

基于重采样的遥感图像分数维计算

何文斌¹ 梁利姣² 刘勇洪³

¹ 东莞理工学院计算机学院, 广东 东莞 523808
² 东莞职业技术学院计算机工程系, 广东 东莞 523808
³ 北京市气象局气候中心, 北京 100089

摘要 在传统的基于表面积图像分形维数计算中,不同尺度下的表面积计算均在原图像中进行。这与图像细节随空间尺度的变化而变化的事实不符,据此计算的同类地物的分数维变化范围较大,对基于分形的图像分割、分类产生不利影响。针对这一问题,提出一种基于面积加权的快速插值算法来模拟不同尺度下的遥感图像,进而计算图像的分数维。实验结果表明,对于大小为 512 pixel×512 pixel 的标准 Lena 图像来说,新算法的插值速度提高 10 倍以上,且得到的分数维具有更小的类内方差以及更好的抗噪性,因而更适用于基于分形的遥感图像分割、分类。

关键词 图像处理;分形;加权插值;纹理图像;图像分割

中图分类号 TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.091001

Computation of Fractal Dimension of Remote Sensing Image Based on Resampling

He Wenbin¹ Liang Lijiao² Liu Yonghong³

¹ School of Computer, Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523808, China
² Department of Computer Engineering, Dongguan Polytechnic, Dongguan, Guangdong 523808, China
³ Climate Center, Beijing Meteorological Bureau, Beijing 100089, China

Abstract All computation of surface area of images in various scales is performed in the original image by conventional computing method of fractal dimension. The algorithms are inconsistent with the fact that the details of image could change when the metric scale varies, as a result, the span of the fractal dimension in the same kind of ground object is too big and goes against the image segmentation and image classification. To solve this problem, a fast interpolation algorithm based on area weight is put forward to simulate the images with various scales, which is used to calculate the fractal dimension of image. Experimental results show that the proposed method speeds up to 10 times faster and has less variance within clusters than the conventional method according to the standard Lena image. In addition, it can resist image noise well. Therefore, the proposed algorithm is applicable to image segmentation or image classification.

Key words image processing; fractal; weighted interpolation; texture image; image segmentation

OCIS codes 100.2000; 100.3008; 100.3020

1 引言

自然界中的地物是经过长期的地质作用和人工改造形成的,具有非常复杂的结构,使用传统的欧氏几何难于描述。Mandelbrot^[1]创立的分形几何理论能够描述具有复杂和不规则形状的对象,为自然现象的描述提供了一种新途径。Pentland^[2]证明了自然界中的大部分表面是具有各向同性的分形。遥感图像是处于特定时空的地物发射/反射电磁波能量强度的记录,是地物表面映射形成的灰度强度分布场,同样具有分形特性。分数维(FD)反映了对象的复杂程度,具有相对的尺度不变性、旋转不变性等优良特性,常被作为图像分割、分类的特征^[3-4]。分数维存在着不同的定义(豪斯道夫维数、盒维数、相似维数、关联维数等),且使用不

收稿日期: 2013-03-25; 收到修改稿日期: 2013-04-17; 网络出版日期: 2013-08-14

基金项目: 国家 973 计划(2013CB733405)、国家自然科学基金(41175015)

作者简介: 何文斌(1976—),男,博士,讲师,主要从事遥感图像处理方面的研究。E-mail: hwb815@hotmail.com

同的定义得到的计算结果通常不同,这给分形理论的应用带来了很大困难。在众多图像分数维计算方法中,分形布朗运动(FBM)法以其计算简单、适用范围广等优点而得到广泛应用。然而传统的分形布朗运动法只能取整数尺度,且没有考虑尺度变化对图像本身的影响,这与分数维的原始定义不符,也影响了计算结果的精确性。

尺度(空间分辨率)是遥感图像的一个重要特征,同一地物在不同尺度下具有不同的表现。譬如,水井在小尺度遥感图像中为一面元,而在大尺度遥感图像中可能变为点元,纹理细节消失。因此,在计算遥感图像分数维时必须考虑尺度变化对图像自身带来的影响,需要在尺度改变时也对图像做相应改变。在基于表面积分数的图像分数维中,需要在不同尺度下计算图像的表面积。如果按分形的原始定义,则需要获得同一地区具有相同成像条件、不同尺度的多个版本的遥感图像,这在现实中通常无法得到满足。传统方法中简单地把大尺度图像作为小尺度图像的一个子集来解决这一问题,忽视了尺度对图像自身的影响。针对这一问题,本文提出了基于面积加权的 FBM 算法,在考虑尺度变化给图像带来的影响的情况下,实现在非整数尺度下图像分数维的计算,以便提高计算的精度。

