

高斯光束下的 Gamma-Gamma 分布模型研究

刘敏^{1,2} 刘锡国^{1,2} 王红星^{1,2} 俞臻铮³

¹海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001

²山东省信号与信息处理重点实验室, 山东烟台 264001

³中国人民解放军94826部队, 上海 200433

摘要 Gamma-Gamma模型是目前无线光通信中常用的光强闪烁模型。针对其参数模型较为复杂,各种近似模型的使用无参考依据的问题,在高斯光束下,通过仿真计算的方法,分别研究了波形条件、孔径尺寸、传输距离、内外尺度、湍流强度以及波长六方面因素对Gamma-Gamma模型的影响情况。结果表明:波形条件、孔径直径、传输距离、湍流强度对其影响都是不可忽略的,而内外尺度、近红外波段波长的影响则可以忽略不计;同时,只要孔径直径与传输距离的比值保持不变,则Gamma-Gamma模型分布特性不变。这些结论可为实际应用中模型的简化和无线光通信设备参数的设置提供参考和依据。

关键词 大气光学;光强闪烁;Gamma-Gamma模型;内尺度;外尺度;孔径直径;波长

中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.010101

Study of Gamma-Gamma Model under Gaussian Beam

Liu Min^{1,2} Liu Xiguo^{1,2} Wang Hongxing^{1,2} Yu Zhenzheng³

¹Department of Electronic Engineering, Navy Aeronautical Engineering University,
Yantai, Shandong 264001, China

²Key Laboratory on Signal and Information Processing of Shandong Province, Yantai, Shandong 264001, China

³94826 Troops of the People's Liberation Army, Shanghai 200433, China

Abstract Gamma-Gamma model is a commonly used intensity scintillation model in wireless optical communications. For the problems of the complexity of the parameters models and the lack of reference for various approximate models, under Gaussian beam and using the method of simulation calculation, we analyze the effects of waveform condition, aperture diameter, transmission distance, inner/outer scale, turbulent strength and wavelength on the characteristics of Gamma-Gamma model. The simulation results show that the effects of waveform condition, aperture diameter, transmission distance and turbulent strength cannot be ignored, while the effects of inner and outer scales, wavelength can be neglected. Moreover, as long as the ratio of aperture diameter to transmission distance remains unchanged, the Gamma-Gamma distribution characteristics will also keep unchanged. These conclusions provide reference and basis for the simplification of models in practical applications and the setting of system parameters for actual system.

Key words atmospheric optics; intensity scintillation; Gamma-Gamma model; inner scale; outer scale; aperture diameter; wavelength

OCIS codes 010.1300; 140.3295; 060.4510

1 引言

Gamma-Gamma模型是由Al-Habash等^[1]提出的,基于改进的Rytov理论而建立的一种光强闪烁概率分布模型,由于其在整个湍流区域都与实验数据有相对较好的吻合,并且模型参数相对其他模型简单,能够直接与大气湍流的物理特性相连,因此在无线光通信(FSO)性能分析中得到了广泛应用^[2-3]。尽管Gamma-

收稿日期: 2013-09-24; 收到修改稿日期: 2013-10-10; 网络出版日期: 2013-12-31

基金项目: 山东省泰山学者专项基金

作者简介: 刘敏(1983—),女,博士,讲师,主要从事光通信信道模型方面的研究。E-mail: liumin05@163.com

Gamma模型参数相对简单,但这种简单仅仅是针对其它光强闪烁模型而言的,其参数模型实际上也是相当复杂的,不仅与发射激光束的参数有关,而且与波形条件、湍流强度、内外尺度、传输距离等多种因素相关,使得实际应用难度增加。现有的研究往往集中于用一种近似模型研究Gamma-Gamma模型的适用性^[4]或者对实际通信系统性能的影响方面^[5-7],而从模型自身角度出发来研究各种参数对Gamma-Gamma模型的影响则未见相关报道,这使得应用中无法有效地根据实际情况选择合理的近似模型,进而影响研究结果的有效性。针对这个问题,本文就Gamma-Gamma模型本身展开分析,研究波形条件、湍流强度等各种因素的影响情况,从而为在实际应用中选择合理的参数模型、进行适当的近似提供参考和依据。

