

# 非线性诱导的功率控制高斯光束变换效应

陆大全

(华南师范大学信息光电子科技学院 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广东 广州 510631)

**摘要** 研究了强非局域非线性介质中功率控制的高斯光束变换效应。通过自由传输与强非局域非线性传输的关系,得到了强非局域非线性介质出射端的场分布,并进一步得到了出射后高斯光束的解析表达式。随着功率的增加,出射后的光束束腰在出射面左右交替变化,束腰宽度也振荡变化。选取适当的功率区间,可通过功率调节对高斯光束进行连续可调的变换。

**关键词** 非线性光学;非局域非线性;高斯光束;变换

**中图分类号** O437      **文献标识码** A      **doi**: 10.3788/LOP50.071901

## Power-Controlled Transformation of Gaussian Beams Induced by Nonlinearity

Lu Daquan

(Guangdong Province Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices,  
School of Information and Optoelectronics Science and Engineering,  
South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510631, China)

**Abstract** The power-controlled transformation of Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media is investigated. Based on the relation between the solution for the free propagation and that for the strongly nonlocal nonlinear propagation, the field at the output plane is obtained, and then the analytical solution for the output Gaussian beam is obtained. With the increase of the input power, the waist is located alternatively at the left- and right-hand side of the output plane; and the waist width varies oscillatorily. Therefore, one can make a continuously steerable transformation on the Gaussian beam if appropriate input power range is chosen.

**Key words** nonlinear optics; nonlocal nonlinearity; Gaussian beam; transformation

**OCIS codes** 190.6135; 190.5940; 050.1940

## 1 引言

自从1960年激光发明以来,非线性光学一直是一个蓬勃发展的学科。顾名思义,非线性光学的研究对象为非线性介质中的光学现象。当光在非线性介质中传输时,如果其经历的非线性折射率不仅与该点所在的光强分布有关,还与空间其他位置处的光强分布有关,则此类非线性介质被称为非局域非线性介质<sup>[1-6]</sup>。当非线性响应函数的特征宽度远大于光束宽度时,则为强非局域非线性介质,比如铅玻璃和液晶就是典型的强非局域介质<sup>[3-4]</sup>。在强非局域条件下,光束的传输方程可线性化为 Snyder-Mitchell 模型<sup>[1]</sup>。实际上,自从1997年 Snyder-Mitchell 模型被提出后,强非局域非线性传输问题就引起了持续的研究热情。在 Snyder-Mitchell 模型的基础上,许多光束在非线性介质中的传输得到了解析解,特别是孤子和呼吸子解<sup>[7-14]</sup>,如多极孤子和呼吸子<sup>[7-8]</sup>、涡旋孤子<sup>[9]</sup>、旋转孤子和呼吸子<sup>[10]</sup>等均得到了深入的研究。我们也对强非局域非线性传输的性质进行了研究,提出了非线性自诱导分数傅里叶变换效应<sup>[15]</sup>,并建立了强非局域非线性传输解和自由传输解之间的联系<sup>[16]</sup>。

**收稿日期**: 2013-03-20; **收到修改稿日期**: 2013-04-28; **网络出版日期**: 2013-06-20

**基金项目**: 国家自然科学基金(10804033,11174090,11174091)

**作者简介**: 陆大全(1978—),男,博士,副研究员,主要从事非线性光学及光信息传输与处理等方面的研究。

E-mail: d.lu@vip.163.com

过去有关强非局域非线性问题的文献主要研究光束在强非局域非线性介质中的传输性质。本文关注的则是高斯光束经强非局域非线性介质出射后的性质。根据出射端的场分布得到出射后高斯光束的束腰位置和束腰宽度的解析表达式。并通过例子说明功率对束腰位置和束腰宽度的影响及其可控性规律。

## 2 非线性诱导的功率控制高斯光束变换效应

如图 1 所示,为研究方便,假设了三个坐标系。在入射前和出射后高斯光束分别用  $(x_1, y_1, z_1)$  和  $(x_2, y_2, z_2)$  坐标系描述(束腰分别位于  $z_1 = 0$  和  $z_2 = 0$  平面)。在强非局域非线性介质中的传输用  $(x, y, z)$  坐标系描述(入射面和出射面位置分别为  $z = 0$  和  $z = L$ )。入射面与入射前高斯光束束腰距离为  $z_{s1}$ , 出射面与出射后高斯光束束腰距离为  $z_{s2}$ 。入射前高斯光束的表达式为<sup>[17]</sup>

$$A_1^{(f)}(x_1, y_1, z_1) = A_0 \exp\left(-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2w_1^2}\right) \exp\left(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2R_1}\right) \exp(i\varphi_1), \quad (1)$$