2 分形布朗运动

设 $x \in E^n$ (E^n 为 n 维欧氏空间), $B(x)$ 为关于点 x 的实值随机函数,若存在常数 $H(0 < H < 1)$ 使得函数 $F(t) = P\left\{\frac{B(x + \Delta x) - B(x)}{|\Delta x|^H} < t\right\}$ 是一个与 x 和 Δx 无关的分布函数,则称 $B(x)$ 为分形布朗运动函数。式中 H 被称为 Hurst 参数, $F(t)$ 为符合 $N(0, 1)$ 的累计概率分布函数。从分形布朗运动的定义可以推导出其最基本的性质之一:

$$A_r \propto r^{2-D}, \quad (1)$$

式中 A_r 为 $B(x)$ 在尺度 r 下的表面积。对(1)式两边取对数得

$$\lg A_r \propto (2 - D) \lg r. \quad (2)$$

(2)式给出了使用表面积法计算图像分数维的方法:在不同尺度 r 下,计算图像的表面积 A_r ,在双对数坐标下,使用最小二乘法拟合出 $\lg A_r$ 相对 $\lg r$ 的斜率 K ,进而计算出图像的分数维 $D = 2 - K$ 。

3 图像表面积的计算

数字图像是一个离散的三元组 $[i, j, f(i, j)]$ 。 (i, j) 确定了像元所在的位置, $f(i, j)$ 表示该点像元的灰度值。如果把灰度 $f(i, j)$ 看成高程,则数字图像表现为一高低不平的曲面。基于表面积分数维计算方法的核心在于求出图像在不同尺度下的表面积。常用的表面积计算方法有三角棱柱法^[5]、形态学方法^[6]和双毯法^[7]。上述方法存在着计算复杂的问题。本文提出一种更简单的表面积计算方法。在空间尺度为 r 时,将图像中的每一个像元看成面积为 $r \times r$,高度等于灰度值的平面,则整幅图像表现为由不同像元组成的台阶面^[8]。每个像元对表面积 A_r 的贡献为立柱的顶面积(A_H)与四个侧面积之和。由于每个侧面都与相邻像元共享,为了避免重复计算只计入前面与左面的侧面积(A_{V1} 、 A_{V2} ,图1)。对于大小为 $M \times N$ 的图像,数字图像曲面的表面积 A_r 由(3)式计算:

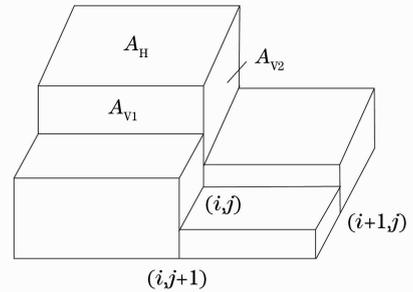


图1 图像表面积计算

Fig. 1 Computation of image surface area

$$A_r = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_H(i, j) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{V1}(i, j) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{V2}(i, j) = M \times N \times r^2 + r \times \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |f(i, j) - f(i+1, j)| + r \times \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |f(i, j) - f(i, j+1)|. \quad (3)$$

4 尺度变化对图像的影响

在基于表面积的图像分数维计算中,不同尺度下表面积的计算均在原图像中进行。而 Mandelbrot^[1] 曾指出,英国海岸线长度是不确定的,它依赖于测量时所使用的尺子。海岸线经受长年的海水冲刷及陆地自身的运动,形成了大小不一的海湾和海岬,弯弯曲曲极不规则,具有无限细节。测量时将海岸线简化为一个折线段。当使用大的尺度测量时,那些小于该尺度的海湾海岬将被忽略。而换成较小的尺度测量时,将测得更多的细节信息,因而得到更大的长度。虽然海岸线的总段数 $N(r)$ 随 r 的减小而增加,但两者取对数后成线性关系,即 $N(r) \propto \frac{1}{r^D}$ 。

