

基于小波变换的分数阶傅里叶变换多图加密技术研究

孔德照¹ 沈学举¹ 林超¹ 高宇辰²

(¹ 军械工程学院光学与电子工程系, 河北 石家庄 050003)

² 酒泉卫星发射中心, 甘肃 酒泉 732750

摘要 以小波变换和分数傅里叶变换为基本理论依据,介绍了一种基于小波变换的分数阶傅里叶变换多图加密技术,丰富了多图加密的方法。该方法充分利用了小波变换的多分辨率分解的特性,结合分数傅里叶变换,不仅有效完成了多图加密,而且实现了各图像独立的处理,加密后,每个图像都会有自己独立的密钥。分析了小波变换类型和变换级次对加、解密效果的影响,并对算法的应用做了分析和说明。数值模拟验证了该方法的可行性,表明该算法较好地解决了多图加密系统容量不足的问题,不仅增大了密钥空间,提高了安全性,还提高了算法应用的多样性和灵活性。最后,提出了一种可行实现装置来实现该方案。

关键词 图像处理;光学图像加密;小波变换;分数傅里叶变换;多图加密

中图分类号 O438.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.091002

Multi-Image Encryption Based on Wavelet Transform and Fractional Fourier Transform

Kong Dezhao¹ Shen Xueju¹ Lin Chao¹ Gao Yuchen²

(¹ Department of Optics and Electronic Engineering, Ordnance Engineer College, Shijiazhuang, Hebei 050003, China
² Jiuquan Satellite Launch Center, Jiuquan, Gansu 732750, China)

Abstract A multi-image encryption scheme based on optical wavelet transform (OWT) and fractional Fourier transform (FrFT) is proposed, which enriches the multi-image encryption method. The scheme combines OWT and FrFT to make full use of multi-resolution decomposition of wavelet transform (WT). WT can focus most energy of the original images on the low-frequency parts, so the sizes of images can be reduced as far as possible without loss of image quality. The mentioned properties can not only realize the multi-image encryption, but also make sure each image is processed alone. When encryption is finished, each image will get its own independent keys. Analysis of encrypted effects is completed. Furthermore, the influence of WT type and order are analyzed, and application and analysis of independent keys are accomplished as well. Numerical simulation verifies the feasibility of the scheme and shows that the problem of insufficient capacity is solved better. The security of the method is analyzed. It can be concluded that the method expands the space of keys, which improves the security. Moreover, the application of independent keys makes the variability and flexibility of scheme increase, which means that multi-user decryption, cascade, and multi-user authentication can be achieved. A simple photoelectric mixed device to realize the scheme is proposed.

Key words image processing; optical image encryption; wavelet transform; fractional Fourier transform; multi-image encryption

OCIS codes 100.4998; 110.4190; 070.4560

1 引言

在信息技术高度发达的今天,传统的信息安全技术如加密技术及身份验证技术等难以满足海量数据的

收稿日期: 2013-03-18; 收到修改稿日期: 2013-04-17; 网络出版日期: 2013-08-14

作者简介: 孔德照(1989—),男,硕士研究生,主要从事光学信息加密方面的研究。E-mail: xiaowu89511@126.com

导师简介: 沈学举(1964—),男,教授,博士生导师,主要从事光学信息处理和激光技术等方面的研究。

E-mail: shxjoptics@yahoo.com.cn

处理需求。这是因为这些传统的信息安全技术主要依靠计算机或数字信号处理器(DSP)等电子手段来实现,这些方法受到处理速度的限制。光学信息安全技术作为一种新的安全手段,近年来得到了快速发展,是对传统安全技术的重要补充和提升。光学信息处理技术本身具有高速度、并行性的特点;光的波长短,信息容量大;同时又具有振幅、相位、波长、偏振等多种属性,是多维的信息载体。这些优点使得利用光学信息处理技术完成数据加密、身份验证等任务较之利用电子手段具有天然的优势。

光学图像加密作为光学信息安全的重要组成,越来越受到社会重视。应用光学方法对图像进行加密,方法越来越多,应用越来越灵活,有较高的应用价值。多图加密作为其中的重要分支,由于可在一幅图像中携带多幅图片信息,而且能够很好地保证传输图片的质量,成为光信息安全方面的一个热点。

