

激光跟踪仪测量二次离轴非球面曲率半径的方法

郭玲玲^{1,2} 张星祥¹ 任建岳¹ 张立国¹ 付天骄^{1,2}

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; ² 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要 为了测量离轴非球面镜的曲率半径、圆锥系数等参数,提出了一种使用激光跟踪仪快速测量二次非球面的方法。重点介绍了使用激光跟踪仪得到空间三维坐标后的数据处理方法。实验中对一离轴非球面反射镜进行了测量,通过非线性最小二乘拟合得到了其曲率半径及圆锥系数,拟合结果均方根误差(RMSE)约为 $1.6\ \mu\text{m}$,确定系数约为0.999999954,所得曲率半径及圆锥系数与已有测量方法相差很小。理论分析以及实验结果表明,该方法简单通用,易于实施,数据处理过程快速可靠,适用于二次非球面镜曲率半径等参数的测量。

关键词 测量; 光学检测; 离轴非球面; 激光跟踪仪; 曲率半径; 曲面拟合

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.091202

Method to Measure the Radius of Curvature of Conic Off-Axis Aspheric Mirror Using a Laser Tracker

Guo Lingling^{1,2} Zhang Xingxiang¹ Ren Jianyue¹ Zhang Liguang¹ Fu Tianjiao^{1,2}

¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract In order to measure the radius of curvature and conic factor of an off-axis aspheric mirror, a new method to measure the conic surface with a laser tracker is proposed. The data processing procedure after spatial 3D coordinates are obtained with the laser tracker is clearly explained. An off-axis reflecting aspheric mirror is tested in the experiment and the radius of curvature and conic factor are obtained using nonlinear least square fitting method. The root mean square error (RMSE) is only $1.6\ \mu\text{m}$ while the coefficient of determination is up to 0.999999954. Besides, the results of our method and the existing methods are nearly the same. Both theoretical analyses and experimental results demonstrate that this is a simple, general and easily operated method, which benefits from the fast and reliable data processing. The proposed method meets the measurement requirements of conic aspheric mirrors.

Key words measurement; optical testing; off-axis asphere; laser tracker; radius of curvature; curved surface fitting

OCIS codes 120.6650; 120.4640; 120.4610; 120.3940

1 引言

在成像光学设计中使用离轴非球面光学元件,可以有效提高视场和传递函数,缩小体积重量,避免中心遮拦带来成像质量下降。正是这些显著优点使得离轴非球面在空间遥感领域的应用越来越广泛^[1],同时也促进了光学加工和检测技术的进步。

非球面曲率半径测量的准确性是保证系统性能的前提,然而由于几何形状的特殊性使得非球面在检测时,难度远高于球面系统^[2-3]。目前非球面的检测方法分为接触式^[4]和非接触式^[5-6]两类。其中,非接触式测量方法对于待测光学元件表面的光洁度、反射能力等有较高的要求,一般更适用于光学元件最后阶段的检测。而接触式方法可以用于研磨、抛光阶段的非球面检测。激光跟踪仪作为一种柔性大尺寸空间坐标测量仪器,可以利用其靶标小球[球形角锥反射镜(CCR)]对光学元件进行测量与补偿处理得到非球面参数^[7-8]。

收稿日期: 2013-05-08; **收到修改稿日期**: 2013-06-08; **网络出版日期**: 2013-08-19

基金项目: 吉林省科技发展计划(201000526)

作者简介: 郭玲玲(1988-),女,硕士研究生,主要从事空间光学相机测试数据处理及图像复原方面的研究。

E-mail: guolingl@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 任建岳(1952-),男,博士,研究员,主要从事空间光学及光机电系统方面的研究。E-mail: renjy@ciomp.ac.cn

现有的测量方法不能单独使用激光跟踪仪直接测算曲率半径等参数^[9],需要结合激光干涉仪等测量仪器同时测量^[10]。

本文介绍了单独使用激光跟踪仪测量离轴二次非球面的原理,重点介绍了由所测坐标计算曲率半径和圆锥系数的数据处理方法。通过在测量阶段控制测量误差,在数据处理阶段使用精确数据模型,从而提高参数的测算精度。

2 测量原理

图1所示为使用激光跟踪仪测量离轴非球面的装置示意图,其中包含用于数据连接的计算机、激光跟踪仪、反射靶标小球以及待测非球面镜。激光跟踪仪内置有激光测距系统和高精度光电旋转角编码器,可以测得仪器原点与靶标小球之间的空间距离和相应水平、垂直方向的角度,进而得到靶标小球的球心在测量仪器坐标系下的空间坐标值。