空间分辨率是遥感图像的一个重要特征,它反映了能够区分的两个相邻地物间的最小距离。其中的每个像元对应于扫描影像中能够分辨的最小面积。计算图像的表面积与丈量海岸线长度的方法类似,只不过使用的是 $r \times r$ 的正方形尺子。当遥感图像的空间分辨率为 r 时,每个像元值对应于地面上一个 $r \times r$ 范围内的平均辐射能量,小于该尺度的细节将被忽略^[9]。在此种情况下,如果仍使用原始图像中像元的灰度值,那么将带来计算结果的偏差。因为当尺度发生变化时,每个像元对应的面积将发生变化,该范围内的平均辐射能量亦随之发生变化,因此灰度值也应随之变化。而在传统的分数维计算方法中,忽略了尺度变化对遥感图像自身的影响;不论尺度如何变化,表面积的总计算在原图像中进行。这与分形维的原始定义不符,因而得到的结果也存在一定的偏差。按分形的原始定义,应该在小尺度时使用图像的高分辨率版本,而在大尺度时使用图像的低分辨率版本,且保持计算分数维时使用的尺度与图像采集时的空间尺度一致。这就要求有成像条件(角度、高度、波谱、时间、空间等)完全相同的具有多种尺度的不同版本的影像。然而,这一条件在实际应用中是无法满足的,而且也是不必要的。由于高分辨率遥感影像蕴含了低分辨率影像的信息,因此可根据遥感图像成像机制用高分辨率影像通过插值来模拟低分辨率影像。

一个低分辨率遥感影像的像元对应更大的面积,覆盖多个更高分辨率的像元,是这些像元的灰度对面积的积分。如果将原始影像(此时具有最高的分辨率)的尺度看作 1,那么当尺度变为 r (r 为大于 1 的正实数)时,像元的灰度值可由下式计算:

$$I' = \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^n I(i) \times A(i), \quad (4)$$

式中 r 为重采样时的尺度大小, $A(i)$ 为第 i 个原始像元被围在 $r \times r$ 范围内的面积大小, $I(i)$ 为第 i 个原始像元的灰度值。然而,大部分图像处理工具包提供的插值方法(最近邻、双线性、双三次)中并不包括面积加权插值方法,需要自己动手编写。实现该算法的核心是确定大尺度图像的一个像元所覆盖原始图像的每个像元的面积。

为了便于说明问题,这里以从原始图像中通过面积加权插值生成尺度为 2.9 的图像为例来详解这一过程。假设原始影像的大小为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$, 当尺度为 2.9 时,重采样后的图像大小为 $\left[\frac{512}{2.9} \right] \text{ pixel} \times \left[\frac{512}{2.9} \right] \text{ pixel}$, 即 $176 \text{ pixel} \times 176 \text{ pixel}$, 其中, $[a]$ 表示对 a 向下取整,即得到小于或等于 a 的最大整数。需要说明的是,采用向下取整后,靠近下边界和右边界的一部分像元将因高度或宽度小于尺度 r 而不参与重采样,造成重采样后大尺度影像对应地面的总面积小于原始影像的总面积。

理想情况下,用于计算分数维具有不同分辨率的遥感图像应该覆盖完全相同的地区,也就是面积保持不变。由重采样带来的面积减小将使图像表面积随尺度的增加以更快的速度减小,从而使获得的分数维偏大。当图像较小(像元数较少)时,由重采样所损失的面积会在总面积中占据更大的比例,将引起更大的误差。事实上,传统的分数维计算方法中大都存在“不完全覆盖”问题^[5],也就是使用不同尺度对原始图像进行度量时,经常会有一部分像元因小于度量尺度(距离、面积)而不参与计算,这将影响计算结果的精度。解决这一问题的一个方法是取图像行/列数的约数作为尺度。譬如,对于大小为 $16 \text{ pixel} \times 16 \text{ pixel}$ 的图像,可使用 1、2、4、8 几种尺度。然而对于实际图像来说,其行/列数的约数可能很少,由此决定了可用于线性回归的尺度数也很少,对统计结果的准确性产生不利影响。而在基于面积加权的插值算法中,尺度可以取大于 1 的正实

数,通过精心选择尺度值可以使面积损失达到最小,因此可以在保证覆盖全部像元的情况下使用更多的尺度。例如,对于 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 大小的图像,尺度设为 2.9 时会有一些行/列没有参与计算,而设为 2.909 则可保证所有像元均被覆盖,重采样后面积保持不变。为了保证计算的精度,像元的灰度值和对应的面积都用双精度表示。