分数傅里叶变换(FrFT)广泛应用于图像加密中,它是傅里叶变换在数学和光学领域的拓展。自2000年Unnikrishnan等^[1]提出基于分数傅里叶图像加密系统,人们在该领域做了大量研究^[1-12]。比较典型的有,Liu等^[2]提出了多级多通道加密算法,Liu等^[3-5]通过对本征向量、核函数的随机化形成了随机分数傅里叶变换加密算法,Tao等^[9-10]定义了多参数分数傅里叶变换并提出了相应的加密算法。可见,分数傅里叶变换应用于图像加密已经成为一种常用方法。

在数字通信领域,比如网络、电视和多媒体系统中,小波变换(WT)广泛应用于图像处理,包括图像压缩、融合、滤波、编码、目标识别等^[12-13];由于能够实现多层次分解,选择相应的频段进行小波变换可以提高时频特性。同时,由于光学方法实现的并行性和高速实时性,光学小波变换也成为研究的热点^[14-17]。近几年,由于小波变换良好的多分辨率分解特性,将光学小波应用于图像加密成为一种新的尝试,文献^[18]提出了利用分数小波变换对灰度图像进行加密,文献^[19]则提出利用分数小波变换对彩色图像加密。

本文将小波变换和分数傅里叶变换相结合,得到了一种基于小波变换的分数阶的多图加密技术。利用小波变换的多分辨率分解的特性,可以将图像上的能量尽量集中在低频的子带上。将多幅图像经小波变换后得到各自的低频图,然后重新组合成一幅图像,该图像将含有原来多幅图像的大部分能量,再对低频图进行分数傅里叶变换,变换的过程中通过两块随机相位板调制,得到加密图像,完成多图加密;利用加密的逆过程可以得到解密的多图。与已有的方法相比,该方法不仅有效地解决了多图加密容量不足的问题,而且加密的各图都会拥有独立的密钥,增加了应用的多样性和灵活性。此外,本文还提出了一种可行的实现装置。

2 算法介绍

2.1 基本算法

为了实现加密多图,将小波变换和分数傅里叶变换相结合,利用小波变换将能量集中于低频部分。在保证图像质量损失较小的基础上缩小图像尺寸,然后利用分数傅里叶变换实现多图加密。具体算法如下。

- 1) 对多幅图像 $A_i (0 < i \leq n)$ 依次进行小波变换,得到图像 A_i 相应的低频部分图 B_i 。
- 2) 将 B_i 由下式组成新的图像 $A(u, v)$:

$$A(u, v) = \begin{cases} B_1, & \text{if } (u, v) \in S_1 \\ B_2, & \text{if } (u, v) \in S_2 \\ \dots & \\ B_n, & \text{if } (u, v) \in S_n \end{cases}, \quad (1)$$

式中 S_1, S_2, \dots, S_n 为 $A(u, v)$ 上的区域。

- 3) 在 $A(u, v)$ 的 $B_i (0 < i \leq n)$ 上叠加与之相应大小的随机相位 $\varphi_i (0 < i \leq n)$, 得到相应的 $C_i (0 < i \leq n)$, 最终得到所有 C_i 组成的 A_p :

$$A_p = \sum_{i=1}^n C_i = \sum_{i=1}^n B_i \times \varphi_i. \quad (2)$$

- 4) A_p 中的 C_i 进行分数阶次为 P 的傅里叶变换,然后再叠加相应大小的随机相位 $\theta_i (0 < i \leq n)$, 在分数平面得到相应的 D_i 和 A_m :

$$A_m = \sum_{i=1}^n D_i = \sum_{i=1}^n F^P(C_i) \times \theta_i, \quad (3)$$

式中 F^P 表示进行阶次为 P 的分数傅里叶变换。

5) A_m 中的 D_i 进行分数阶次为 Q 的傅里叶变换, 输出平面得到 A_i 对应的加密图 O_i 和总的加密图 A_0 :

$$A_0 = \sum_{i=1}^n O_i = \sum_{i=1}^n F_i^Q [F_i^P (C_i) \times \theta_i], \quad (4)$$

式中 F^Q 表示进行阶次为 Q 的分数傅里叶变换, 每幅图像 A_i 相应的密钥为 $\varphi_i, \theta_i, P, Q$, 以上过程如图 1(a) 所示。

