right) \exp\left(\frac{-i\alpha q_0x}{B\omega}\right) \right] \times,$$

$$\left[H_n\left(\frac{\frac{xq_0}{B\omega_0} + \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2}q_0^2 - 1}}\right) \exp\left(\frac{i\alpha q_0x}{B\omega}\right) + H_n\left(\frac{\frac{xq_0}{B\omega_0} - \frac{i\alpha}{\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{A^2}{B^2}q_0^2 - 1}}\right) \exp\left(\frac{-i\alpha q_0x}{B\omega}\right) \right]$$

(10)式中 $q_z' = \frac{B - Aq_0}{D - Cq_0}$ 表示 q_z 的共厄复数。

当 $x=0$ 时,将(9)式代入(10)式,可得到HCsG光束在梯度折射率径向分布的介质中的轴上光强分布为:

$$I(0,z) = \left| \frac{\beta k\omega_0^2}{4\sqrt{\beta^2 \cos^2(\beta z) - q_0^2 \sin^2(\beta z)}} \right| \exp\left[-\frac{\alpha^2 \sin^2(\beta z)}{2\beta^2 \cos^2(\beta z) - 2q_0^2 \sin^2(\beta z)}\right] \times$$

$$\left\{ H_n\left[\frac{i\beta\alpha}{\sin(\beta z)\sqrt{2q_0^2 \sin^2(\beta z) - 2\beta^2 \cos^2(\beta z)}}\right] + H_n\left[\frac{i\beta\alpha}{\sin(\beta z)\sqrt{2q_0^2 \sin^2(\beta z) - 2\beta^2 \cos^2(\beta z)}}\right] \right\}^2. \quad (11)$$

通过计算分析(11)式得出,HCsG光束在 z 轴上传输时,光强分布呈现空间周期性变化,对应的周期为 π/β 。梯度折射率系数 β 决定空间周期,其周期变化与其他因素无关。并且HCsG光束在轴上出现光强最大值的位置为 $z = \pi(0.5 + j)/\beta$,其中 $j=0,1,2,\dots$ 。由于介质折射率的梯度变化,导致光强分布呈现空间周期性变化;并且通过进一步分析可以得出,介质的梯度折射率系数 β 越大,轴上光强最大位置距介质表面越近。

3 数值计算及分析

利用(10)式和(11)式进行计算,取 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $\omega_0 = 1 \text{ mm}$,分别得到了HCsG光束在梯度折射率介质中传输时的横向光强分布和轴上光强分布。

为了考察介质的梯度折射率对轴上光强的影响,图1给出了:当光束阶数 $n=4$,调制参数 $\alpha=2$ 时,HCsG光束在不同梯度折射率介质中的轴上归一化光强随传输距离的分布。从图1可以得出,轴上最大光强位置随传输距离 z 出现空间周期性分布;不同的梯度折射率系数 β 导致最大光强空间位置分布不同,但是对归一化光强分布没有影响;轴上光强的最大值在同一梯度折射率介质中也不相同。

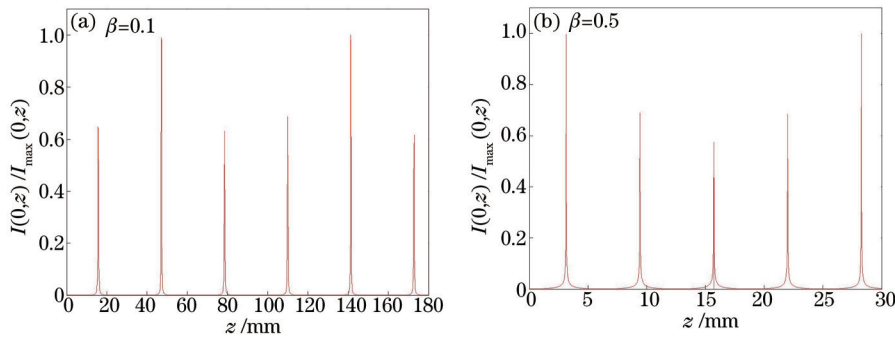


图1 轴上光强随传输距 z 的变化

Fig.1 Intensity distribution on axis versus propagation distance z

为了说明轴上光强分布随光束的调制参数 α 的变化,图2给出了:当光束阶数 $n=4$,梯度折射率参数 $\beta=0.5 \text{ mm}^{-1}$ 时,光强随调制参数 α 的变化分布。由图可见,随着 α 增大,光强强度变小且出现空心分布。因