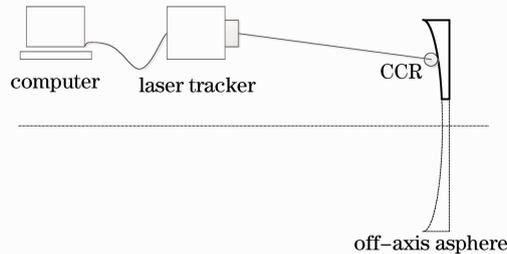


图1 使用激光跟踪仪的测量装置示意图

Fig. 1 Sketch map of the testing setup with a laser tracker

将靶标小球与待检非球面接触,即可得到在激光跟踪仪坐标系下的离轴非球面处小球的球心坐标值。当与待测物体之间距离不超过2 m时,激光跟踪仪的高精度选项可将测量误差控制在3 μm以内,若旋转角编码器移动很小,即让跟踪仪出光孔沿待测非球面镜的镜面方向放置,还可以进一步提升检测精度。图2所示即为一组非球面上的靶标小球接触点分布轨迹图。根据待测非球面的特征以及小球半径值,可以进行数据处理计算得到非球面镜的曲率半径等参数,从而实现离轴非球面的检测。

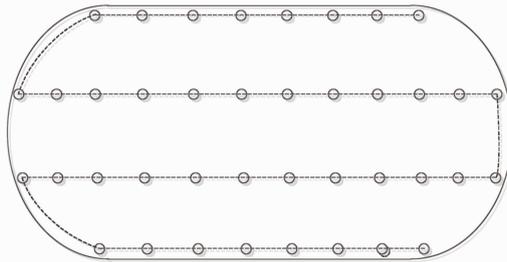


图2 非球面上接触点测量轨迹

Fig. 2 Distribution of contact positions on the aspheric surface

3 数据处理

对于平面或球面镜,激光跟踪仪可以直接通过补偿靶标小球半径得到其实际参数,但是对于离轴非球面,由于靶标小球与非球面接触点处的法向方向是未知的,故而难以精确补偿得到非球面上的坐标点。本文提出一种曲面拟合方法,直接拟合非球面处靶标小球球心所在的曲面,而不是拟合非球面。无需对测量得到的坐标数据进行补偿,直接计算得到非球面的曲率半径等参数。

3.1 球心所在曲面的曲面方程

对于一般的二次非球面,在以虚顶点为原点 O ,非球面的光轴为 Z 轴的理想坐标系下,曲面方程为

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2r^2}}, \quad (1)$$

式中 $r^2 = x^2 + y^2$,曲率半径 $c = 1/R$, R 为顶点半径, k 为圆锥系数。在该坐标系下,非球面方程旋转对称。在

第2节所介绍的测量方法中,小球的球心位置也构成一个曲面,该球心曲面与非球面的关系如图3所示。

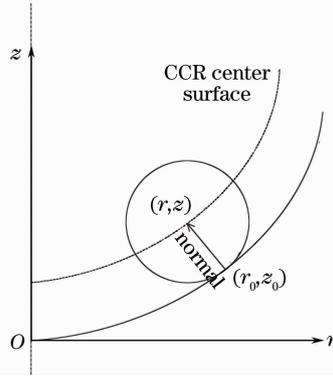


图3 非球面与CCR球心构成的曲面相对关系

Fig. 3 Aspheric surface and the corresponding surface composed of CCR center positions

根据该坐标系下非球面方程的旋转对称性,不难知道小球的球心构成的曲面也是旋转对称的。在图3所示的 $r-z$ 坐标系中,非球面上的靶标小球接触点坐标为 (r_0, z_0) ,该点对应的CCR球心处坐标为 (r, z) ,非球面在接触点处的归一化法向量为

$$\mathbf{n}|_{r=r_0} = \left[\frac{-cr_0}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}}, \frac{\sqrt{1-(1+k)c^2r_0^2}}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}} \right]. \quad (2)$$

靶标小球的半径在检测中已知,设为 d ,则有

$$(r, z) = (r_0, z_0) + d\mathbf{n} = \left[r_0 - \frac{dcr_0}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}}, z_0 + \frac{d\sqrt{1-(1+k)c^2r_0^2}}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}} \right]. \quad (3)$$

由于 (r_0, z_0) 是非球面上的点,故其满足(1)式,即得到隐式表示的靶标小球球心构成的曲面方程为

$$\begin{cases} r = r_0 - \frac{dcr_0}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}} \\ z = \frac{cr_0^2}{1 + \sqrt{1-(k+1)c^2r_0^2}} + \frac{d\sqrt{1-(1+k)c^2r_0^2}}{\sqrt{1-kc^2r_0^2}} \end{cases}. \quad (4)$$

