

# 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯谢尔模型光束光谱变化的影响

彭艳艳 李晋红 魏计林 王伟伟

太原科技大学应用科学学院, 山西 太原 030024

**摘要** 基于非 Kolmogorov 谱模型, 利用广义惠更斯-菲涅耳原理, 推导出了高斯谢尔模型(GSM)光束在非 Kolmogorov 大气湍流中光谱的解析表达式, 并用其研究了非 Kolmogorov 大气湍流对 GSM 光束光谱变化的影响。结果表明, GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输时有光谱移动(蓝移和红移)和光谱跃变发生。光谱跃变的发生与离轴距离  $r$ 、广义指数参量  $\alpha$ 、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$  和传输距离  $z$  有关。随着广义指数参量  $\alpha$  的增大、湍流内尺度  $l_0$  的增大及广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的减小, 光谱跃变量  $\Delta$  减小, 光谱跃变临界位置  $z_c$  增大。该研究工作可为自由空间光通信等实际应用提供理论模型和计算依据。

**关键词** 大气光学; 激光光学; 非 Kolmogorov 大气湍流; 高斯谢尔模型光束; 光谱变化

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP51.010102

## Influence of Non-Kolmogorov Atmospheric Turbulence on the Spectral Changes of Gaussian-Schell Model Beams

Peng Yanyan Li Jinhong Wei Jilin Wang Weiwei

School of Applied Science, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China

**Abstract** Based on the non-Kolmogorov spectrum, using the extended Huygens-Fresnel principle, the analytical expressions for the spectrum of Gaussian-Schell model (GSM) beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence are derived and used to study the influence of non-Kolmogorov atmospheric turbulence on spectral changes of GSM beams. It is shown that there exist spectral shifts (blueshift and redshift) and spectral transition of GSM beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence. The spectral transition depends on the off-axis distance  $r$ , the general exponent  $\alpha$ , the general structure constant  $\tilde{C}_n^2$ , the inner scale  $l_0$ , the outer scale  $L_0$ , and the propagation distance  $z$ . With the increment of the general exponent  $\alpha$  and the inner scale  $l_0$ , as well as the decrement of the general structure constant  $\tilde{C}_n^2$ , the spectral transition magnitude  $\Delta$  will decrease and the critical position of spectral transition  $z_c$  will increase. This work will provide theoretical model and computational basis for researches such as free space optical communications.

**Key words** atmospheric optics; laser optics; non-Kolmogorov atmospheric turbulence; Gaussian-Schell model beam; spectral changes

**OCIS codes** 010.1330; 010.1300; 010.3310

## 1 引言

光谱分析是自然科学中一种重要的分析手段, 在光谱分析中, 一种自然的假设是光在自由空间中传输时光谱不变<sup>[1-5]</sup>。1986年, Wolf<sup>[4]</sup>证明只有满足定标定律, 光在自由空间传输时才能保持光谱不变; 如果违反定标

收稿日期: 2013-10-18; 收到修回日期: 2013-10-21; 网络出版日期: 2013-12-25

基金项目: 国家自然科学基金(61178067, 11247278)、山西省青年科技研究基金(2012021016, 2013021010-4)

作者简介: 彭艳艳(1986—), 女, 硕士研究生, 主要从事激光在大气传输中光谱变化方面的研究。

E-mail: yan\_peng860401@163.com

导师简介: 李晋红(1980—), 男, 博士, 副教授, 主要从事激光与光通信和奇点光学方面的研究。

E-mail: jinhongli@live.cn(通信联系人)