此,适当选取参数 α 可以在一定区间内对光束整形。

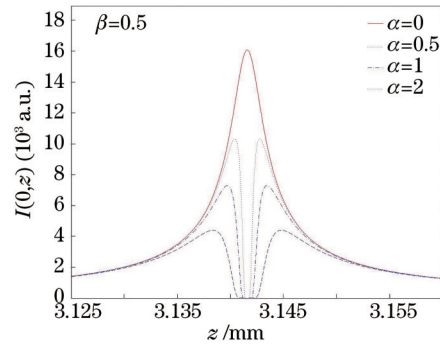


图2 轴上光强随调制参数 α 的变化

Fig.2 Intensity distribution on axis versus modulation parameter α

为了考察介质的梯度折射率对光束传输特性的影响,图3给出了:当光束阶数 $n=4$, 调制参数 $\alpha=2$ 时, HCsG 光束在同一传输面上横向光强随介质梯度折射率系数 β 的变化分布。随梯度折射率系数的增加, 横向光强强度先增大后快速减小, 并且束腰宽逐渐变窄。由此表明, HCsG 光束的横向光强分布因折射率系数 β 不同而不同, 因此可以通过改变折射率系数 β 来控制光束的光强与光束扩展。

为了说明横向光强分布随光束阶数 n 的变化, 图4给出了:当梯度折射率系数 $\beta=0.5 \text{ mm}^{-1}$, 调制参数 $\alpha=2$, 取不同阶数 n 时, HCsG 光束在同一传输面上的横向光强分布。由图4可知, 随着 HCsG 光束的阶数增加, 横向光强强度逐渐增加, 而且光束在扩展。

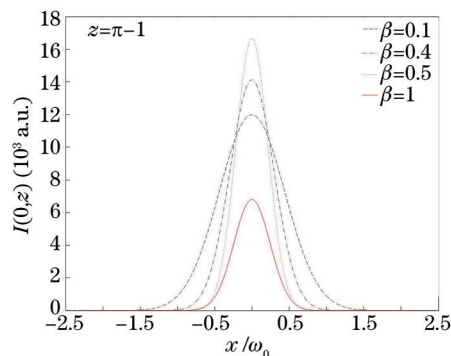


图3 同一传输面上光强随梯度折射率参数 β 的变化

Fig.3 Intensity distribution on same propagation plane versus gradient-index parameter β

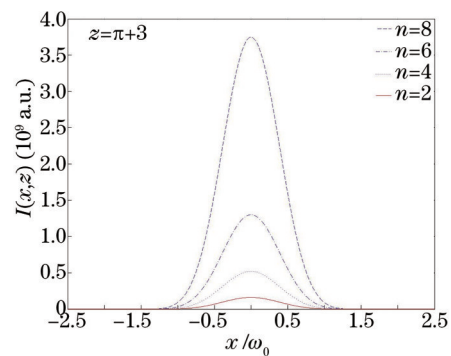


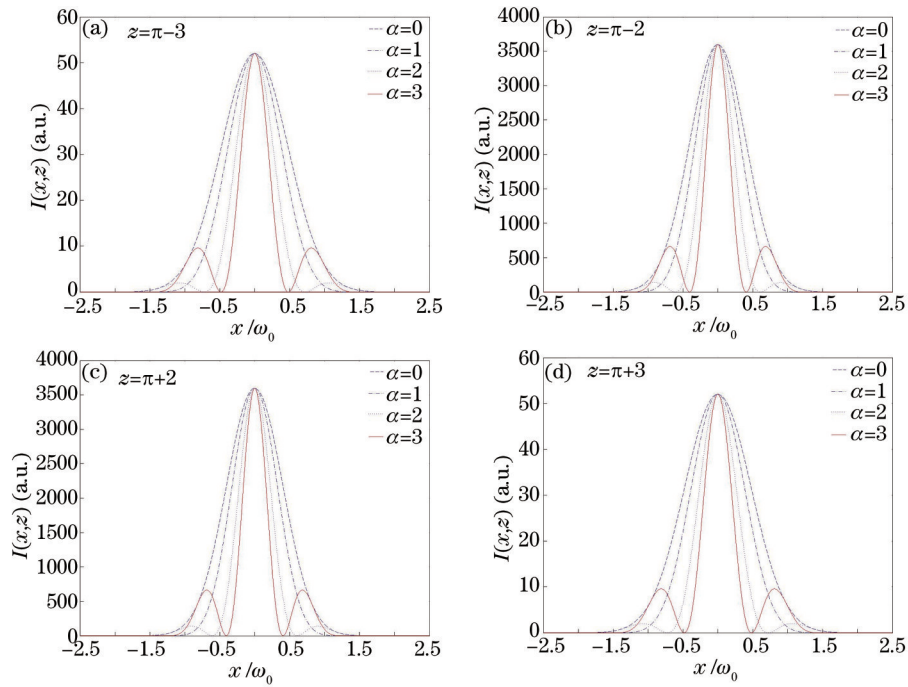
图4 同一传输面上光强随光束阶数 n 的变化

Fig.4 Intensity distribution on same propagation plane versus beam order n

为了进一步说明横向光强受传输距离 z 和光束的调制参数 α 的影响, 图5给出了:当光束阶数 $n=4$, 梯度折射率系数 $\beta=0.5 \text{ mm}^{-1}$ 时, HCsG 光束在梯度折射率介质中不同传输面上的横向光强分布。由图5(a)、(b)、(c)、(d)分析可知, HCsG 光束在相同梯度折射率介质中传输时, 随传输距离的增加, 横向光强强度随传输距离先增大后减小, 具有周期性自聚焦特性, 但是光强形状分布保持不变。由图5还可以得出, 随传输距离的增加, 束腰随传输距离先变窄后变宽, 束腰位置具有稳定周期性。由图5可知, 在同一传输面上随调制参数 α 的变大, 光强峰值不变, 但束腰变窄。