解密是加密的逆过程, 通过相应的逆分数阶次傅里叶变换和相应的逆小波变换, 给以正确的密钥, 加密图 A_0 会得到相应的解密图 A_i , 此过程如图 1(b) 所示。

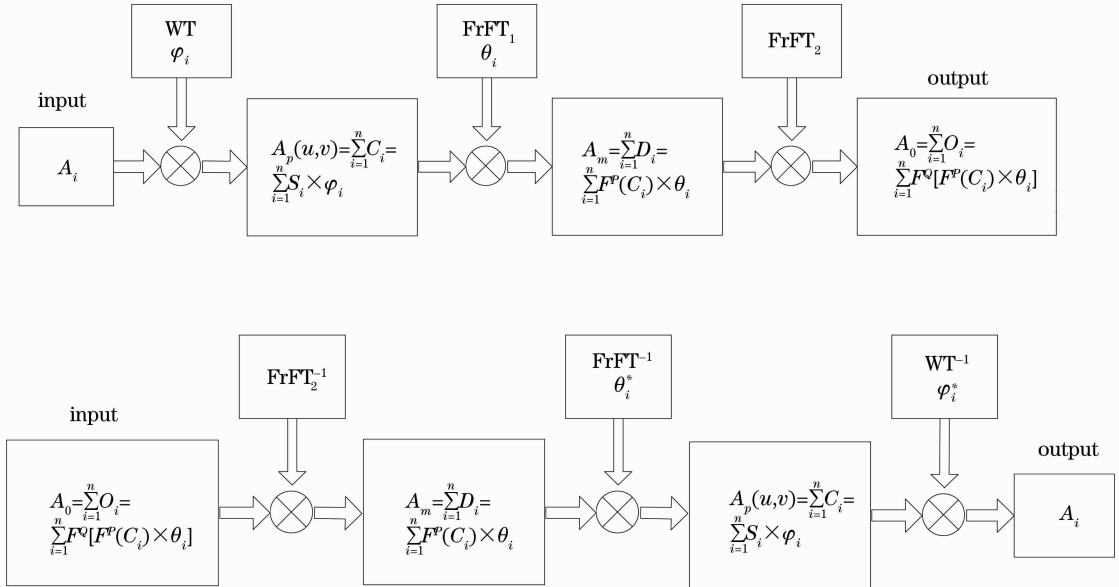


图 1 算法框图。(a)加密; (b)解密

Fig. 1 Flow chart of the scheme. (a) Encryption; (b) decryption

2.2 光学实现

为了验证该方案的实用性, 提出一种光电混合装置实现算法, 如图 2 所示。其中 MRMF 为多干涉匹配滤波器, SLM_1 和 SLM_2 为空间光调制器, RPM_1 和 RPM_2 为随机相位板。

图 2 上半部分是小波变换的实现装置, 由 $4f$ 系统和小波滤波器组成。空间光调制器 SLM, 不断输入原图像, 小波滤波器置于频域面上, 利用干涉得到复振幅; 小波变换完成后得到一系列低频图, CCD 采集之后输入计算机, 通过计算机将这些低频图像重新组合得到新图像, 然后将新图像重新输入到系统中(该过程可用已编写的程序进行实时处理); 图 2 下半部分是分数变换的实现装置, 用随机相位板 RPM_1 和 RPM_2 来调制, 干涉得到最终加密图。

关于小波变换的光学实现, 由(3)式可知, 二维信号的小波变换表示为其频谱 $F(u, v)$ 与小波频谱 $\varphi^*(a_1 u, a_2 v)$ 的乘积, 表明小波变换的频率域实现与带通滤波器的操作相似。在傅里叶频谱面放置一系列位置和宽度不同的带通滤波器, 就可以在输出面上得到对应不同扩展因子的小波变换系数。由于光学相关的位移不变性, 制作 WT 滤波器时可以不考虑相位因子。

不同的小波变换只能通过依次输入不同的匹配滤波函数来实现, 速度很慢, 发挥不了光学系统并行处理的优越性。针对该问题, Mendlovic 等^[20-21] 提出利用 Dammann 光栅进行多通道相关处理, 每一个通道实现一个尺度的小波变换文献, 可以根据不同的需要完成不同尺度的小波变换。关于分数傅里叶变换的光学实现就不作详述了。