假设图像被存储在一个二维数组中,数组排列方式为行优先,数组元素的下标从 1 开始,且坐标系正方向为向右(Y 轴方向)和向下(X 轴方向)。尺度为 r 的影像中第 i 行第 j 列像元对应的坐标空间范围是 $[r \times (i-1) + 1, r \times i + 1] \times [r \times (j-1) + 1, r \times j + 1]$ 。这里之所以加 1,是因为数组的下标是从 1 开始。例如,对于尺度为 2.9 的影像 $I_{2.9}$ 中的第 4 行第 3 列像元 $I_{2.9}(4,3)$ 利用上述公式可得对应的坐标空间范围是 $x \in [9.7, 12.6], y \in [6.8, 9.7]$,其覆盖的原始影像像元如图 2 所示。此时,坐标边界并非整数,需要通过插值才能确定某一位置的灰度值。可以把每个像元的灰度值看成以该像元为中心,边长为 r (r 为空间采样尺度) 的正方形区域内的平均辐射能量。因此对于原图像中的每一个正方形网格来说,可以假想存在一些过相邻两像元中点的横线/竖线将每个像元对应的矩形区域分成 4 等份,每一部分只受与它最近的像元点影响。也就是以两个像元的中点坐标为阈值,大于该中点的坐标属于下一个像元,否则属于上一个像元,等价于对坐标值进行“四舍五入”。譬如, $(2.3, 5.67)$ 处的灰度值等于 $I(2,6)$ 。如图 3 所示, A 区中所有点的灰度值等于 $I(i, j)$, 而 B 区中所有点的灰度值等于 $I(i, j+1)$, 依此类推。

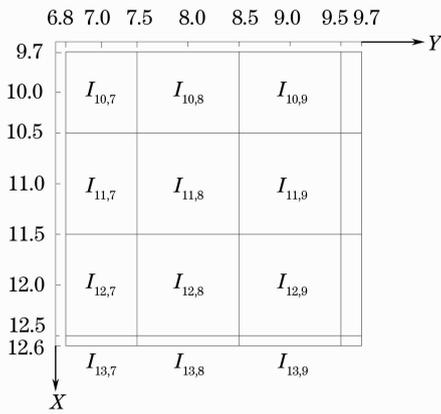


图 2 基于面积加权的图像插值算法

Fig. 2 Interpolation of image by area weight

然而,通过累加每一个单元格的面积与对应灰度值的乘积来求面积加权灰度,编程实现比较复杂,且计算量较大。可将(4)式等价表示为

$$I'_r = \frac{1}{r^2} \sum_{i,j \in S} f(i,j) \times A_{i,j}, \quad (5)$$

式中 $A_{i,j}$ 为包含在 $r \times r$ 内第 i 行第 j 列格子的面积, $f(i,j)$ 为该区域对应的灰度值。这里可以把 $A_{i,j}$ 看作图像滤波的模板系数,则将插值问题转化为求滤波器模板系数。式中除以 r^2 是为了使模板系数之和为 1,以便重采样后图像的灰度级保持不变。尺度为 r 时一个像元覆盖的原影像中每个像元的面积由该像元影响区域的高度 h 与宽度 w 的乘积确定。位于中心区域的每个像元影响的区域都被完全包含在 $r \times r$ 范围内,是一边长为 1 的完整正方形,因此只有四个边缘部分网格的高度与宽度需要单独计算。假设大尺度图像中某个像元覆盖的矩形区域的左上顶点坐标为 (x, y) ,则右下顶点的坐标为 $(x+r, y+r)$ 。由图 2 可知,坐标 $x, x+r$ 确定了上、下边缘单元格的高度;坐标 $y, y+r$ 确定了左、右边缘单元格的宽度。宽度与高度确定的方法完全相同,这里仅以高度的计算来说明算法原理。由于某点的灰度值取相邻像元的哪一个由该点坐标的小数部分确定,因此可将坐标分量 x 写成 $m.n$ 的形式,其中 m 为 x 的整数部分, n 为 x 的小数部分,即 $m = \text{floor}(x)$, $n = x - \text{floor}(x)$ 。则覆盖区域上、下边缘单元格的高度分别为

$$h_1 = \begin{cases} 0.5 - n, & n < 0.5 \\ 1.0, & n = 0.5, \\ 1.5 - n, & n > 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

$$h_2 = \begin{cases} n + 0.5, & n < 0.5 \\ 0, & n = 0.5 \\ n - 0.5, & n > 0.5 \end{cases} \quad (7)$$