2 Gamma-Gamma模型

设 I 为光强,假设 $\langle I \rangle = 1$, $p(I)$ 表示光强闪烁概率密度函数, Gamma-Gamma模型为^[1]

$$p(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{\frac{\alpha+\beta}{2}-1} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta I}), \quad (1)$$

式中 $K_{\alpha-\beta}$ 是阶数为 $\alpha-\beta$ 的第二类修正贝塞尔函数,参数 α 、 β 分别表示大尺度闪烁系数和小尺度闪烁系数,表征大尺度湍流和小尺度湍流的有效个数,分别表示为

$$\alpha = \frac{1}{\exp(\sigma_{\ln x}^2) - 1}, \quad (2)$$

$$\beta = \frac{1}{\exp(\sigma_{\ln y}^2) - 1}, \quad (3)$$

式中 $\sigma_{\ln x}^2$ 和 $\sigma_{\ln y}^2$ 分别为大尺度湍流和小尺度湍流的对数光强方差。

3 参数模型

根据上节可知,只要知道大小尺度湍流的对数光强方差 $\sigma_{\ln x}^2$ 和 $\sigma_{\ln y}^2$,就可以确定 α 和 β ,从而确定具体的 Gamma-Gamma模型。

3.1 高斯光束下的参数模型

对于高斯光束而言,不考虑内、外尺度影响时,适合各个湍流区域的对数方差模型为^[8]

$$\sigma_{\ln x}^2(D) \approx 0.49\sigma_1^2 \left(\frac{\Omega_c - \Lambda_L}{\Omega_c + \Lambda_L} \right)^2 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\bar{\Theta}_L + \frac{1}{5}\bar{\Theta}_L^2 \right) \left[\frac{\eta_x}{1 + 0.40\eta_x(2 - \bar{\Theta}_L)/(\Lambda_L + \Omega_c)} \right]^{7/6}, \quad (4)$$

$$\sigma_{\ln y}^2(D) \approx \frac{1.27\sigma_1^2\eta_y^{-5/6}}{1 + 0.40\eta_y/(\Lambda_L + \Omega_c)}, \quad (5)$$

式中 D 为接收端孔径直径, σ_1 定义为平面波的 Rytov 方差,用来衡量湍流的强弱, $\Omega_c = 16L/(kD^2)$, L 为传输距离, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, Λ_L 、 $\bar{\Theta}_L$ 为高斯光束的接收光学参数,具体公式详见参考文献[9]。另外,

$$\eta_x = \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\bar{\Theta}_L + \frac{1}{5}\bar{\Theta}_L^2 \right)^{-6/7} (\sigma_B/\sigma_1)^{12/7}}{(1 + 0.56\sigma_B^{12/5})}, \quad (6)$$

$$\eta_y = 3 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_B} \right)^{12/5} (1 + 0.69\sigma_B^{12/5}), \quad (7)$$

式中 σ_B^2 称为高斯光束的 Rytov 方差,定义为^[8]

$$\sigma_B^2 \approx 3.86\sigma_1^2 \left\{ 0.40 \left[(1 + 2\bar{\Theta}_L)^2 + 4\Lambda_L^2 \right]^{5/12} \times \cos \left[\frac{5}{6} \arctan \left(\frac{1 + 2\bar{\Theta}_L}{2\Lambda_L} \right) \right] - \frac{11}{16} \Lambda_L^{5/6} \right\}. \quad (8)$$

3.2 平面波近似下的模型

当考虑均匀平面波时,即 $\bar{\Theta}_L = 0$, $\Lambda_L = 0$,则参数公式可简化为

$$\sigma_{\ln x, pl}^2(D) = \frac{0.49\sigma_1^2}{(1 + 0.65d^2 + 1.11\sigma_1^{12/5})^{7/6}}, \quad (9)$$

$$\sigma_{\ln y, pl}^2(D) = \frac{0.51\sigma_1^2(1 + 0.69\sigma_1^{12/5})^{-5/6}}{1 + 0.90d^2 + 0.62d^2\sigma_1^{12/5}}, \quad (10)$$