定律,光源发出的部分相干光在传输过程中其光谱会发生变化,这种现象称为相关诱导的光谱变化。1999年, Pu等<sup>[2]</sup>发现,满足定标定律的光被光阑衍射时,在衍射场区域光谱发生变化,光阑衍射不仅会引起部分相干光的光谱移动,在特定的情况下还会出现光谱开关现象,这种光谱变化叫做衍射诱导的光谱变化。2002年, Gbur等<sup>[3-4]</sup>研究了衍射引起的完全空间相干光的光谱异常,称该光谱异常的新效应为“奇点光学”。另一方面,激光束在大气中的传输特性对激光通信、卫星遥感、航空测绘以及光学雷达等应用中有十分重要的意义<sup>[6-9]</sup>,其中,激光在大气湍流中的光谱变化是近年来备受国内外光学和激光界关注的前沿课题之一<sup>[10-16]</sup>。2004年, Roychowdhury等<sup>[10]</sup>研究表明,满足定标定律的准均匀光束通过大气湍流传输时其归一化光谱与归一化源光谱重合。Ji等<sup>[11]</sup>进一步研究发现,不管光源是不是准均匀光源,只要满足定标定律,光束在大气湍流中传输时其归一化光谱都与归一化源光谱相同。Alavinejad等<sup>[12]</sup>研究了部分相干平顶光束通过大气湍流的光谱变化。Ding等<sup>[13]</sup>报道了大气湍流中高斯谢尔模型(GSM)脉冲光束的光谱移动和光谱开关,研究指出第一阶光谱开关的临界位置随结构常数  $C_n^2$  的增大而增大,而第二和第三阶光谱开关的临界位置随  $C_n^2$  增加呈现非线性变化。Ji等<sup>[14]</sup>研究了部分相干电磁厄米高斯光束在大气湍流中传输时偏振度和光谱变化。Razzaghi等<sup>[15]</sup>分析了在大气湍流中传输的完全相干高斯脉冲光束的光谱变化,分析表明在时间域中传播的光信号存在信号展宽。2011年, Shchepakina等<sup>[16]</sup>研究了典型的随机光在湍流中的光谱变化行为。在前述研究中,广泛采用常规功率谱模型描述大气湍流,然而,最近的实验研究表明:在实际大气中,并不是所有的大气湍流都能采用上述模型描述,而且当光束沿着垂直方向传输时,大气湍流展现出很强的非Kolmogorov特征<sup>[17-18]</sup>。Toselli等<sup>[18]</sup>利用广义指数和广义幅度因子,引入了非Kolmogorov功率谱来描述大气湍流的模型,当广义指数参量  $\alpha$  为11/3时,该功率谱与Kolmogorov功率谱等价。基于非Kolmogorov功率谱模型的光束传输研究表明,光束在非Kolmogorov湍流中传输的特性不同于常规Kolmogorov湍流中的传输特性<sup>[19-21]</sup>。Korotkova等<sup>[19]</sup>对高斯谢尔模型光束在非Kolmogorov大气湍流中的光谱变化做了报道,但是他们仅仅研究了非Kolmogorov谱中的广义指数参量  $\alpha$  对归一化光谱的影响,而非Kolmogorov谱的其他参量对光谱的影响均未报道。本文基于非Kolmogorov功率谱模型,利用广义惠更斯-菲涅耳原理,推导了GSM光束通过非Kolmogorov大气湍流传输时光谱解析表达式。通过数值模拟,研究了GSM光束在大气湍流中传输时,离轴距离  $r$ , 传输距离  $z$  和非Kolmogorov湍流参数(广义指数参量  $\alpha$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$ 、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ )对光谱变化的影响。

## 2 理论模型

在空间-频率域中入射面  $z=0$  处 GSM 光束的交叉谱密度函数为<sup>[22]</sup>

$$W^{(0)}(s_1, s_2, z=0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left[-\frac{s_1^2 + s_2^2}{w_0^2}\right] \exp\left[-\frac{(s_1 - s_2)^2}{2\sigma_0^2(\omega)}\right], \quad (1)$$

式中  $\omega$  为频率,  $w_0$  为高斯部分的束腰宽度,  $s_1, s_2$  分别为源面二点坐标矢量,  $S^{(0)}(\omega)$  和  $\sigma_0(\omega)$  分别为入射光束的光源光谱和空间相关长度。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理<sup>[7]</sup>, GSM 光束通过非Kolmogorov大气湍流的交叉谱密度函数为

$$W(\rho_1, \rho_2, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W^{(0)}(s_1, s_2, z=0, \omega) \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(\rho_1 - s_1)^2 - (\rho_2 - s_2)^2]\right\} \times \langle \exp[\psi(s_1, \rho_1) + \psi^*(s_2, \rho_2)] \rangle ds_1 ds_2, \quad (2)$$