式中  $w_1 = w_{01}[1 + (z_1/z_{01})^2]^{1/2}$  为束宽,  $w_{01}$  为束腰宽度,  $R_1 = z_1[1 + (z_{01}/z_1)^2]$  为等相位面曲率半径,  $\varphi_1 = \arctan(z_1/z_{01})$  为 Gouy 相移,  $z_{01} = kw_{01}^2$  为瑞利距离。

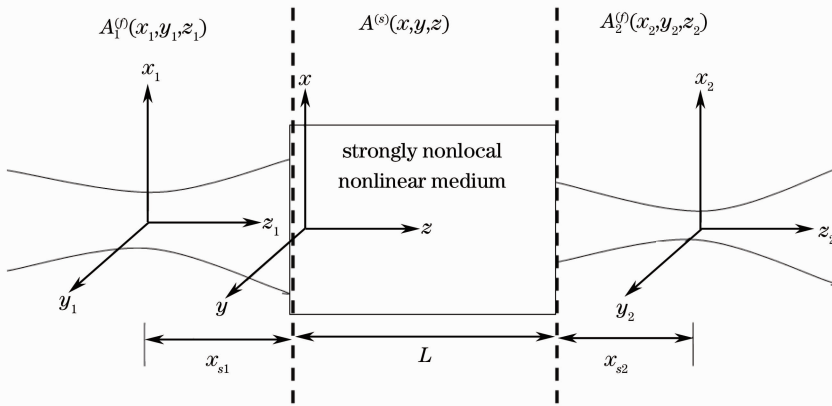


图 1 非线性诱导的功率控制高斯光束变换效应及其中的坐标关系示意图

Fig. 1 Schematic for the power-controlled transformation of Gaussian beams induced by nonlinearity and the coordinate relationship

由坐标关系,在强非局域非线性介质入射面处的光场分布为

$$A^{(s)}(x, y, 0) = A_1^{(f)}(x_1, y_1, z_{s1}), \quad (2)$$

但直接由初值条件  $A^{(s)}(x, y, 0)$  对 Snyder-Mitchell 方程求非局域非线性介质出射端场分布在数学处理上比较复杂。在此将基于之前的工作,用另一种办法来得到其解析解。文献[16]从描述光束在自由空间中传输的衍射方程和描述光束在强非局域非线性介质中传输的 Snyder-Mitchell 方程出发,得到了在坐标系  $(x, y, z)$  中自由传输解  $A^{(f)}(x, y, z)$  和强非局域非线性传输解  $A^{(s)}(x, y, z)$  之间的对应关系<sup>[16]</sup>:

$$A^{(s)}(x, y, z) = F_1 F_2 \times A^{(f)}(F_1 x, F_1 y, F_3), \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} F_1(z) = (-1)^\alpha [1 + \tan^2(z \sqrt{\gamma^2 P})]^{1/2} \\ F_2(z) = \exp\left\{-\frac{ikF_1(z)^2 r^2}{2z_c [\tan(z \sqrt{\gamma^2 P}) + 1/\tan(z \sqrt{\gamma^2 P})]}\right\}, \\ F_3(z) = \tan(z \sqrt{\gamma^2 P}) / \sqrt{\gamma^2 P} \\ \alpha(z) = z \sqrt{\gamma^2 P} - \arctan[\tan(z \sqrt{\gamma^2 P})] \end{cases} \quad (4)$$

为了利用(3)式得到强非局域非线性介质中的场,首先要得到坐标系  $(x, y, z)$  中的自由传输解。根据(2)式及图 1 中的坐标关系,可得坐标系  $(x, y, z)$  中的自由传输解为

$$A^{(f)}(x, y, z) = A_1^{(f)}(x, y, z + z_{s1}). \quad (5)$$

因此将(5)式代入(3)式可得光束在强非局域非线性介质出射端的场分布:

$$A^{(s)}(x, y, L) = A_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w_s^2}\right) \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2R_s}\right) \exp(i\varphi_s), \quad (6)$$