式中 $d = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{k}{L}}$ 。

3.3 球面波近似下的模型

当考虑均匀球面波时, 即 $\bar{\Theta}_L = 1$, $\Lambda_L = 0$, 则参数公式可简化为

$$\sigma_{\ln x, sph}^2(D) = \frac{0.49\beta_0^2}{(1 + 0.18d^2 + 0.56\beta_0^{12/5})^{7/6}}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\ln y, sph}^2(D) = \frac{0.51\beta_0^2(1 + 0.69\beta_0^{12/5})^{-5/6}}{1 + 0.90d^2 + 0.62d^2\beta_0^{12/5}}, \quad (12)$$

式中 $\beta_0^2 = 0.4\sigma_1^2$ 为球面波的 Rytov 方差。

可以看出, 平面波和球面波近似下的模型仅与 d 值和湍流强度有关。

上述模型均是未考虑内、外尺度影响时的模型, 另外还有仅考虑内尺度影响的模型、内外尺度均予考虑的模型, 这里就不再赘述, 可参见文献[10]。

4 仿真分析

首先通过仿真比较均匀平面波、均匀球面波和基模高斯光束的分布特性。假设波长 $\lambda = 1550 \text{ nm}$, $L = 1000 \text{ m}$, 发射角 $\theta = 2 \text{ mrad}$, 图 1(a)~(d) 分别为 $d = 0$ ($D = 0$), $d = 1$ ($D = 31.4 \text{ mm}$), $d = 2$ ($D = 62.8 \text{ mm}$) 和 $d = 3$ ($D = 94.2 \text{ mm}$) 时的 Gamma-Gamma 模型在不同波形条件下的分布曲线。可以看出, 图 1(a) 和 (b) 中, 平面波与高斯光束的差异比球面波大, 而图 1(c) 基本没有规律可循, 图 1(d) 图中平面波与高斯光束的差异比球面波小。这种差异主要是由于 d 的不同引起的, 因为当接收孔径为 0 时, 发射角相对于孔径直径较大, 因此可以与球面波较为近似, 而随着孔径的增大, 发射角相对于孔径直径的值逐渐减小, 与平面波较为近似。也就