4 结 论

研究了 HCsG 光束在梯度折射率介质中的传输特性。研究表明:当 HCsG 光束在介质中传输时, 光强在轴上呈现出空间周期性分布, 折射率系数 β 决定了轴上最大光强位置; 随着调制参数 α 的增大, 轴上最大光强逐渐减小而且出现了空心分布。在同一传输面上随调制参数 α 的变大, 光强大小不变, 但是束腰宽在变窄; 随光束阶数 n 的增大, 光强加强, 而且光束在平面内扩展。并且发现横向光强随梯度折射率系数 β 的增加, 先增大后快速减小; 随传输距离 z 的增加, 光强分布具有周期性自聚焦特性。这些结论可以为

图5 光强随传输距离 z 和参数 α 的变化Fig.5 Intensity distribution versus propagation distance z and modulation parameter α

HCsG 光束在理论研究和实际应用中提供参考。比如:HCsG 光束在梯度折射率介质中传输时,可以通过光束阶数、介质的折射率系数的调制来调整光强、周期和束腰宽,实现对光束的扩展控制;在光纤传感中,利用梯度折射率介质对光束的自聚焦,能提高耦合效率;可以通过改变调制参数 α 对光束整形等。

参考文献

- 1 Siegman A E. Lasers[M]. California: University Science Books, 1986. 586-589.
- 2 Wang Shaomin, Zhao Daomu. Matrix Optics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2000. 8-9.
王绍民, 赵道木. 矩阵光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 8-9.
- 3 John H Sorebo, Robert D Lorenz. Web inspection using gradient-indexed optics[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2005, 41(6): 1476-1482.
- 4 Ballav M Chowdhury A R. A generalized nonlinear schodinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media[J]. Chaos Solitons and Fractals, 2007, 31(4): 794-803.
- 5 A D Yablon, R T Bise. Low-loss high-strength microstructured fiber fusion splices using GRIN fiber lenses[C]. IEEE Photon Technol Lett, 2005, 17(1): 118-120.
- 6 Song Hongyuan, Zhang Tingrong, Chen Senhui, *et al.*. Propagation properties of flattened Gaussian beams in gradient-index media[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(10): 2630-2633.
宋宏远, 张廷蓉, 陈森会, 等. 平顶高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(10): 2630-2633.
- 7 Song Hongyuan, Zhang Tingrong, Chen Senhui, *et al.*. Propagation properties of cosine-Gaussian beams in gradient-index medium[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(4): 890-894.
宋宏远, 张廷蓉, 陈森会, 等. 余弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(4): 890-894.
- 8 Zhou Guoquan. Propagation of Lorentz-Gaussian beams in gradient-index medium[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(1): 42-46.
周国泉. 洛伦兹-高斯光束在梯度折射率介质中的传输[J]. 强激光与粒子束, 2013, 25(1): 42-46.
- 9 Liu Li, Hao Zhongqi. Propagation of sinh-Gaussian beams in gradient-index medium[J]. Laser Technology, 2013, 37(1): 126-129.
刘莉, 郝中骥. 双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输[J]. 激光技术, 2013, 37(1): 126-129.
- 10 Pan Pingping, Dan Youquan, Zhang Bin. Propagation of partially coherent flat-topped beams in gradient-index media [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(7): 1252-1256.

- 潘平平, 但有全, 张 彬. 部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. 光学学报, 2008, 28(7): 1252-1256.
- 11 Tang Bin, Tang Huiqin, Zhu Kaicheng, *et al.*. Propagation properties of Hermite-Cosh-Gaussian beams in uniaxially anisotropic crystals[J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2006, 17(10): 1275-1279.
- 唐 斌, 唐慧琴, 朱开成, 等. Hermite-Cosh-Gaussian 光束在单轴晶体中的传输[J]. 光电子·激光, 2006, 17(10): 1275-1279.
- 12 Casperson L W, Tovar A A. Hermite sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems[J]. *J Opt Soc A m A*, 1998, 15(4): 954-960.
- 13 Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *J Opt Soc Am*, 1970, 60(9): 1168-1177.
- 14 Erdelyi A, Magnus W, Oberhettinger F, *et al.*. *Tables of Integral Transforms*[M]. New York: Mc Graw Hill, 1954.