式中  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别代表传输距离为  $z$  处的任意两点;  $k$  为波数, 与频率  $\omega$  的关系是  $k = \omega/c$ ,  $c$  为光在真空中的速度;  $\langle \exp[\psi(s_1, \rho_1) + \psi^*(s_2, \rho_2)] \rangle$  为湍流介质扰动而引起的相位起伏, 其表达式为<sup>[7]</sup>

$$\langle \exp[\psi(s_1, \rho_1) + \psi^*(s_2, \rho_2)] \rangle = \exp\left\{-4\pi^2 k^2 z \int_0^\infty d\kappa d\xi \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha) \left\{1 - J_0[k(1-\xi)(\rho_1 - \rho_2) + \xi(s_1 - s_2)]\right\}\right\} = \exp\{-T(\alpha, z)[(\rho_1 - \rho_2)^2 + (\rho_1 - \rho_2)(s_1 - s_2) + (s_1 - s_2)^2]\}, \quad (3)$$

式中  $J_0$  是第一类零阶贝塞尔函数,  $T$  为大气湍流量:

$$T(\alpha, z) = \frac{\pi^2 k^2 z}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa, \alpha) d\kappa, \quad (4)$$

式中  $\Phi_n(\kappa)$  为大气湍流的折射率起伏谱密度函数。对于非Kolmogorov谱来说,  $\Phi_n(\kappa)$ <sup>[18-21, 23]</sup>可表示为

$$\Phi_n(\kappa) = A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \frac{\exp[-(\kappa^2/\kappa_m^2)]}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}}, \quad 0 \leq \kappa < \infty, 3 < \alpha < 4, \quad (5)$$

式中  $A(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2) / (4\pi^2)$ ,  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  为湍流外尺度,  $\kappa_m = c(\alpha)/l_0$ ,  $l_0$  为湍流内尺度,  $c(\alpha) = \{\Gamma[(5-\alpha)/2] A(\alpha) 2\pi/3\}^{1/(\alpha-5)}$ ,  $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,  $\alpha$  为广义指数参量,  $\tilde{C}_n^2$  是广义结构常数, 单位是  $\text{m}^{3-\alpha}$ 。当  $\alpha = 11/3$ ,  $L_0 = \infty$ ,  $l_0 = 0$  时, 得到  $A(11/3) = 0.033$ ,  $\tilde{C}_n^2 = C_n^2$ , 常规 Kolmogorov 大气湍流功率谱密度  $\Phi_n(\kappa, 11/3) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3}$ 。把(5)式代入(4)式可得

$$T(\alpha, z) = \frac{\pi^2 k^2 z}{6(\alpha - 2)} A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \left\{ -2\kappa_0^{4-\alpha} + \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \kappa_m^{(2-\alpha)} [(\alpha - 2)\kappa_m^2 + 2\kappa_0^2] \Gamma\left(2 - \frac{\alpha}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \right\}. \quad (6)$$

由(6)式可知, 大气湍流量  $T$  与广义指数参量  $\alpha$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$  以及广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  有关。

令  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ , 将(1)式和(3)式代入(2)式, 利用文献[24]中公式(3.323)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-p^2 x^2 \pm qx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right), \quad (7)$$

得到 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流的光谱表达式为

$$S(\rho, z, \omega) = \frac{S^{(0)}(\omega)}{H^2} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2 H^2}\right), \quad (8)$$

其中

$$H^2 = \frac{8z^2}{w_0^2 k^2} \left[ \frac{1}{2w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2(\omega)} + Fk^2 z + \frac{k^2 w_0^2}{8z^2} \right], \quad (9)$$

$$F = \frac{\pi^2}{6(\alpha - 2)} A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \left\{ -2\kappa_0^{4-\alpha} + \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \kappa_m^{(2-\alpha)} [(\alpha - 2)\kappa_m^2 + 2\kappa_0^2] \Gamma\left(2 - \frac{\alpha}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \right\}. \quad (10)$$

当  $T=0$  时, 得到 GSM 光束在自由空间传输中光谱公式为

$$S_{\text{free}}(\rho, z, \omega) = \frac{S^{(0)}(\omega)}{H_{\text{free}}^2} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2 H_{\text{free}}^2}\right), \quad (11)$$