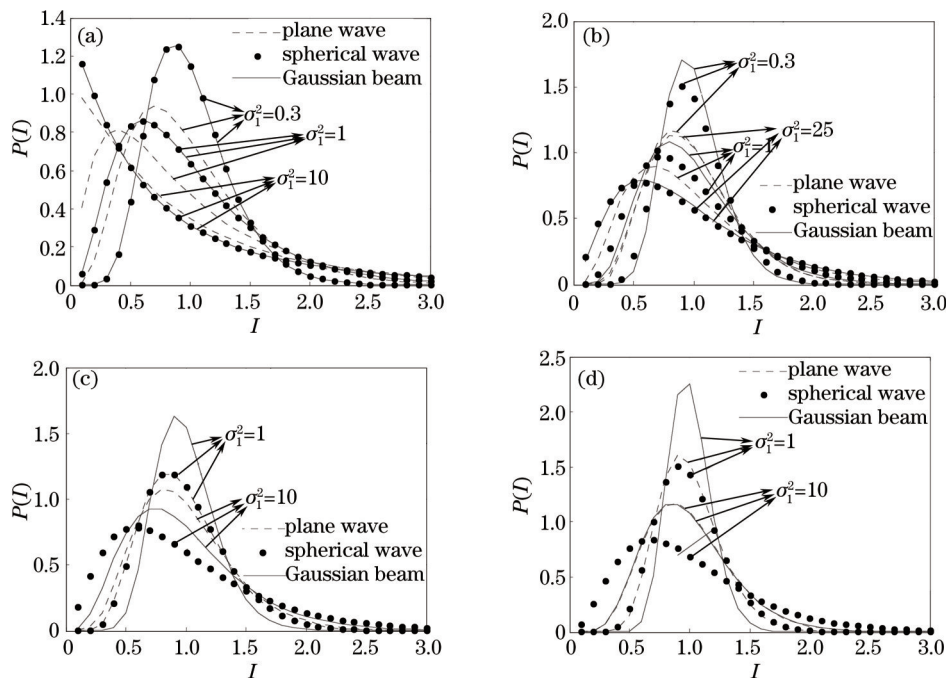


图 1 不同波形条件下的 Gamma-Gamma 分布

Fig.1 Gamma-Gamma distribution under different conditions of waveform

是说, 高斯光束与平面波或球面波的差异是根据 d 和 L 的取值而发生变化的, 因此在实际应用和分析中, 不能盲目地用平面波或者球面波来替代高斯光束。

接下来分析孔径尺寸对 Gamma-Gamma 模型的影响。假设 $\lambda = 1550 \text{ nm}$, $L = 2000 \text{ m}$, $\theta = 2 \text{ mrad}$, 图 2(a)、(b) 分别为 $\sigma_1^2 = 1$ 和 $\sigma_1^2 = 10$ 时的 Gamma-Gamma 模型在不同 d 值下的分布曲线。可以看出, d 的取值越大, 即孔径直径越大, 曲线越集中, 模型越接近对数正态分布, 这是由孔径对湍流效应的平滑作用造成的。

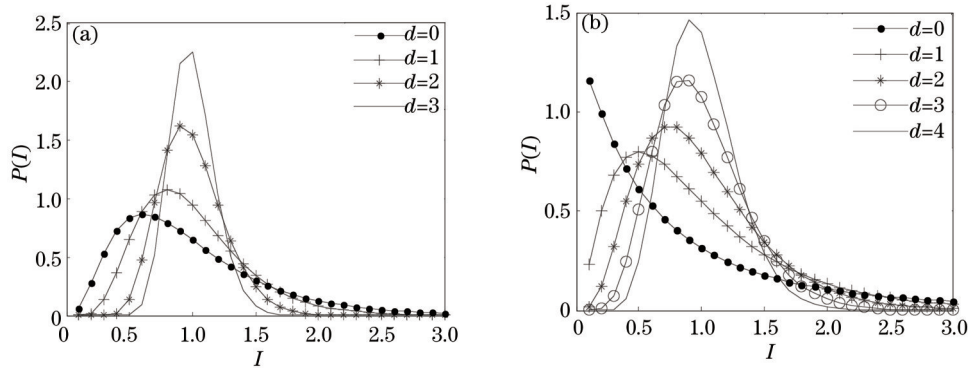


图2 接收孔径尺寸对 Gamma-Gamma 分布的影响

Fig.2 Effect of receiver diameter on the Gamma-Gamma distribution

表 1 和 2 分别列出了 $\sigma_1^2 = 1$ 和 $\sigma_1^2 = 10$ 的条件下, 当 d 给定时, 不同传输距离或者孔径下 Gamma-Gamma 分布的参数。可以看出, 虽然直接从(4)式和(5)式来看, 高斯光束不像平面波和球面波模型一样仅与 d 值有关, 而是分别与 D 和 L 有关, 但在任何 Rytov 方差下, 只要给定 d 的值, 不同传输距离下 Gamma-Gamma 分布的参数基本一致。公式表面上的不一致有可能是模型推导过程中一些近似引起的, 因此高斯波束也有和平面波、球面波一样的结论: 模型仅与 d 的取值, 即 $\frac{D}{2} \sqrt{\frac{k}{L}}$ 这一比值有关, 也就是说增大传输距离的同时增加孔径尺寸就能保持 Gamma-Gamma 分布模型不变, 即光强闪烁效应不会恶化。由此更进一步说明了孔径平均效应的重要性。

表 1 Gamma-Gamma 分布参数 ($\sigma_1^2 = 1$)

Table 1 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution ($\sigma_1^2 = 1$)

L/km	$\alpha(d=0)$	$\beta(d=0)$	$\alpha(d=1)$	$\beta(d=1)$	$\alpha(d=2)$	$\beta(d=2)$
1	5.7886	5.3839	11.2037	11.9786	29.5073	31.7160
2	5.7710	5.3667	11.1819	11.9194	29.4620	31.5357
3	5.7643	5.3602	11.1738	11.8970	29.4459	31.4672