3 数值模拟

为了验证该算法的可行性, 应用 Matlab 对四幅图像[如图 3(a)~(d)所示, 四幅图像的大小都为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$]进行了数值模拟。模拟中, 应用离散小波变换和离散分数傅里叶变换来具体实现该算法。

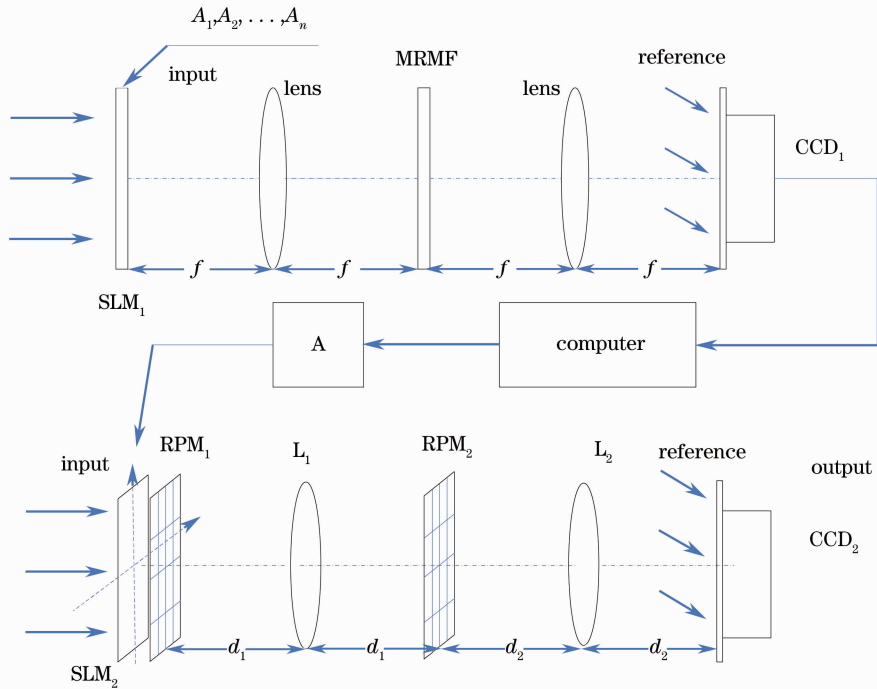


图 2 方案的光学实现

Fig. 2 A possible implementation device of the scheme



图 3 原图像。(a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elaine

Fig. 3 Original images. (a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elaine

算法中小波变换将能量尽量集中于低频部分(B_1, B_2, B_3, B_4), 大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$, 如图 4(a)~(d)所示。采用 Haar 小波变换对四幅原始图像进行小波变换, 图 5(a)为图 3(a)小波变换后的图像。经过 $n=1$ 级小波变换后将低频部分重新组合得到 $A(u, v)$, 如图 5(b)所示。 $B_1 \sim B_4$ 分别叠加相应大小的随机相位 $\varphi_1 \sim \varphi_4$, 然后分别对各通道进行为分数阶次为 $P_x = 1.3, P_y = 1.1$ 的分数傅里叶变换, 得到相应的 $F_i^P(C_i)$ 和其组成的图像。再叠加相应大小的随机相位 $\theta_1 \sim \theta_4$ 进行分数阶次为 $Q_x = 1.5, Q_y = 0.9$ 的分数傅里叶变换, 得到相应的加密图 Q_i 和总的加密图 A_0 , 如图 5(c)所示。加密过程中得到每幅图像 A_i 相应的密钥为 $\varphi_i, \theta_i, P, Q$ 。

解密过程是加密的逆过程, 应用正确的密钥后, 解密图像如图 6(a)~(d)所示。观察可发现, 如果密钥正确, 能够得到比较清晰的图像。

为了衡量原始图像在加解密前后的质量变化, 引入输入图像和解密图像的均方差(MSE)来定量分析。

MSE 的数学定义式为

$$E_{\text{MS}} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \| I(i, j) - K(i, j) \|^2, \quad (5)$$