其中

$$H_{\text{free}}^2 = \frac{8z^2}{w_0^2 k^2} \left[ \frac{1}{2w_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2(\omega)} + \frac{k^2 w_0^2}{8z^2} \right]. \quad (12)$$

对于不同类型的光束满足定标定律的条件是不同的。从(8)式和(11)式看出, GSM 光束在自由空间和大气湍流中传输时光谱会发生变化。要保持 GSM 光束在自由空间传输时光谱不变, 那么空间相干长度就要满足定标定律, 即<sup>[11]</sup>

$$\sigma_0^2(\omega) = \frac{w_0}{\sqrt{\gamma w_0^4 \omega^2 - 1}}, \quad (13)$$

式中  $\gamma$  是常数。把(13)式代入到(9)式得

$$H^2 = 1 + 4z^2 c^2 \gamma + \frac{8F}{w_0^2} z^3. \quad (14)$$

(14)式说明参量  $H^2$  相对于频率  $\omega$  是独立的。

把(14)式代入(8)式, GSM 光束的归一化光谱为

$$S(\omega) = \frac{S(\rho, z, \omega)}{S_{\text{max}}(\rho, z, \omega_{\text{max}})} = S^{(0)}(\omega), \quad (15)$$

式中  $S_{\text{max}}(\rho, z, \omega_{\text{max}})$  和  $\omega_{\text{max}}$  分别是光谱  $S(\rho, z, \omega)$  和频率  $\omega$  在观察点  $(\rho, z)$  处光谱的最大值和其所对应的频率。由(15)式可知, 如果满足定标定律, GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流的归一化光谱和归一化源光谱是相同的。这个结果与文献[10]是一样的, 然而它也说明了(15)式中的光源不必是准均匀光源。

设光源的光谱为高斯型, 即

$$S^{(0)}(\omega) = S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right], \quad (16)$$

式中  $S_0$  为常数,  $\omega_0$  为源光谱中心频率,  $\Gamma$  为源光谱谱宽。为简单起见, 如果不满足定标定律, 令  $\sigma_0(\omega)\sigma_0$ , 并且  $\sigma_0$  中不含参数  $\omega$ 。将(16)式代入(8)式得到 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流的光谱解析表达式为

$$S(\rho, z, \omega) = \frac{S_0}{\left[1 + \left(\frac{2c}{\omega w_0}\right)^2 \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}\right) z^2 + \frac{8F}{w_0^2} z^3\right]} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right] \exp\left\{-\frac{2\rho^2}{w_0^2 \left[1 + \left(\frac{2c}{\omega w_0}\right)^2 \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}\right) z^2 + \frac{8F}{w_0^2} z^3\right]}\right\}. \quad (17)$$

(17)式表明, GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流中的光谱  $S(\rho, z, \omega)$  与广义指数参量  $\alpha$ 、湍流外尺度  $L_0$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、观察点  $\rho$  和传输距离  $z$  等有关。光谱最大值对应的频率  $\omega_{\max}$  位置由

$$\frac{\partial S(\rho, z, \omega)}{\partial \omega} = 0 \quad (18)$$

决定。将(17)式代入到(18)式得

$$w_0^2 \omega_{\max} (\omega_{\max} - \omega_0) (A \omega_{\max}^2 + B)^2 + 2B \Gamma^2 [2\rho^2 \omega_{\max}^2 - w_0^2 (A \omega_{\max}^2 + B)] = 0, \quad (19)$$

其中

$$A = 1 + \frac{8F}{w_0^2} z^3, \quad (20)$$

$$B = \left(\frac{2c}{w_0}\right)^2 \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}\right) z^2. \quad (21)$$

### 3 数值计算与分析

为了说明非 Kolmogorov 大气湍流对光谱变化的影响, 假设不满足定标定律, 即, GSM 光束的光谱在非 Kolmogorov 大气湍流中发生变化。利用归一化光谱  $S(\omega) = S(\rho, z, \omega) / S_{\max}(\rho, z, \omega_{\max})$  和相对光谱移动  $\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0)/\omega_0$ , 讨论 GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输时, 非 Kolmogorov 大气湍流参数, 即广义指数参量  $\alpha$ 、湍流外尺度  $L_0$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  以及传输距离  $z$  和离轴距离  $r$  对光束光谱的影响[离轴距离  $r$  定义为观察点  $(\rho, z)$  与传输轴的垂直距离]。