由(4)式中第一个等式可以得到 r_0 关于 r 的表达式为

$$\begin{cases} r_0 = \frac{r}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{l} + \frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{\frac{6}{c^2k} - \frac{6d^2}{k} + 3r^2 - l - \frac{6\sqrt{3}(c^2rd^2 + r)}{c^2k\sqrt{l}}} \\ l = \frac{(d^2 + kr^2)^2c^4 + [k(\sqrt[3]{m} - 2)r^2 - 2d^2(\sqrt[3]{m} + 1)]c^2 + (\sqrt[3]{m} + 1)^2}{c^2k\sqrt[3]{m}} \\ m = \frac{(d^2 + kr^2)^3c^6 - 3(d^4 - 16kr^2d^2 + k^2r^4)c^4 + 3(d^2 + kr^2)c^2 - 1 + 6\sqrt{3}\sqrt{c^4d^2kr^2}[(d^2 + kr^2)^3c^6 - 3(d^4 - 7kr^2d^2 + k^2r^4)c^4 + 3(d^2 + kr^2)c^2 - 1]}{c^2k\sqrt[3]{m}} \end{cases}. \quad (5)$$

式中 l, m 为中间变量,只为使表达式简洁。将(5)式代入(4)式的第二个等式,即可得到测量非球面时靶标小球的球心所在的曲面的显式方程:

$$z = f(r; c, k), \quad (6)$$

式中 c, k 的物理意义与(1)式中相同。根据旋转对称性,利用 $r^2 = x^2 + y^2$ 替换 r ,即可得到空间坐标系 $(O-XYZ)$ 下的曲面表达式为

$$z = g(x, y; c, k) = f(r; c, k)|_{r=\sqrt{x^2+y^2}} = f(\sqrt{x^2+y^2}; c, k). \quad (7)$$

以上推导和计算过程均可在计算机上进行,通过符号运算得到球心曲面的方程即(7)式。依据推导结果,图4给出了 $c=0.0002 \text{ mm}^{-1}, k=-2.5, d=20 \text{ mm}$ 时CCR球心所在的曲面(上方)与对应的非球面(下方)的三维曲面图。

根据以上分析可知,利用CCR球心所在的曲面方程(7)式对测量数据拟合即可得到待测非球面的 c, k

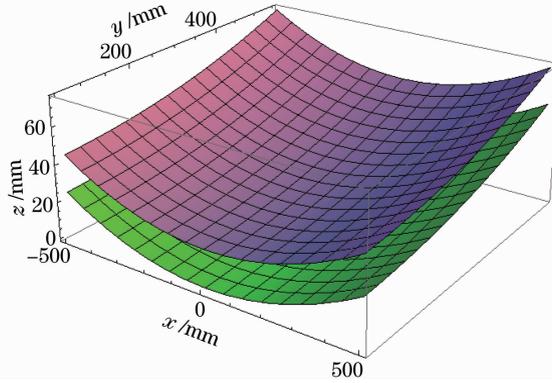


图4 CCR球心所在曲面与对应的非球面

Fig. 4 Curved surface composed of CCR center positions and the corresponding aspheric surface

等参数信息。

3.2 测量坐标系与理想坐标系的偏差

3.1节所分析的曲面方程表达式均是在以虚顶点为原点 O ，离轴非球面的光轴为 Z 轴的理想坐标系(O - XYZ)下导出的。实际测量中，所测得的空间坐标点是在激光跟踪仪选定的测量坐标系(O' - $X'Y'Z'$)下，与理想坐标系存在平移和旋转偏差，如图5所示。

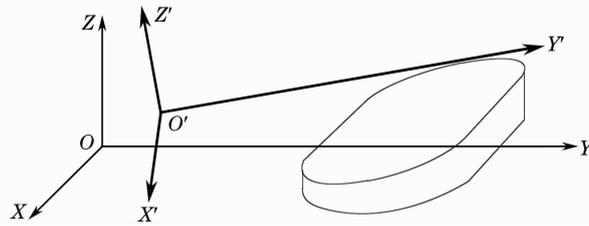


图5 坐标系偏差

Fig. 5 Coordinates deviation

坐标系偏差使得测量的坐标点不能直接用(7)式来拟合，需要将测量数据与拟合方程式统一到同一坐标系下。将 O - XYZ 坐标系依次绕 Z 轴、 Y 轴、 X 轴旋转 γ 、 β 、 α 角度，再平移 (p_1, p_2, p_3) 距离即得到 O' - $X'Y'Z'$ 坐标系，对应坐标系下点的坐标值关系为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma & \sin \beta & p_1 \\ -\cos \gamma \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \sin \alpha & p_2 \\ -\cos \alpha \cos \gamma \sin \beta + \sin \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \alpha & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