式中 $I(i, j)$ 和 $K(i, j)$ 分别代表像素点 (i, j) 的原图像和解密图像的灰度值。

当密钥正确时, 四幅图像的 MSE 分别为: $E_{\text{MS1}} = 8.028, E_{\text{MS2}} = 13.67, E_{\text{MS3}} = 17.57, E_{\text{MS4}} = 5.356$ 。可见



图 4 各图像低频部分图。(a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elain

Fig. 4 Low-frequency parts of original images. (a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elain



图 5 加密中的图像。(a)小波变换后的结果; (b) 低频部分组合后的图像; (c) 加密结果

Fig. 5 Images in encryption. (a) The result of WT; (b) combination of low-frequency parts; (c) encrypted image

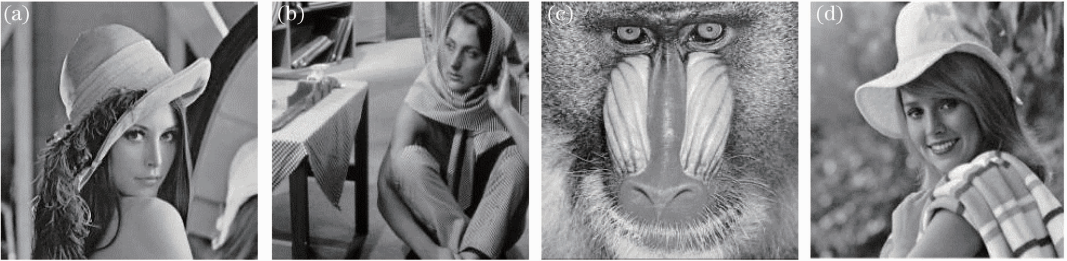


图 6 相应的解密图像。(a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elain

Fig. 6 Corresponding decrypted images. (a) Lena; (b) Babara; (c) Baboon; (d) Elain

该算法解密效果比较好,图像丢失信息比较少,能基本恢复原图像。

为了验证该系统的安全性,讨论随机相位和分数傅里叶变换阶次对图像的影响。

分数阶次是加密过程中最重要的密钥之一,当其他密钥正确,分数阶次 P_x 、 P_y 不匹配时,得到的解密图像如图 7 所示。容易发现,若解密时分数阶次与加密时不匹配,图像很模糊。进一步分析,计算其他密钥都正确时,不同分数阶次对应的解密图像的 MSE 值,如图 8 所示。从该图看出,算法中分数阶次作为密钥极

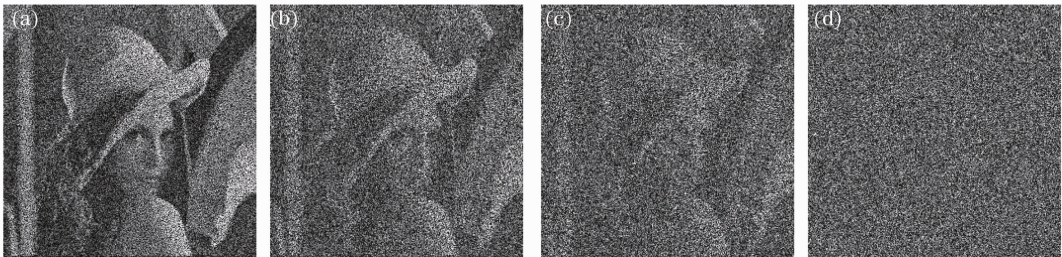


图 7 其他参数正确,分数阶次不匹配时的解密图像。(a) $P_x = 1.3, P_y = 1.205$; (b) $P_x = 1.3, P_y = 1.208$;

(c) $P_x = 1.3, P_y = 1.210$; (d) $P_x = 1.3, P_y = 1.25$

Fig. 7 Computer simulation results of the decryption images with different fractional orders. (a) $P_x = 1.3, P_y = 1.205$;

(b) $P_x = 1.3, P_y = 1.208$; (c) $P_x = 1.3, P_y = 1.210$; (d) $P_x = 1.3, P_y = 1.25$

为敏感,能够很好地进行图像加密,证明算法是可靠和有效的。

由随机相位、小波函数类型与缩放因子和分数阶次组成的密钥空间很大,只有当所有的密钥都正确时,图像才能被正确解密。没有正确密钥的未经授权方将无法获取原始图像的信息,因此图像能够得到很好的保护。并且当需要单独解密一幅图像时,可以进行单独解密,图像之间不会互相影响,从而可更好地实现算法的灵活性。

