

# 单椭圆太赫兹金属线表面等离子激元的特性研究

李爽 高华 舒秀英 曹清

(上海大学理学院物理系, 上海 200444)

**摘要** 使用有限元方法(FEM)分析了椭圆柱形金属线在 0.5 THz 太赫兹波下的表面等离子激元的特性。这种场与圆柱形金属线表面等离子激元类似,具有低损耗、低色散的特性。研究表明,随着长轴与短轴比值的增加,椭圆柱形金属线的场逐渐分裂开并越来越向椭圆的两个尖端区域集中,损耗也一直在显著减小,故传播距离始终在增大。由于这些特性,椭圆形横截面金属线适用于太赫兹波导、聚焦以及成像等领域。

**关键词** 材料;表面光学;表面等离子激元;太赫兹

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.071601

## Characteristics of Terahertz Surface Plasmon Polaritons on Single Elliptic Cylinder Metal Wire

Li Shuang Gao Hua Shu Xiuying Cao Qing

(Department of Physics, College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract** Using the finite element method (FEM), we analyze the characteristics of the surface plasmon polaritons of an elliptic cylinder metal wire at 0.5 THz. The field has properties of low absorption and low dispersion, which is similar to that of a cylindrical metal wire. The results show that, as the major-to-minor semi-axis ratio of the elliptic cylinder metal wire increases, the fields are gradually separated and concentrated to its tip regions, while the absorption keeps notably reducing, so the propagation length continually increases. Because of these properties, elliptic cylinder metal wire is appropriate for applications such as terahertz waveguide, focusing, and imaging, etc.

**Key words** materials; optics at surfaces; surface plasmon polariton; teraherz

**OCIS codes** 160.4760; 240.6680; 300.6495

## 1 引言

近些年,表面等离子激元以其优越的物理特性<sup>[1-3]</sup>而在学术界得到了人们的广泛关注,特别是其在成像<sup>[4]</sup>、光谱<sup>[5]</sup>、传感<sup>[6]</sup>等领域的应用价值正日趋凸显。因而,以表面等离子激元为导模的太赫兹波导器件吸引了众多科技工作者对其进行研究<sup>[7-8]</sup>。而目前,已有光子晶体波导、带状波导、聚合物波导和金属线波导等不同类型的太赫兹波导在研究上取得了不同程度的进展<sup>[7]</sup>。其中,金属线波导因其能有效降低损耗而成为一种相当热门的太赫兹波导。

2004年,美国 Rice 大学 Wang 等<sup>[9]</sup>等发现不锈钢金属线可作为有效的太赫兹波导,它具有低损耗和几乎无色散的特性。不久,这种金属线波导的有效性被证实是来自于表面等离子激元的传导<sup>[10]</sup>。之后,大量关于金属线表面等离子激元的研究工作便开展起来<sup>[11-17]</sup>。圆柱形金属线太赫兹表面等离子激元电磁场分布和等效模式系数已经被精确计算<sup>[10]</sup>,折射率和损耗随着频率以及金属线半径的变化也随即得出。然而,对太赫

**收稿日期**: 2013-03-11; **收到修改稿日期**: 2013-04-11; **网络出版日期**: 2013-06-06

**基金项目**: 国家自然科学基金(61275103)

**作者简介**: 李爽(1988—),女,硕士研究生,主要从事太赫兹表面等离子激元特性方面的研究。

E-mail: lishuang.happy.ye@163.com

**导师简介**: 曹清(1967—),男,教授,博士生导师,主要从事表面等离子激元及光学成像方面的研究。

E-mail: qcao@shu.edu.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

兹椭圆形金属线的研究还寥寥无几,椭圆形横截面金属线的轴对称性被破坏,表面等离激元的特性也因此显著地改变。为此,本文对这种太赫兹金属线表面等离激元的特性进行了仿真研究。