其中:

$$\begin{cases} w_s(P) = w_{01} \sqrt{\cos^2(L \sqrt{\gamma^2 P}) \left\{ 1 + \frac{[z_s + z_c \tan(L \sqrt{\gamma^2 P})]^2}{z_{01}^2} \right\}} \\ R_s(P) = \frac{\frac{1}{\sqrt{\gamma^2 P}} [z_c^2 + 2z_c z_s \cot(L \sqrt{\gamma^2 P}) + (z_{01}^2 + z_s^2) \cot^2(L \sqrt{\gamma^2 P})]}{-\frac{z_s}{\sqrt{\gamma^2 P}} - \cot(L \sqrt{\gamma^2 P}) \left[ z_{01}^2 - \frac{1}{\gamma^2 P} + z_s^2 - \frac{z_s}{\sqrt{\gamma^2 P}} \cot(L \sqrt{\gamma^2 P}) \right]} \\ \varphi_s(P) = \alpha + \arctan \left[ \frac{1}{z_{01} \sqrt{\gamma^2 P}} \tan(L \sqrt{\gamma^2 P}) + \frac{z_s}{z_{01}} \right] \end{cases}$$

可见,对于固定的入射光束和非局域介质样品长度,在出射端的光束束宽  $w_s$ 、等相位面曲率半径  $R_s$  以及相移  $\varphi_s$  均会随着功率的调节而发生改变,而这些参数将直接影响出射光束的束腰位置和束腰宽度。

光束从出射面出来后,因其光束横向分布为高斯分布,此会在坐标系  $(x_2, y_2, z_2)$  中以高斯光束形式作自由传输。由于出射面与出射后高斯光束束腰距离为  $z_{s2}$ ,因此若设其束腰宽度为  $w_{02}$ ,根据高斯光束的性质可将  $z_{s2}$ 、 $w_{02}$  与  $w_s(P)$ 、 $R_s(P)$  联系起来:

$$w_s^2(P) = w_{02}^2(P) \left[ 1 + \frac{z_{s2}^2(P)}{k^2 w_{02}^4(P)} \right], \quad (7)$$

$$R_s(P) = z_{s2}(P) \left[ 1 + \frac{k^2 w_{02}^4(P)}{z_{s2}^2(P)} \right]. \quad (8)$$

联立(7)式与(8)式求解得

$$z_{s2}(P) = \frac{k^2 w_s^4(P) R_s(P)}{R_s^2(P) + k^2 w_s^4(P)}, \quad (9)$$

$$w_{02}(P) = \sqrt{\frac{R_s^2(P) w_s^2(P)}{R_s^2(P) + k^2 w_s^4(P)}}. \quad (10)$$

故可得出射后在坐标系  $(x_2, y_2, z_2)$  中传输的高斯光束解析解为

$$A_2^{(P)}(x_2, y_2, z_2) = A_0 \exp\left(-\frac{x_2^2 + y_2^2}{2w_2^2}\right) \exp\left(ik \frac{x_2^2 + y_2^2}{2R_2}\right) \exp(i\varphi_2 + i\varphi_s), \quad (11)$$

其中束腰宽度为  $w_{02}(P)$ ,束腰到出射面相距为  $-z_{s2}(P)$ (因图1中定义了入射面到入射前高斯光束束腰距离为  $z_{s1}$ ),瑞利距离为  $z_{02}(P) = k w_{02}^2(P)$ ,束宽为  $w_2(P) = w_{02}(P) \{1 + [z_2/z_{02}(P)]^2\}^{1/2}$ ,等相位面曲率半径为  $R_2(P) = z_2 \{1 + [z_{02}(P)/z_2]^2\}$ ,Gouy 相移为  $\varphi_2(P) = \arctan[z_2/z_{02}(P)]$ 。

由(11)式知,在固定入射光束和强非局域介质长度时,出射光束的束腰宽度及束腰位置将由入射光功率决定。根据这一性质可通过功率的调节进行传输光束的变换。为具体说明非线性诱导的功率控制高斯光束变换效应,在图2中演示了入射面位于入射光束束腰位置条件下的出射光束变化情况。