这就使得最终的曲面拟合中，未知参数除了 c 、 k 外，还包含 α 、 β 、 γ 、 p_1 、 p_2 、 p_3 ，在最小二乘测度下曲面拟合的代价函数为

$$\begin{aligned} H(c, k, \alpha, \beta, \gamma, p_1, p_2, p_3) &= \|g(x, y; c, k) - z\|^2 = \\ & \|g(x' \cos \beta \cos \gamma + y' \cos \beta \sin \gamma + z' \sin \beta + p_1, x'(-\cos \gamma \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \gamma) + \\ & y'(\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + z' \cos \beta \sin \alpha + p_2; c, k) - x'(-\cos \alpha \cos \gamma \sin \beta + \sin \alpha \sin \gamma) + \\ & y'(-\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + z' \cos \beta \cos \alpha + p_3\|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

代入一组测量点的坐标值 (x'_i, y'_i, z'_i) ， $i = 1, 2, \dots, N$ ，通过迭代搜索寻找一组 $[c, k, \alpha, \beta, \gamma, p_1, p_2, p_3]$ 的值使得(9)式所示的代价函数达到最小，其中 c 、 k 即为曲面拟合得到的非球面参数。在最小化(9)式时，给定合适的参数初值有利于迭代的收敛速度，通常可以使用设计标称值或其他低精度测量方法得到的估测值。

4 实验结果与讨论

实验中对一口径为 $1000 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ 的离轴双曲面进行了两组测量，其中第一组测量中得到的镜面

处 CCR 球心坐标如图 6(a)所示,使用 Matlab 软件中 `fminsearch` 函数求解(9)式所示的无约束非线性最小化问题,拟合得到的曲面如图 6(b)所示。两组测量中曲面拟合得到的各参数结果以及拟合优度如表 1 所示,其中第一组确定系数和均方根误差(RMSE)分别为 0.999999954 和 0.001604039 mm,第二组确定系数和 RMSE 分别为 0.999999955 和 0.001610625 mm。此外,两组实验中分别得到的 c 、 k 参数拟合结果差异也很小,而 α 、 β 、 γ 、 p_1 、 p_2 、 p_3 的拟合结果由于两组测量中仪器位置的差异而不同。

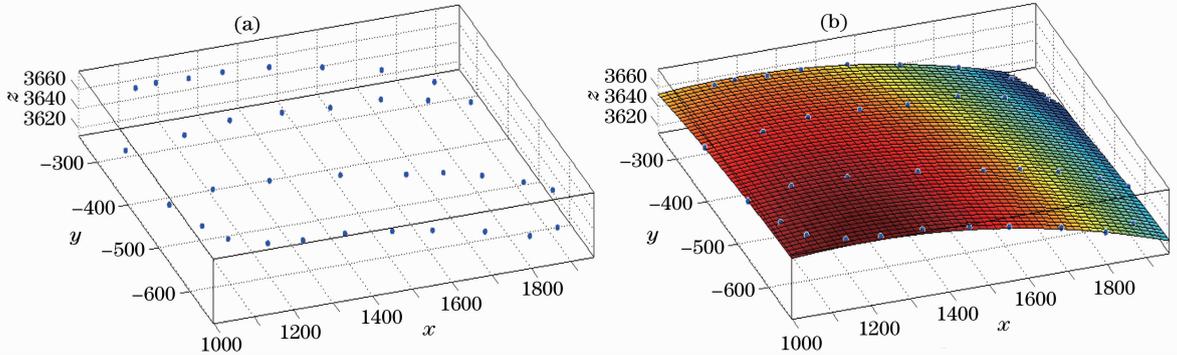


图 6 球心所在曲面的拟合。(a) 实验中的测量点坐标;(b) 拟合得到的曲面

Fig. 6 Surface fitting of the CCR center positions. (a) Coordinates tested in experiment; (b) fitted surface

表 1 参数拟合结果与拟合优度

Table 1 Fitted parameters and goodness of fitting

Result	Index number	Parameter	Experiment 1	Experiment 2
Fitted parameter	1	c / mm^{-1}	-0.000181941	-0.000181941
	2	k	-2.007433042	-2.006870528
	3	α / rad	0.040285765	0.021378092
	4	β / rad	-0.038997196	-0.004892555
	5	γ / rad	0.648001846	-0.016116665
	6	p_1 / mm	-866.7294116	-1014.750294
	7	p_2 / mm	1673.644117	1191.604795
	8	p_3 / mm	-3780.155120	-3132.251545
Goodness of fitting	1	Coefficient of determination	0.999999954	0.999999955
	2	RMSE /mm	0.001604039	0.001610625