式中 h_1 和 h_2 分别为上、下边缘高度。覆盖区域左、右边界的宽度 w_1 和 w_2 的确定方法与此相同。

而滤波模板的行数 N_{row} 和列数 N_{col} 为

$$\begin{cases} N_{\text{row}} = \text{round}(x+r) - \text{round}(x) + 1 \\ N_{\text{col}} = \text{round}(y+r) - \text{round}(y) + 1 \end{cases}, \quad (8)$$

式中 round 表示四舍五入到最近整数。面积加权滤波模板的生成过程如下：

- 1) 生成一个 N_{row} 行、 N_{col} 列的全 1 矩阵 \mathbf{M} ;
- 2) 让 \mathbf{M} 的第一行元素均乘以 h_1 , 最后一行矩阵元素乘以 h_2 , 得到矩阵 \mathbf{M}_1 ;
- 3) 让 \mathbf{M}_1 的第一列乘以 w_1 , 最后一列元素乘以 w_2 , 得到滤波模板 \mathbf{M}_2 。

通过以上过程, 得到尺度为 r 的图像中对应于 (i, j) 的像元所覆盖的原图像中像元按面积加权的滤波模板。让该模板与原图像中被覆盖像元的灰度值矩阵对应矩阵元素相乘并对结果矩阵元素求和, 即得到面积加权插值结果。由于在重采样后将滤波图像的所有像元值乘以归一化因子 $1/r^2$ 比将所有模板系数乘以归一化因子更高效, 因此, 在构造滤波模板时并不对模板系数进行归一化。

由原图像 im , 基于面积加权算法以尺度 r 进行重采样得到的插值图像中的第 i 行、第 j 列像元的灰度值由函数 mixedPixel 给出。该函数用 Matlab 语言实现, 以矩阵运算代替了嵌套循环提高了计算效率:

```
function weightedSum = mixedPixel(im,i,j,r)
%根据混合像元覆盖原像元的个数设置模板大小,并将模板全部系数初始化为 1
w = ones(round(i+r) - round(i) + 1, round(j+r) - round(j) + 1);
%根据混合像元边缘覆盖原像元矩形的宽度/高度调整模板边界系数
%函数 effectiveLength 根据(6)式或(7)式计算边缘矩形的高度或宽度
w(1,:) = effectiveLength(i,'L') * w(1,:);
w(end,:) = effectiveLength(i+r,'R') * w(end,:);
w(:,1) = effectiveLength(j,'L') * w(:,1);
w(:,end) = effectiveLength(j+r,'R') * w(:,end);
weightedSum = w.*I(round(i):round(i+r),round(j):round(j+r));
%计算矩阵和并除以尺度 r 的平方以保持总灰度级不变
weightedSum = weightedSum(:)/r^2.
```

5 实验及结果分析

在基于滤波的插值方法中, 以 Matlab 中的矩阵相乘代替了嵌套循环, 将带来更高的效率。为了比较本文提出的快速插值算法与常规方法在插值速度上的差异, 选择 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的 Lena 标准灰度图像(图 4)作为测试图像。当以尺度 1.7 进行重采样时得到大小为 $301 \text{ pixel} \times 301 \text{ pixel}$ 的插值 Lena 图像(图 5)。实验环境为: 硬件 Dell N5110 笔记本, Intel i7 CPU, 主频 2.2 GHz, 内存 8 GB; 软件 Windows 7 64 位操作系统, Matlab2009a。图 6 显示了以 0.2 为间隔, 当采样尺度从 1.1 增加到 9.9 时对 Lena 图像使用两种重采样算法的处理时间。在相同环境下, 比较两种算法处理时间的比值, 能排除软、硬件差异对处理时间的影响, 不妨称这一



图 4 Lena 原图像

Fig. 4 Original Lena image

比值为“加速比”。实验结果表明,加速比最大值为 19.61,最小值为 5.77,平均值为 12.99。实验结果还表明“加速比”基本上随尺度的增加而增加,也就是说尺度越大时加速效果越显著。