## 2 几何模型和计算方法

构建了一个椭圆柱形金属线的结构,在其横截面示意图(图 1)中,两个半轴分别为  $a$  和  $b$ ,其满足关系  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 。当  $b = a$  时,此结构将退化为圆形,其偏振态、场分布等特性将符合圆柱形金属线表面等离激元的特性。固定半轴  $a$  的大小不变,令半轴  $b$  缓慢变化,当  $b \gg a$  时,椭圆结构的横截面趋于平板截面,其偏振态、场分布特性将符合平板表面等离激元特性。椭圆柱形太赫兹表面等离激元有两种形式,一种为椭圆形金属腔,还有一种为实心椭圆柱形金属线。对于空腔型的椭圆形金属线,已有人给出其特性的研究方法<sup>[8]</sup>。该方法是通过建立马丢方程来计算和研究金属腔内的电场分布以及损耗,但实心椭圆柱形金属线表面等离激元的边界条件异常复杂且难以建立精确的本征方程,因此很难用马丢函数的方法来计算该种情况下的电磁场分布、色散关系以及损耗。本文使用一款常用的有限元方法(FEM)模拟软件 COMSOL Multiphysics 来研究实心椭圆柱形金属线表面等离激元的场分布与等效模式系数。

此模型的材料选为铜,由于铜是种常用金属,相对于其他贵金属,不但价格便宜,而且在太赫兹波段内传输特性更优秀。铜的磁导率恒为 1,故不需考虑其磁特性。太赫兹波段内铜的复介电常数可以通过 Drude 模型<sup>[18]</sup> 来获得。选取太赫兹入射波的频率为 0.5 THz,在此频率下的复介电常数  $\epsilon_m = -6.3 \times 10^5 + 2.77 \times 10^6 i$ <sup>[12]</sup>。

使用有限元方法数值仿真,网格大小会影响计算精度,一般要求网格最大尺寸在介质波长的 1/5 以下。但由于金属的折射率  $n = \sqrt{\epsilon_m}$  相对较大,是  $10^3$  数量级,所以金属中的波长是真空中 的 1/1000,故若想准确计算金属内部的场分布方程,网格必须异常细化。对于大尺度金属结构的计算,需要庞大的内存。但在太赫兹波段,铜线的趋肤深度是 60 nm 左右<sup>[19]</sup>,远远小于金属线横截面尺寸,因此我们可把金属与空气的交界面设为阻抗边界条件来简化计算,避免直接计算金属内的场,从而大大节省了内存。所选取计算区域的大小也会影响计算的精度,为尽可能地避免误差,将计算区域也设定为一个椭圆。此椭圆形计算区域的长短轴在模拟过程中一直保持为模型中椭圆金属线长短轴的 40 倍。这个比值已经使得等效模式系数收敛。

## 3 数值模拟结果与分析

### 3.1 圆柱形金属线表面等离激元特性及 FEM 验证

首先讨论  $a = b$ ,即圆柱形金属线的情况。圆柱形金属线太赫兹表面等离激元的模是角向均匀的 TM 模,它只有  $E_z$ 、 $E_r$ 、 $H_\phi$  三个分量,且这些量都与角度无关,其中  $E_r$  是主要的电场分量。利用 FEM 计算这种已知的金属线的模式场和偏振态,以保证仿真过程的准确性。如图 2 所示,图 2(a)为横截面上  $E_r$  的强度分布和偏振态的复合图。颜色代表的是  $E_r$  的强度分布,归一化的红色箭头代表的是电场在横截面上的偏振方向。图 2(b)为  $E_z$  的强度分布图。由图中数值可以看出  $E_r \gg E_z$ 。在这种情况下, $E_z$  便可以忽略不计,故 TM 模演变为 TEM 模<sup>[10]</sup>。TEM 模的电磁场分布很接近于静电场分布,且在圆柱形金属线外面是角向均匀的静电场,它的场强大小按  $1/r$  规律衰减,在这里得到了很好的验证<sup>[14]</sup>,如图 2(d)所示。

如图 2(c)所示为电场模  $|E|$  的相对计算偏差沿角向的变化,可以看出在角向上的  $|E|$  基本不变,震荡幅度小于 0.5%。图 2(d)所示为电场模  $|E|$  沿着径向的变化,在径向上,归一化  $|E|$  的变化与  $R/r$  ( $R$  为圆柱形金属线的半径)相契合。圆柱形太赫兹金属线表面等离激元的等效模式系数 ( $n_{\text{eff}}$ ) 的解析解可通过建立本征方程来求解<sup>[10]</sup>。用 FEM 也可直接计算出  $n_{\text{eff}}$ 。在 0.5 THz 下,  $R = 450 \mu\text{m}$  的铜线,其解析解为