4 算法分析

该算法相比于其他算法,最显著的改进就是利用小波变换实现了多图加密,改善了系统容量不足的问题,而且通过每幅图的独立密钥,加强了系统的安全性和灵活性。

多图加密的核心就是应用算法改进系统容量,实现系统容量和解密图像质量的协调。比较常用的方案一般有角度复用、相位复用、位置复用、波长复用等,但究其过程都是将信息多次储存在一幅图像中,肯定会造成信息的串扰,导致解密效果差或是系统容量小。一般来说,对于各种多图加密方案,在保证较好的解密效果的基础上,系统容量为5~6幅,最多不超过10幅。而本文的算法,在二阶小波变换时,可加密16幅图像,小波分解后的图像和解密效果分别如图9(a)和10(a)所示,系统容量大大增加。

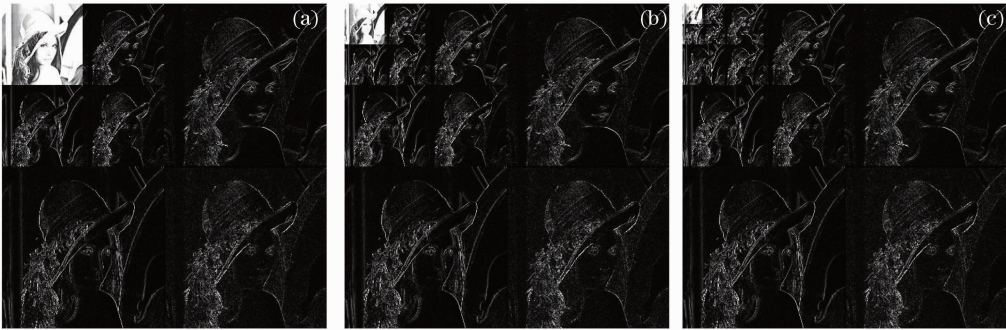


图9 小波变换后的结果。(a) $n=2$; (b) $n=3$; (c) $n=4$

Fig.9 Results of WT. (a) $n=2$; (b) $n=3$; (c) $n=4$



图10 相应的解密图像。(a) $n=2$; (b) $n=3$; (c) $n=4$

Fig.10 Decrypted images. (a) $n=2$; (b) $n=3$; (c) $n=4$

对该算法的效果具体分析如下。

4.1 图像小波变换后的效果

小波变换后,图像的能量与原始图像的总能量相同,但更为集中,即将整幅图像的能量集中在低频部分,使图像有利于压缩。由此定义一个评价参数,低频能量与总能量之比(ER):

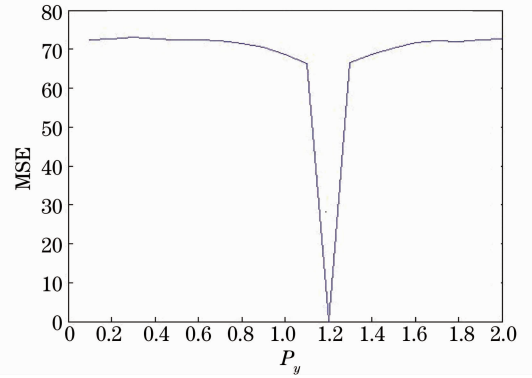


图8 固定 P_x, P_y 变化时的 MSE

Fig.8 MSE when P_x is fixed and P_y changes

$$R_E = \frac{E_{LL}}{E_G}, \quad (6)$$

式中 E_{LL} 为小波变换后图像低频部分能量, E_G 为小波变换后图像总能量。能量的计算式为

$$E = \sum_i \sum_j |x(i, j)|^2, \quad (7)$$

式中 $x(i, j)$ 代表图像像素点 (i, j) 的灰度值。

图像 A_i 经小波变换分解后得到低频部分 B_i , 以图 3(a)~(d) 为例, 分别进行 $n=1$ 级的 Haar 小波变换, 与原图 $A_1 \sim A_4$ 相应低频部分 $B_1 \sim B_4$ 占据原图的能量分别为 99.636%、98.885%、98.329% 和 99.861%。可知低频部分集中了原图的大部分能量, 可以将低频部分重新组合成新的图像, 从而完成多图加密, 这也是本文思路的来源。