图 5 尺度为 1.7 的 Lena 图像

Fig. 5 Lena resampling image by scale 1.7

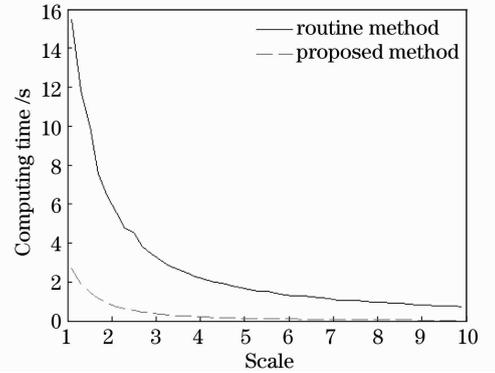


图 6 两种插值方法运行时间

Fig. 6 Computing time by two interpolation algorithms

遥感图像在采集和传输的过程中会产生一部分噪声。噪声的存在会增加图像中同类地物间的分数维的差异,对基于分形特征的图像分割、分类产生不利影响。图像噪声主要有周期性噪声和随机噪声。前者可通过频率域滤波有效地消除,后者通常被认为是加性噪声^[10],可通过均值滤波加以抑制。在基于面积加权的分形维计算方法中,一个大尺度图像的像元是多个小尺度图像像元灰度的面积加权平均,起到了均值滤波的作用,因此有利于消除图像噪声的影响。此外,高分辨率遥感影像具有较高的空间分辨率,也在一定程度上使类内差异变大,而基于面积加权的分数维算法同样能起到减小类内方差的作用,从而提高分类的精度。为了验证这一假设,选取了 2009 年天津滨海新区的 QuickBird 全色影像进行实验,实验算法流程如图 7 所示。在该影像上选取了水面、居民区两种类型的地物,每种类型选取 30 个样本,子图像大小为 16 pixel \times 16 pixel。为了验证本文算法的抗噪性能,向各子图像中依次加入均值为 0,均方差为灰度级(对于 QuickBird 为 2048)的 5%、10%、15%、20%、30% 的高斯噪声。对加噪图像分别使用本文方法、盒计数法^[11]及三角棱柱法^[5]计算各样本图像的分数维,进而计算同类样本分数维的均值及标准差(SD),实验结果如表 1、表 2 所列。实验结果表明,本算法具有更好的抗噪性,更适合用于图像分割的应用。

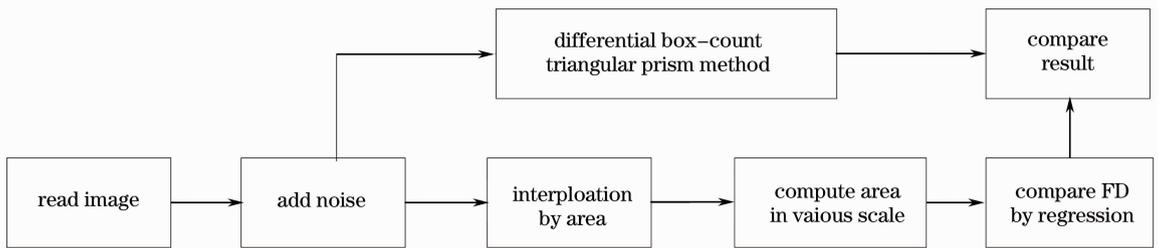


图 7 算法流程图

Fig. 7 Algorithm flow chart

表 1 三种算法对加噪水面图像分数维和标准差的估算结果

Table 1 Fractal dimension and standard deviations of noised image of water by three algorithms

Noise relative intensity / %	Proposed method		Differential box-count		Triangular prism method	
	FD	SD	FD	SD	FD	SD
0	2.3425	0.0413	2.3841	0.0571	2.3645	0.0557
5	2.3457	0.0585	2.4176	0.0793	2.4053	0.0668
10	2.3524	0.0847	2.4579	0.1337	2.4611	0.1428
20	2.3674	0.1138	2.4973	0.1639	2.5016	0.1573
30	2.4019	0.1427	2.5154	0.2043	2.5207	0.1937
40	2.4414	0.1848	2.6117	0.2227	2.5914	0.2169

表 2 三种算法对居民区噪声图像分数维的估算结果

Table 2 Fractal dimension and standard deviations of noised image of residential area by three algorithms