图 1 是在离轴距离  $r=0.1$  m 和  $r=0.5$  m 处 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流归一化光谱  $S(\omega)$  随频率  $\omega$  的变化,  $S^{(0)}(\omega)$  为源光谱, 其中  $\sigma_0 = 1$  cm,  $w_0 = 5$  cm,  $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15}$  rad/s,  $\Gamma = 0.6 \times 10^{15}$  rad/s,  $\alpha = 3.5$ ,  $L_0 = 10$  m,  $l_0 = 1$  cm,  $c = 3 \times 10^8$  m/s,  $z = 8$  km,  $S_0 = 1$ ,  $\tilde{C}_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{3-\alpha}$ 。从图 1 中可以看出, GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流中归一化光谱  $S(\omega)$  不同于源光谱  $S^{(0)}(\omega)$ , 而且归一化光谱  $S(\omega)$  与离轴距离  $r$  有关。 $r=0.1$  m 时, 归

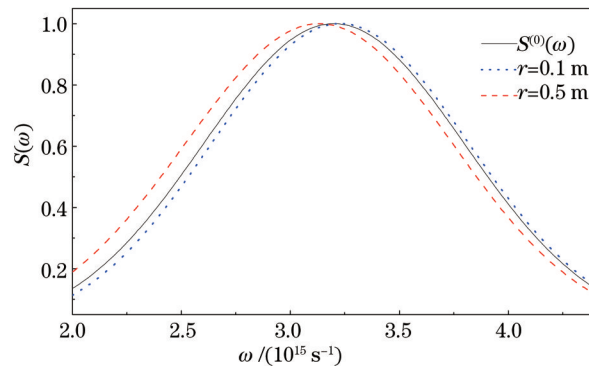


图 1 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流的归一化光谱  $S(\omega)$  随频率  $\omega$  的变化

Fig.1 Normalized spectra  $S(\omega)$  of GMS beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus frequency  $\omega$

一化光谱  $S(\omega)$  向频率大的方向移动(向右移动),相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 = 0.0085$ , 即光谱发生了蓝移;  $\rho = 0.5$  m 时,归一化光谱  $S(\omega)$  向频率小的方向移动(向左移动),相对光谱位移为  $\delta\omega/\omega_0 = -0.0207$ , 即光谱发生了红移。由此可知,GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输时有光谱蓝移和光谱红移发生。

图2为 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随离轴距离  $r$  的变化,其他计算参数同图1。由图2可见,  $0 < r < 0.286$  m 时,相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 > 0$ , 光谱发生了蓝移;  $r > 0.286$  m 时,相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 < 0$ , 光谱发生了红移;当  $r = 0.286$  m 时光谱相对位移量  $\delta\omega/\omega_0 = 0$ 。其物理原因是:由(17)式可知,当  $r = 0.286$  m 时,光谱最大值  $S_{\max}$  所对应的频率  $\omega_{\max}$  与  $\omega_0$  相等,即相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 = 0$ 。由此可知,随离轴距离  $r$  的增加,光谱由蓝移在  $r = 0.286$  m 处变为红移。另外,  $r = 1.081$  m 时,光谱发生跃变现象,光谱跃变量  $\Delta = \overline{A_1 B_1}$  (光谱跃变量  $\Delta$  定义为光谱发生跃变时,相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  的变化值)。由此可见,GSM 光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输时有光谱移动和光谱跃变发生。与文献[11]相比,当其他参数相同时,文献[11]中冯卡曼谱模型发生跃变的临界位置  $r_c = 0.589$  m 要比本文非 Kolmogorov 谱模型临界位置  $r_c = 1.081$  m 小得多。由此可见,不同的大气谱模型所得结果有明显差异。