表 2 Gamma-Gamma 分布参数 ($\sigma_1^2 = 10$)

Table 2 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution ($\sigma_1^2 = 10$)

L/km	$\alpha(d=0)$	$\beta(d=0)$	$\alpha(d=1)$	$\beta(d=1)$	$\alpha(d=2)$	$\beta(d=2)$
1	2.0698	1.3124	2.7050	8.7030	4.7289	30.9547
2	2.0701	1.3110	2.7047	8.6894	4.7249	30.9096
3	2.0703	1.3105	2.7046	8.6842	4.7235	30.8922

下面分析内、外尺度对 Gamma-Gamma 模型的影响, 内尺度用 l_0 表示, 单位为 mm, 外尺度用 L_0 表示, 单位为 m。

假设 $\lambda = 1550 \text{ nm}$, $L = 2000 \text{ m}$, $\theta = 2 \text{ mrad}$, $d = 2$, $\sigma_1^2 = 1$, 图 3 给出不同内尺度下的模型分布曲线。可以看出, 内尺度越大, Gamma-Gamma 分布模型越平缓, 说明内尺度的增大有点类似于湍流强度的增大。不过总的来说, 内尺度的影响不大。

表 3 和表 4 分别列出了 $\sigma_1^2 = 1$ 和 $\sigma_1^2 = 10$ 时, 不同外尺度下 Gamma-Gamma 分布模型的值。可以看出, 外尺度对 Gamma-Gamma 模型的影响也很小, 可以忽略不计。

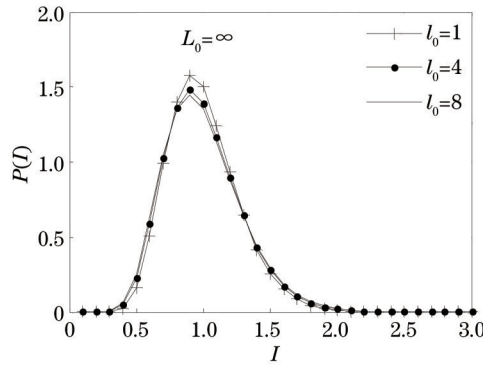


图3 内尺度对 Gamma-Gamma 分布的影响

Fig.3 Effect of innerscale on the Gamma-Gamma distribution

表3 Gamma-Gamma 分布参数($\sigma_1^2=1$)Table 3 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution with different outer scales ($\sigma_1^2=1$)

L_0 /km	$\alpha(l_0=1)$	$\beta(l_0=1)$	$\alpha(l_0=4)$	$\beta(l_0=4)$	$\alpha(l_0=8)$	$\beta(l_0=8)$
Infinity	29.9445	27.6260	26.8832	23.0993	24.5677	22.4476
10	29.9625	27.6260	26.8978	23.0993	24.5800	22.4476
8	29.9748	27.6260	26.9078	23.0993	24.5884	22.4476
5	30.0351	27.6260	26.9569	23.0993	24.6301	22.4476
3	30.2409	27.6260	27.1257	23.0993	24.7740	22.4476

表4 Gamma-Gamma 分布参数($\sigma_1^2=10$)Table 4 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution ($\sigma_1^2=10$)

L_0 /km	$\alpha(l_0=1)$	$\beta(l_0=1)$	$\alpha(l_0=4)$	$\beta(l_0=4)$	$\alpha(l_0=8)$	$\beta(l_0=8)$
Infinity	4.9274	29.7884	3.6567	28.4246	3.0696	28.2214
10	4.9331	29.7884	3.6600	28.4246	3.0721	28.2214
8	4.9370	29.7884	3.6623	28.4246	3.0737	28.2214
5	4.9559	29.7884	3.6735	28.4246	3.0820	28.2214
3	5.0202	29.7884	3.7116	28.4246	3.1105	28.2214