进一步分析对图像进行高阶小波变换时的能量分布情况。以 Lena 图像[图 3(a)]为例, 分别对其进行 $n=2, n=3, n=4$ 级 Haar 小波变换, 分解得到的低频图像依次为图 9(a)~(c), 与原图相比, 得到的相应低频部分占据的原图的能量分别为 98.43%、97.54%、96.17%。由此可见, 小波变换的级次越高, 低频部分占据的像素数越来越少, 占据的能量越来越少, 但对于各级次的变换, 低频部分能量都占据了绝大部分。

当增加待加密原图的数量时, 同样意味着增大小波变换的级次, 得到的低频部分占据的像素数越来越少, 占据的能量也越来越少。当分别对原图 Lena 进行阶次为 $n=2, n=3, n=4$ 级 Haar 小波变换时, 得到的解密图如图 10 所示。可见随着加密图像的增加, 小波变换的级次增大, 而解密图像的质量越来越差, 不过当 $n=4$ 时, 解密图像依然大体清晰。

4.2 变换小波类型对加密效果的影响

小波变换后, 图像的能量与原始图像的总能量相同, 小波类型的不同会对图像压缩产生不同的影响。变换后图像能量越集中于低频部分, 越有利于图像压缩, 小波基越好。

依然以 Lena 图像为例, 选取 4 种不同类型的 Haar 小波进行处理, 得到各级次不同类型小波变换的 ER 值如表 1 所示。

表 1 小波的类型和变换阶次对 ER 的影响(单位: %)
Table 1 ERs when WT orders and types are different (unit: %)

Type of wavelet	ER when orders are different			
	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
Sym	99.759	99.244	98.649	97.564
Db	99.636	99.064	98.192	96.817
Bior	99.636	99.064	98.192	96.817
Dmey	99.859	99.657	99.359	98.250

由表 1 可以看出, 各小波将能量集中于低频部分时效果都比较好, 在进行 $n=4$ 级的小波变换后, 低频部分依然占据了大部分能量。在算法应用中, 可根据小波的正交性、紧支撑性、对称性等选择小波函数。因此将小波应用于多图像的加密是一个很好的选择, 可以有效地解决多图加密由于叠加操作引起的容量不足的问题。

4.3 独立密钥的性能

由于小波变换将图像低频部分重新组合, 每幅图像都有自己单独的密钥 φ_i, θ_i , 因此每幅图像的加密都是相对独立的。

该方案在应用中有以下特点:

1) 将所有待加密图像视为一个加密的整体时, 相对于其他的多图像加密方案, 该方案密钥更多, 安全性更高。利用该方案可以实现对于该图像的多用户认证, 没有所有用户的密钥认证, 无法得到原图像。

2) 将不同的待加密图当作个体时, 由于各自的独立性, 加密完成后, 每幅图像都有自己相应的密钥。解密时可以不相互影响, 因而增加了该方案的应用性和灵活性, 可以很方便地实现多用户独立解密。并且由于应用小波变换, 可以最大程度地恢复原图。

3) 为了增加该方案的安全性, 可对算法中分数变换部分进行多次级联, 这样不仅能通过增加密钥来增

强方案的安全性,同时也进一步增加了方案的灵活性。

5 结 论

提出了一种基于小波变换的分数阶多图加密技术。该方案充分利用小波变换的多分辨率分解的良好特性,有效地实现了多图加密和各图像的单图处理。通过数值模拟验证了该方法的可行性,证明该加密方案的加密效果比较好。通过对方案中小波变换因素影响的分析,可知该方案较好地解决了图像容量不足的问题,并且可以根据不同的要求选择小波类型。图像的独立密钥增加了方案的多样性和灵活性,可实现多用户认证和多用户独立解密,也可通过级联的方式提高安全性。文中还提出了一种该方案的实现装置。