在图2中,取参数  $z_{s1} = 0, P_c = 1/z_{01}^2 \gamma^2, L = \pi z_{01}$  画出了出射光束束腰的宽度  $w_{02}$ (点虚线)及出射面与出射后光束束腰间距  $z_{s2}$ (实线)随功率的变化规律。由图2可见,出射后光束的束腰宽度随功率的增加而作振荡变化。故可通过调节入射功率调节出射高斯光束的束腰位置和宽度。在图2情况下,根据出射束宽变化的规律可将其分成 A、B 两个区域,竖虚线(即孤子临界功率  $P = P_c = 1/z_{01}^2 \gamma^2$  处)为 A、B 区分界线。在 A 区出射束宽在入射束

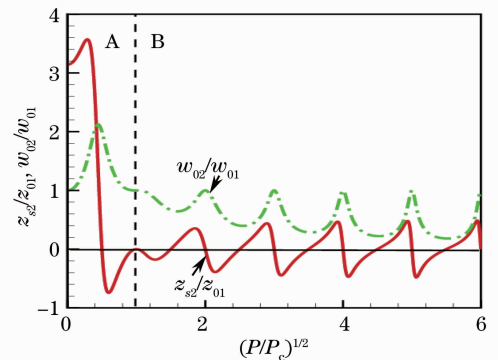


图2 出射光束束腰的宽度  $w_{02}$ (点虚线)及出射面与出射后光束束腰间距  $z_{s2}$ (实线)随功率的变化  
Fig.2 Variation of the waist width of the output beam and the distance between the exit plane and the waist of the output beam with the power

宽以上变化,而在 B 区出射束宽在入射束宽以下变化。另外,在 A 区和 B 区出射束腰大小和位置的演化规律也不同,下面将详细讨论。

在 A 区,当功率为零时非线性效应可忽略,故束腰在原处(入射面处)且束腰宽度为原宽度。随着功率的增加,非线性约束效应增大,束腰位置发生移动,且束腰逐渐变大,在  $P_c/\sqrt{2}$  附近达到最大值,且束腰位于出射面。随着功率进一步增加,出射腰宽逐渐减小,而束腰也移动到出射位置的右端。当功率达到  $P_c$  时腰宽回到入射原值,束腰再次位于出射位置处。

而在 B 区,出射腰宽呈不等幅的振荡变化,但在振荡过程中总小于入射腰宽。在  $\sqrt{P/P_c} = m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) 时为每个振荡的最大值即入射腰宽。而在  $\sqrt{P/P_c} = (m+1/2)$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) 附近为最小值,且功率越大最小值越小。另外,当功率为  $\sqrt{P/P_c} = m$  到  $\sqrt{P/P_c} = (m+1/2)$  阶段,出射腰宽从最大值到最小值变化,且出射束腰在出射面右端( $z_{s2} < 0$ ),而当功率为  $\sqrt{P/P_c} = (m+1/2)$  到  $\sqrt{P/P_c} = (m+1)$  阶段,出射腰宽从最小值到最大值变化,且出射束腰在出射面左端( $z_{s2} > 0$ )。

总之,在图 2 所示的束腰入射条件下,在 A 区可得到扩束的效果,在 B 区则可得到缩束的效果,且幅度可在最大值和最小值之间通过入射功率进行连续调节。在 A 区(B 区),若要得到发散的出射光束,要求  $\sqrt{P/P_c}$  在 0 到 1/2 之间[( $m+1/2$ ) 到 ( $m+1$ ) 之间]调节,而要得到会聚的光束,则要求  $\sqrt{P/P_c}$  在 1/2 和 1 之间[ $m$  到 ( $m+1/2$ ) 之间]调节。

除图 2 的例子外,也研究了其他参数条件下的功率诱导出射光束变化情况。改变参数会得到略有不同的出射腰宽曲线,但总体规律有以下几点:1)随着功率变化,出射腰宽作不等幅的振荡;2)第一个峰值总大于后续峰值;3)从第二个峰值起,每个峰值相等,每两个峰值间距相等;4)随着功率的增加,每个谷值逐渐减小。当然这些规律也体现在图 2 中。在实际变换中可根据具体参数画出曲线,再根据曲线选取合适的功率区间,实现预期的高斯光束变换效果。