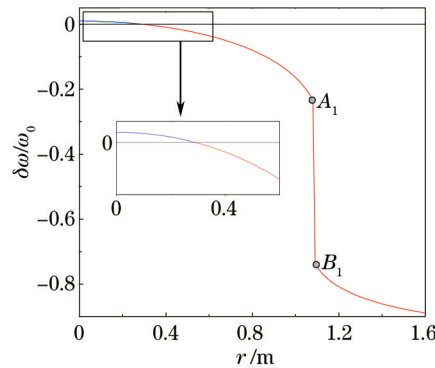


图2 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随离轴距离  $r$  的变化

Fig.2 Relative spectral shift  $\delta\omega/\omega_0$  of GMS beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus off-axis distance

图3为取不同的广义指数参数  $\alpha$  [图3(a)]和广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  [图3(b)]时 GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随传输距离  $z$  的变化,  $r = 1$  m, 图3(a)中  $\alpha = 3.2, 3.5, 3.7, 3.9$ , 图3(b)中  $\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-15}, 10^{-14}, 5 \times 10^{-14}, 10^{-13} \text{ m}^{3-\alpha}$ , 其他计算参数同图1。从图3(a)中可以看出,光谱发生跃变与广义指数参数  $\alpha$  和传输距离  $z$  有关,  $\alpha = 3.2, 3.5, 3.7$  时,光谱有跃变现象,但光谱跃变临界位置  $z_c$  (光谱发生跃变时对应的传输距离  $z$ ) 不同;相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 < 0$ , 光谱从红移跃变为红移。随着广义指数参数  $\alpha$  的增大,光谱跃变临界位置  $z_c$  增大,光谱跃变量  $\Delta$  减小。当光谱跃变量  $\Delta$  减小到零时,光谱跃变消失,  $\alpha = 3.9$  时,光谱跃变量  $\Delta = 0$ , 光谱无跃

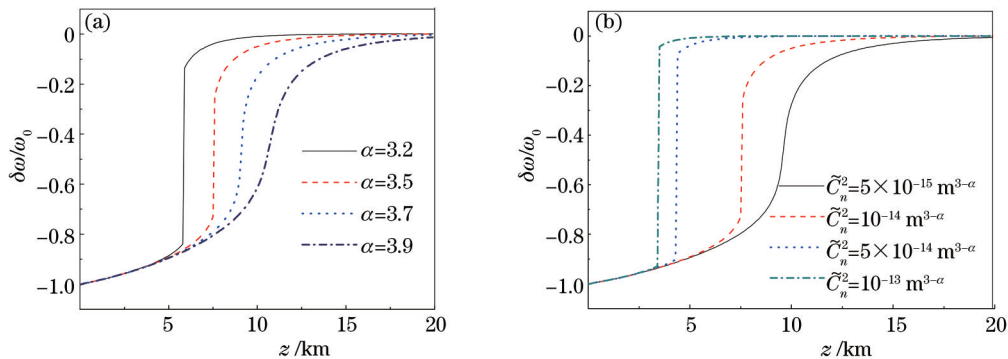


图3 (a)广义指数参数  $\alpha$  和(b)广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  取不同值时,GSM 光束通过非 Kolmogorov 大气湍流相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随传输距离  $z$  的变化

Fig.3 Relative spectral shift  $\delta\omega/\omega_0$  of GMS beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus propagation distance  $z$  for different (a) general exponent  $\alpha$  and (b) general structure constant

变现象。从图3(b)中可知,光谱发生跃变还与广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  有关,  $\tilde{C}_n^2 = 10^{-13}$ 、 $5 \times 10^{-14}$ 、 $10^{-14} \text{ m}^{3-\alpha}$  时,光谱有跃变现象,相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0 < 0$ , 光谱跃变前后均为光谱红移;  $\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-15} \text{ m}^{3-\alpha}$  时,光谱跃变现象消失。随着广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的增大,光谱跃变量  $\Delta$  增大,光谱跃变临界位置  $z_c$  减小。由此可见,广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  越大,大气湍流越强,发生跃变的传输距离越短,光谱跃变量越大,光谱跃变现象越明显。