Noise relative intensity /%	Proposed method		Differential box-count		Triangular prism method	
	FD	SD	FD	SD	FD	SD
0	2.6415	0.0894	2.3645	0.0557	2.5823	0.0631
5	2.6439	0.1012	2.4053	0.0668	2.6142	0.0873
10	2.6774	0.1137	2.4611	0.1428	2.6842	0.1683
20	2.7045	0.1339	2.5016	0.1931	2.6909	0.1894
30	2.7269	0.1715	2.5207	0.1976	2.7136	0.2036
40	2.7436	0.1917	2.6914	0.2215	2.7163	0.2107

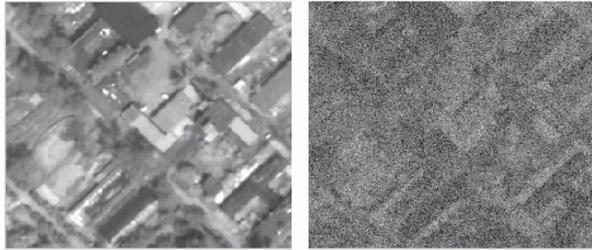


图 8 居民地及加噪 30% 后的图像

Fig. 8 Image of residential area and its copy with 30% noise

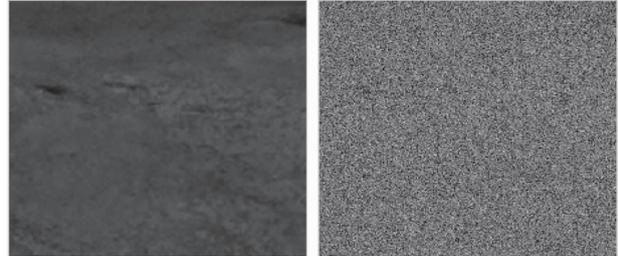


图 9 水面及加噪 30% 后的图像

Fig. 9 Image of water surface and its copy with 30% noise

6 结 论

本文提出的基于表面积的分形计算方法在计算遥感图像的分形维时具有更好的稳定性,且对噪声污染具有更好的抑制性,因此更适合用于图像的特征分析。此外,设计的基于滤波方法的面积权插值算法能显著提高图像插值速度,有利于图像的实时处理。实验结果证明了所提出的方法的效果。

参 考 文 献

- 1 Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature [M]. San Francisco: Freeman, 1983.
- 2 Pentland A P. Fractal-based description of natural scenes [J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, 6(6): 661-674.
- 3 Chen Dar-Ren. Classification of breast ultrasound images using fractal feature [J]. J Clinical Imaging, 2005, 29(4): 235-245.
- 4 Kasparis T, Chararlampidlis D, Georgiopoulos M, *et al.*. Segmentation of textured images based on fractals and image filtering [J]. Pattern Recognition, 2001, 34(10): 1963-1973.
- 5 Ju Wenxue, S-N Lam Nina. An improved algorithm for computing local fractal dimensions using the triangular prism method [J]. Computers & Geosciences, 2009, 35(6): 1224-1233.
- 6 Yoshitaka Kimori, Eisaku Katayama, Nobuhiro Morone, *et al.*. Fractal dimension analysis and mathematical morphology of structural changes in actin filaments imaged by electron microscopy [J]. J Structural Biology, 2011, 176(1): 1-8.
- 7 Sonny Novianto, Yukinori Suzuki, Junji Maeda. Near optimum estimation of local fractal dimension for image segmentation [J]. Pattern Recognition Lett, 2003, 24(3): 365-374.
- 8 Yu Zifan, Lin Zongjian. Arithmetic research of fractal dimension with image face based on fractional brownian motion [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2005, 30(2): 161-165.
于子凡, 林宗坚. 基于图像表面积的分形布朗运动分形维算法研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(2): 161-165.
- 9 Chen Qihao, Gao Wei, Liu Xiuguo. Application of texture feature to classification of high resolution remote sensing image [J]. Science of Surveying and Mapping, 2008, 33(1): 88-90.
陈启浩, 高伟, 刘修国. 辅以纹理特征的高分辨率遥感影像分类[J]. 测绘科学, 2008, 33(1): 88-90.
- 10 Corner B R. Noise Estimation in remote sensing imagery using data masking [J]. Int J Remote Sensing, 2003, 24(4): 689-702.
- 11 Li Jian, Du Qian, Sun Caixin. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation [J]. Pattern Recognition, 2009, 42(4): 2460-2469.