最后仿真分析波长对 Gamma-Gamma 模型的影响。

假设 $L=2000$ m, $\theta=2$ mrad, $d=2$, $\sigma_1^2=1$, 表5和表6分别列出了 $\sigma_1^2=1$ 和 $\sigma_1^2=10$ 时, 不同波长下 Gamma-Gamma 分布模型的参数值。这里所选波长均为 FSO 通信常用波长。可以看出, 在近红外波段范围内, 波长对 Gamma-Gamma 分布的影响也可以忽略不计。

表5 Gamma-Gamma 分布参数($\sigma_1^2=1$)Table 5 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution ($\sigma_1^2=1$)

λ /nm	α	β
850	29.4400	31.4412
1060	29.4468	31.4709
1550	29.4620	31.5357
10600	29.7044	32.3999

表6 Gamma-Gamma 分布参数($\sigma_1^2=10$)Table 6 Channel parameters of Gamma-Gamma distribution ($\sigma_1^2=10$)

λ /nm	α	β
850	4.7231	30.8855
1060	4.7236	30.8931
1550	4.7249	30.9096
10600	4.7488	31.1192

5 结 论

综上所述, 对于 Gamma-Gamma 分布模型, 即光强闪烁的概率分布而言, 波形的差异、孔径直径、传输距离、湍流强度对其影响则都不可忽略, 而内外尺度、红外波段波长的影响可以忽略不计。另外, 只要孔径

直径与传输距离的比值(即 d 值)确定,增大传输距离, Gamma-Gamma 分布模型不会变化,这主要是因为增大距离的同时,接收孔径也增大,孔径平滑效应与增大传输距离对系统性能的影响相互抵消,光强闪烁概率分布函数不变。

参考文献

- 1 M A Al-Habash, L C Andrews, R L Phillips. Mathematical model for the irradiance probability density function of a laser beam propagating through turbulent media[J]. Opt Eng, 2001, 40(8): 1554 - 1562.
- 2 Murat Uysal, Jing (Tiffany) Li, Meng Yu. Error rate performance analysis of coded free-space optical links over Gamma-Gamma atmospheric turbulence channels[J]. IEEE Trans Wireless Communications, 2006, 6(5): 1229-1233.
- 3 W. Gappmair, S.S. Muhammad. Error performance of PPM/Poisson channels in turbulent atmosphere with Gamma-Gamma distribution[J]. Electron Lett, 2007, 43(16): 880-882.
- 4 Frida Strömqvist Vetelino, Cynthia Young, Larry Andrews. Aperture averaging effects on the probability density of irradiance fluctuations in moderate-to-strong turbulence[J]. Appl Opt, 2007, 46(11): 2099-2108.
- 5 Xu Jianwu, Wang Hongxing, Sun Xiaoming, *et al.*. Method of Establishing channel model in multiple-beam transmission and reception FSO systems[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(3): 0305009.
徐建武, 王红星, 孙晓明, 等. 一种多光束发射和接收 FSO 系统的信道建模方法[J]. 中国激光, 2012, 39(3): 0305009.
- 6 Deng Lijun, Ke Xizheng, Shi Weijian. Performance research on the non-clipped QPSK sine-like modulation of atmospheric laser communication[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(2): 0205001.
邓莉君, 柯熙政, 史炜坚. 非限幅 QPSK 类正弦调制大气激光通信系统的性能研究[J]. 中国激光, 2013, 40(2): 0205001.
- 7 Xing Xuefeng, Li Hongzuo. Space laser communications based on quasi-orthogonal space-time block coding[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(5): 0505004.
邢雪峰, 李洪祚. 基于准正交空时分组编码的空间激光通信[J]. 中国激光, 2012, 39(5): 0505004.
- 8 L C Andrews, R L Phillips, C Y Hopen. Theory of optical scintillation[J]. J Opt Soc Am A, 1999, 16(6): 206-209.
- 9 Chen Heming, Zhao Xinyan. Laser Principle and Application[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2009. 64-88.
陈鹤鸣, 赵新彦. 激光原理及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009. 64-88.
- 10 Larry C Andrews, Ronaldh Phillips, Cynthia Y Hopen. Laser Beam Scintillation with Applications[M]. Bellingham: SPIE Press, 2001. 55-80.