参 考 文 献

- 1 G Unnikrishnan, J Joseph, K Singh. Optical encryption by double-random phase encoding in the fractional Fourier domain [J]. *Opt Lett*, 2000, 25(12): 887–889.
- 2 Liu Shutian, Yu Li, Zhu Banghe. Optical image encryption with multi-stage and multi-channel fractional Fourier domain filtering [J]. *Opt Lett*, 2001, 26(15): 1242–1244.
- 3 Liu Zhengjun, Zhao Haifa, Liu Shutian. A discrete fractional random transform [J]. *Opt Commun*, 2005, 255(4-6): 357–365.
- 4 Liu Zhengjun, Guo Qing, Liu Shutian. The discrete fractional random cosine and sine transforms [J]. *Opt Commun*, 2006, 265(1): 100–105.
- 5 Jin Weimin, Yan Caijie. Optical image encryption based on multi-channel fractional Fourier transform and double random phase encoding technique [J]. *Optik*, 2007, 118(1): 1138–1141.
- 6 Li Juan, Feng Yong, Yang Xuqiang. 3D Chaotic encryption scheme for compressed image [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(2): 399–404.
李娟,冯勇,杨旭强. 压缩图像的三维混沌加密算法[J]. *光学学报*, 2010, 30(2): 399–404.
- 7 Qin Yi, Zhang Shuai, Gong Qiong, *et al.*. Virtual optical image encryption based on interference [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(10): 1007001.
秦怡,张帅,巩琼,等. 基于干涉原理的虚拟光学加密系统[J]. *光学学报*, 2012, 32(10): 1007001.
- 8 Wang Yongying, Wang Yurong, Yang Yongbin. Optical hierarchical image encryption by use of iterative Fourier transform algorithm [J]. *Chinese J Lasers*, 2006, 33(10): 1360–1364.
王永瑛,王玉荣,杨永斌. 用迭代傅里叶变换算法实现光学分级图像加密[J]. *中国激光*, 2006, 33(10): 1360–1364.
- 9 Tao Ran, Lang Jun, Wang Yue. Optical image encryption based on the multiple-parameter fractional Fourier transform [J]. *Opt Lett*, 2008, 33(6): 581–583.
- 10 Tao Ran, Lang Jun, Wang Yue. The multiple-parameter fractional Hadamard transform [J]. *Opt Commun*, 2009, 282(8): 1531–1535.
- 11 Xi Sixing, Sun Xin, Liu Bing, *et al.*. New image encryption technology of image based on computer generated hologram [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(4): 040902
席思星,孙欣,刘兵,等. 基于计算全息的双随机相位图像加密技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(4): 040902
- 12 Deng Xiaopeng. Research and progress of optical image encryption using random phase mask [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2005, 42(9): 11–13.
邓晓鹏. 随机相位编码光学图像加密研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2005, 42(9): 11–13.
- 13 Ma Guohong, Wang Congyang, Ze Hong. A seam image processing method based on wavelet compress [J]. *Appl Mech Mater*, 2012, 472-475: 1353–1356.
- 14 Zhou Houkui. An stationary wavelet transform and curvelet transform based infrared and visible images fusion algorithm [J]. *Int J Digit Content Technol Appl* 2012, 6(1):144–151.
- 15 R A Maestre, J Garcia, C Ferreira. Pattern recognition using sequential matched filtering of wavelet coefficients[J]. *Opt Commun*, 1997, 133(1-6): 401–414.
- 16 David Mendlovic. Continuous two-dimensional on-axis optical wavelet transformer and wavelet processor with white-light illumination [J]. *Appl Opt*, 1998, 37(8): 1279–1282.
- 17 S P Kozaitis, M A Getbehead. Optical wavelet feature extraction using a multiple-input phase-only encoded joint-transform correlator [J]. *Opt Commun*, 1998, 151(1-3): 15–20.

- 18 Chen Linfei, Zhao Daomu. Optical image encryption based on fractional wavelet transform [J]. *Opt Commun*, 2005, 254(4-6): 361–367.
- 19 Chen Linfei, Zhao Daomu. Color image encoding in dual fractional Fourier-wavelet domain with random phases [J]. *Opt Commun*, 2009, 282(17): 3433–3438.
- 20 D Mendlovic, N Konforti. Optical realization of the wavelet transform for two-dimensional objects [J]. *Appl Opt*, 1993, 32(32): 6542–6546.
- 21 J Garcia, Z Zalevsky, D Mendlovic. Two-dimensional wavelet transform by wavelength multiplexing [J]. *Appl Opt*, 1996, 35(35): 7019–7024.