图4给出了GSM光束通过非Kolmogorov大气湍流传输时,在不同的湍流内尺度  $l_0$ [图4(a)]和湍流外尺度  $L_0$ [图4(b)]情况下相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随传输距离  $z$  的变化,  $r=1 \text{ m}$ , 图4(a)中  $l_0=0.3, 0.6, 1 \text{ cm}$ , 图4(b)中  $L_0=10, 50, 100 \text{ m}$ , 其他计算参数同图1。从图4(a)中可以看出,光谱发生跃变还与湍流内尺度  $l_0$  有关,随着湍流内尺度  $l_0$  的增大,光谱跃变量  $\Delta$  减小,光谱跃变临界位置  $z_c$  增大,光谱跃变前后均为红移。由图4(b)可知,湍流外尺度  $L_0$  取不同值时光谱会发生跃变,但湍流外尺度  $L_0$  的改变对光谱跃变量  $\Delta$  和光谱跃变临界位置  $z_c$  的影响非常小。

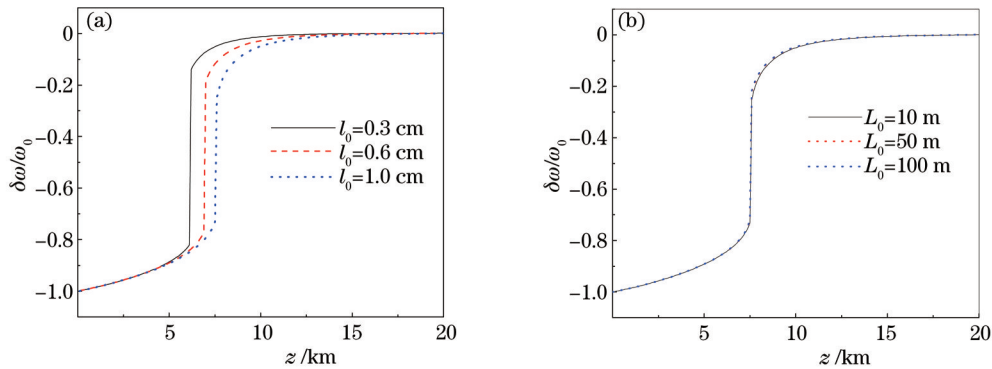


图4 (a)湍流内尺度  $l_0$ 和湍流外尺度  $L_0$ 取不同值时,GSM光束通过非Kolmogorov大气湍流相对光谱位移  $\delta\omega/\omega_0$  随传输距离  $z$  的变化

Fig.4 Relative spectral shift  $\delta\omega/\omega_0$  of GSM beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus propagation distance  $z$  for different (a) inner scale  $l_0$  and (b) outer scale  $L_0$

## 4 结 论

基于非Kolmogorov功率谱模型,利用广义惠更斯-菲涅耳原理,推导出GSM光束在非Kolmogorov大气湍流中光谱的解析表达式,并用其研究了非Kolmogorov湍流参数和离轴距离对GSM光束光谱变化的影响。研究表明;如果满足定标定律,GSM光束通过非Kolmogorov大气湍流的归一化光谱和光源的归一化光谱相同。如果不满足定标定律,GSM光束在非Kolmogorov大气湍流中传输时有光谱蓝移、光谱红移和光谱跃变发生。光谱跃变的发生与离轴距离  $r$ 、广义指数参量  $\alpha$ 、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$  和传输距离  $z$  有关。随着广义指数参量  $\alpha$  的增大、广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的减小、湍流内尺度  $l_0$  的增大,光谱跃变量  $\Delta$  减小,光谱跃变临界位置  $z_c$  增大,光谱跃变前后均为光谱红移。当光谱跃变量  $\Delta$  减小到零时,光谱跃变消失。湍流外尺度  $L_0$  的改变对光谱跃变量  $\Delta$  和光谱跃变临界位置  $z_c$  的影响非常小。