### 3 结 论

研究了强非局域非线性介质中功率控制的高斯光束变换效应。通过自由空间传输与强非局域非线性介质的关系并基于出射端的场分布,得到了出射后高斯光束的束腰位置和束腰宽度的解析表达式。结果表明,随着功率的增加,出射后的光束束腰在出射面左右交替变化,束腰宽度也作振荡变化。根据这些性质,可选取适当的功率区间,通过功率调节对高斯光束进行连续可调的变换。在传统方式中,对高斯光束进行连续的变换一般是用透镜系统通过几何距离的移动进行调节,而非线性诱导的高斯光束变换效应只需通过功率来进行调节,不需装置的位置调节,因此有可能应用于要求装置固定的光束变换系统,如集成光学系统中。

### 参 考 文 献

- 1 A W Snyder, D J Mitchell. Accessible solitons [J]. Science, 1997, 276 (5318): 1538—1541.
- 2 M Peccianti, C Conti, G Assanto. All-optical switching and logic gating with spatial solitons in liquid crystals [J]. Appl Phys Lett, 2002, 81(18): 3335—3337.
- 3 M Peccianti, K A Brzdakiewicz, G Assanto. Nonlocal spatial soliton interactions in nematic liquid crystals [J]. Opt Lett, 2002, 27(16): 1460—1462.
- 4 C Rotschild, O Cohen, O Manela, *et al.*. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(21): 213904.
- 5 N I Nikolov, D Neshev, O Bang, *et al.*. Quadratic solitons as nonlocal solitons [J]. Phys Rev E, 2003, 68(3): 036614.
- 6 P V Larsen, M P Siensen, O Bang, *et al.*. Nonlocal description of X waves in quadratic nonlinear materials [J]. Phys Rev E, 2006, 73(3): 036614.
- 7 D Buccoliero, A S Desyatnikov, W Krolikowski, *et al.*. Laguerre and Hermite soliton clusters in nonlocal nonlinear media [J]. Phys Rev Lett, 2007, 98(5): 053901.
- 8 D M Deng, Z Xin, G Qi, *et al.*. Hermite-Gaussian breathers and solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. J Opt Soc Am B, 2007, 24(9): 2537—2544.
- 9 D Briedis, D E Petersen, D Edmundson, *et al.*. Ring vortex solitons in nonlocal nonlinear media [J]. Opt Express, 2005,

- 13(2): 435–443.
- 10 S Lopez-Aguayo, A S Desyatnikov, Y S Kivshar, *et al.*. Stable rotating dipole solitons in nonlocal optical media [J]. *Opt Lett*, 2006, 31(8): 1100–1102.
- 11 Xiao Yi, Chen Zhe, Yu Jianhui, *et al.*. Propagation of spatial optical solitons at an oblique angle of incidence to nonlocal nonlinear interfaces [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0519001.  
肖毅, 陈哲, 余健辉, 等. 孤子光束倾斜入射非局域非线性分界面的传输特性研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(5): 0519001.
- 12 Shou Qian. Confirmation of critical power of nonlocal spatial optical solitons [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(8): 081901.  
寿倩. 非局域空间光孤子临界功率的确定[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(8): 081901.
- 13 Wang Qing, Wang Xinghua, Xie Yingmao, *et al.*. Elliptical Hermite-Gaussian spatial optical soliton and phase shift [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(2): 021901.  
王清, 王形华, 谢应茂, 等. 非局域椭圆厄米高斯空间光孤子与相移[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(2): 021901.
- 14 Zhang Xiaping. Rotating vortex solitons due to the gouy phase in strongly nonlocal media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0919001.  
张霞萍. 强非局域介质中基于古依相位的旋转涡旋光孤子[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0919001.
- 15 D Q Lu, W Hu, Y J Zheng, *et al.*. Self-induced fractional Fourier transform and revivable higher-order spatial solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Phy Rev A*, 2008, 78(10): 043815.
- 16 D Q Lu, W Hu, Q Guo. The relation between optical beam propagation in free space and in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Europhys Lett*, 2009, 86(4): 44004.
- 17 Lü Baida. *Laser Optics* (3rd ed.) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.  
吕百达. *激光光学* (第三版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.