为了验证该方法的准确性,实验中还将拟合得到的曲率半径 c 、圆锥系数 k 与文献[9]中使用激光跟踪仪与激光干涉仪同时测量的处理结果进行了对比,如表 2 所示。由表 2 可知,两种方法的测量结果是基本一致的,从而验证了该方法用于测量离轴非球面镜曲率半径等参数的有效性。

表 2 非球面参数结果对比

Table 2 Comparison of aspheric parameters between our method and the method in Ref. [9]

Parameter	Experiment 1	Experiment 2	Method in Ref. [9]
c / mm^{-1}	-0.000181941	-0.000181941	-0.000181921
k	-2.007433042	-2.006870528	-2.009891807

5 结 论

提出了利用激光跟踪仪测量离轴非球面镜处坐标并利用曲面拟合计算曲率半径等参数的方法。重点介绍了使用激光跟踪仪得到空间三维坐标数据后的数据处理方法,首先给出了靶标小球球心所在的曲面方程,然后给出了包含平移和旋转参数的曲面拟合代价函数。实验中对一口径为 1000 mm×500 mm 的离轴双曲面进行了测量,曲面拟合结果的均方根误差约为 1.6 μm ,确定系数约为 0.999999954。本文方法得到的非球面曲率半径和圆锥系数与文献[9]中的方法测量结果具有一致性。该方法无需激光跟踪仪以外的光学设备就可以对离轴非球面镜进行检测,检测过程操作简便,测试成本低,可用于面形误差为微米量级以上的大

口径离轴二次非球面镜参数的测量。

参 考 文 献

- 1 Xue Qingsheng, Huang Yu, Lin Guanyu. Optical system design of wide-angle and high-resolution spaceborne imaging spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(8): 0822001.
薛庆生,黄煜,林冠宇. 大视场高分辨力星载成像光谱仪光学系统设计[J]. *光学学报*, 2011, 31(8): 0822001.
- 2 Bai Manshe, Li Pan, Zhang Jinkuan, *et al.*. Improvement on nonuniformity for sphere mirrors with large radius of curvature[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(3): 554–560.
白满社,李攀,张晋宽,等. 大曲率半径球面反射镜球面误差的改善[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(3): 554–560.
- 3 Qiu Lirong, Li Jia, Zhao Weiqian, *et al.*. Laser confocal measurement system for curvature radii of lenses[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(2): 246–252.
邱丽荣,李佳,赵维谦,等. 激光共焦透镜曲率半径测量系统邱[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2): 246–252.
- 4 Li Jie, Wu Fan, Wu Shibin, *et al.*. Using a laser tracker to measure the surface of off-axis aspheric mirror during grinding [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(1): 0112002.
李杰,伍凡,吴时彬,等. 使用激光跟踪仪测量研磨阶段离轴非球面面形[J]. *光学学报*, 2012, 32(1): 0112002.
- 5 Gao Songtao, Sui Yongxin, Yang Huaijiang. High precise testing of asphere with computer-generated hologram and error evaluation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 0612003.
高松涛,隋永新,杨怀江. 用计算全息图对非球面的高精度检测与误差评估[J]. *光学学报*, 2013, 33(6): 0612003.
- 6 Ren Jianfeng, Guo Peiji. Design of original structure of illuminating system in off-axis convex aspherical lens testing system with computer-generated hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0222005.
任建锋,郭培基. 计算全息法检测离轴凸非球面照明镜组初始结构设计[J]. *光学学报*, 2012, 32(2): 0222005.
- 7 Zhang Zhenjiu, Hu Hong. Measurement of geometric error of rotary stage system based on laser tracker[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(11): 1108016.
张振久,胡泓. 基于激光跟踪仪的转台系统几何误差检测[J]. *中国激光*, 2012, 39(11): 1108016.
- 8 Wang Xiaokun. Measurement of aspherical surface by laser tracker[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, 41(4): 379–383.
王孝坤. 激光跟踪仪检验非球面面形的方法[J]. *光子学报*, 2012, 41(4): 379–383.
- 9 Wang Xiaokun, Zheng Ligong. A method for testing radius of curvature of optical spheric surface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(8): 0812010.
王孝坤,郑立功. 一种精确测量光学球面曲率半径的方法[J]. *光学学报*, 2011, 31(8): 0812010.
- 10 A S Lars. Radius measurement by interferometry[J]. *Opt Engng*, 1992, 31(9): 1961–1966.