## 参 考 文 献

- 1 E Wolf. Invariance of the spectrum of light on propagation [J]. Phys Rev Lett, 1986, 56(13): 1370-1372.
  - 2 J Pu, H Zhang, S Nemoto. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture [J]. Opt Commun, 1999, 162(1-3): 57-63.
  - 3 G Gbur, T D Visser, E Wolf. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus [J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1694-1700.
  - 4 G Gbur, T D Visser, E Wolf. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused waves [J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(1): 013901.
  - 5 Chen Senhui, Zhang Tingrong, Huang Yongchao, et al.. Spectrum properties of Gaussian-Shell mode beam in the chromatics aberrated fractional fourier transforms system [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(1): 0107001.
- 陈森会, 张廷蓉, 黄永超, 等. 高斯-谢尔模型光束在有色差的分数傅里叶变换系统中的光谱特性 [J]. 光学学报, 2011, 31

- (1): 0107001.
- 6 J W Strohbehn. Laser Beam Propagation in the Atmosphere [M]. New York: Springer-Verlag, 1978.
- 7 L C Andrews, R L Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media [M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- 8 Li Jinhong, Lü Baida. Comparative study of the partially coherent vortex beam propagation through atmospheric turbulence along an uplink path and a downlink path [J]. Acta Physics Sinica, 2011, 60(7): 074205.  
李晋红, 吕百达. 部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输的比较研究 [J]. 物理学报, 2011, 60(7): 074205.
- 9 Li Xiaoqing, Ji Xiaoling. Beam matrix in terms of second-order moments of truncated beams [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0701003.  
李晓庆, 季小玲. 截断光束的二阶矩矩阵 [J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0701003.
- 10 H Roychowdhury, E Wolf. Invariance of spectrum of light generated by a class of quasi-homogenous sources on propagation through turbulence [J]. Opt Commun, 2004, 241(1): 11-15.
- 11 X Ji, E Zhang, B Lü. Changes in the spectrum of Gaussian Schell model beams propagating through turbulent atmosphere [J]. Opt Commun, 2006, 259(1): 1-6.
- 12 M Alavinejad, B Ghafary, D Razzaghi. Spectral changes of partially coherent flat topped beam in turbulent atmosphere [J]. Opt Commun, 2008, 281(8): 2173-2178.
- 13 C Ding, L Pan, B Lü. Effect of turbulence on the spectral switches of diffracted spatially and spectrally partially coherent pulsed beams in atmospheric turbulence [J]. J Opt A, 2009, 11(10): 105404.
- 14 X Ji, X Chen. Changes in the polarization, the coherence and the spectrum of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in turbulence [J]. Opt Laser Technol, 2009, 41(2): 165-171.
- 15 D Razzaghi, F Hajiesmaeilbaigi, M Alavinejad. Turbulence induced changes in spectrum and time shape of fully coherent Gaussian pulses propagating in atmosphere [J]. Opt Commun, 2010, 283(11): 2318-2323.
- 16 E Shchepakina, N Farwell, O Korotkova. Spectral changes in stochastic light beams propagating in turbulent ocean [J]. Appl Phys B, 2011, 105(2): 415-420.
- 17 A Zilberman, E Golbraikh, N S Kopeika, *et al.*. Lidar study of aerosol turbulence characteristics in the troposphere: Kolmogorov and non-Kolmogorov turbulence [J]. Atmo Res, 2008, 88(1): 66-77.
- 18 Toselli, L C Andrews, R L Phillips, *et al.*. Free space optical system performance for laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence for uplink and downlink paths [C]. SPIE, 2007, 6708: 670803.
- 19 O Korotkova, E Shchepakina. Color changes in stochastic light fields propagating in non-Kolmogorov turbulence [J]. Opt Lett, 2010, 35(22): 3772-3774.
- 20 H Xu, Z Cui, J Qu. Propagation of elegant Laguerre-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence [J]. Opt Express, 2011, 19(22): 21163-21173.
- 21 G Wu, H Guo, S Yu, *et al.*. Spreading and direction of Gaussian-Schell model beam through a non-Kolmogorov turbulence [J]. Opt Lett, 2010, 35(5): 715-717.
- 22 L Mandel, E Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- 23 Toselli, L C Andrews, R L Phillips, *et al.*. Scintillation index of optical plane wave propagating through non-Kolmogorov moderate-strong turbulence [C]. SPIE, 2007, 6747: 67470B.
- 24 S Gradshteyn, I M Ryzhik. Table of Integrals, Series and Products [M]. New York: Academic Press, 2007.