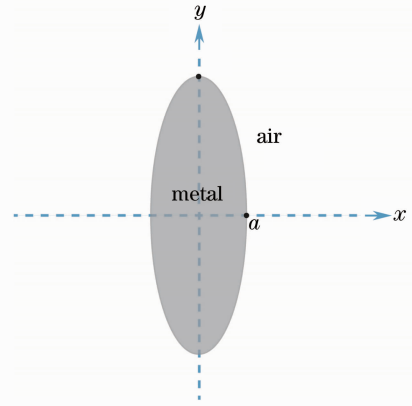


图 1 椭圆柱形金属线横截面结构平面示意图

Fig. 1 Sketch of elliptic cylinder metal wire cross-section

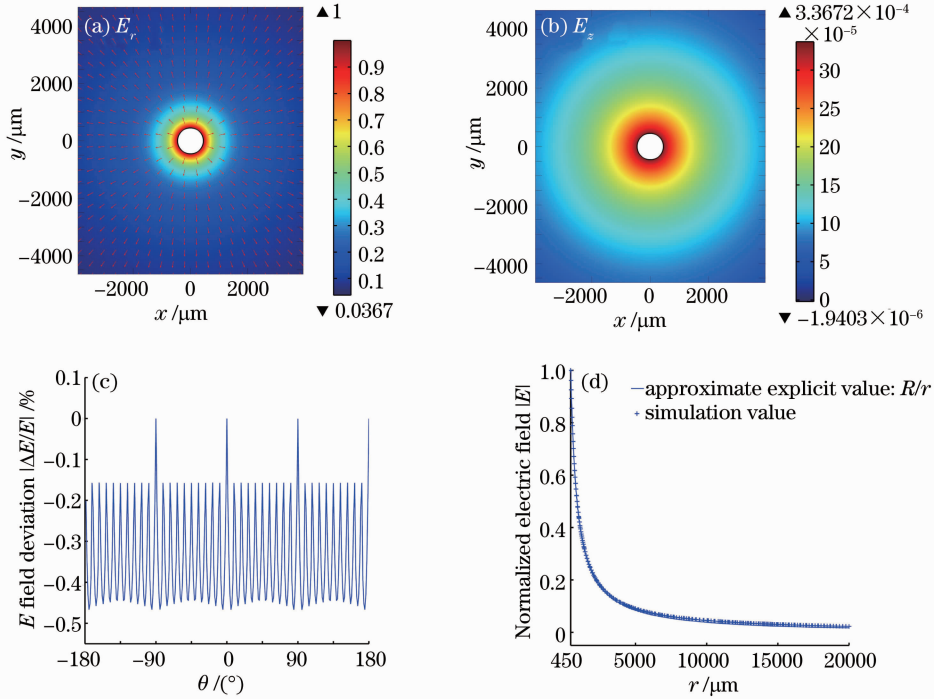


图2 圆柱形金属线表面等离子激元的偏振态和场分布。(a)电场偏振态(箭头所示)和 $E_r$ 强度分布;(b) $E_z$ 强度分布;(c)电场模 $|E|$ 的相对计算偏差沿着角度的变化;(d)电场模 $|E|$ 沿径向变化

Fig.2 Polarization state and field distribution of the cylinder metal wire surface plasmon polaritons. (a)  $E$ -field polarization state (indicated by arrows) and distribution of  $E_r$ ; (b) distribution of  $E_z$ ; (c) relative calculating deviation of the  $E$ -field along with the angle; (d) normalized electric field  $|E|$  along the radial direction

1.00001201+0.00001179i, 得出的等效模式系数为 1.00001334+0.00001180i, 它们之间的误差在 1% 以内。

### 3.2 椭圆柱形金属线表面等离子激元场分布模拟

随着  $b$  值缓慢变化, 圆柱形金属线就演变成了椭圆柱形金属线。横截面上的椭圆形曲率也变得大小不一。在曲线上, 曲率半径越大, 说明区域越平坦, 反之则越尖锐。曲率半径的大小极值相应出现在两个半轴的端点上。如图 1 所示, 椭圆两半轴端点处曲率半径的值分别为  $b^2/a$  和  $a^2/b$ 。当  $b > a$  时,  $x$  半轴端点处的曲率半径大于  $y$  半轴端点处的曲率半径, 因此  $x$  半轴端点区域比  $y$  半轴端点区域要平缓。当  $b < a$  时, 情况则相反。通过 FEM, 首先计算了在一系列  $b/a > 1$  的情况下, 椭圆柱形金属线表面等离子激元的场分布情况。随着  $b$  的值缓慢增大, 原先在空气中角向对称分布的表面电场慢慢地向椭圆的尖端集中。图 3(a) 为在  $a = 450 \mu\text{m}$ ,  $b/a = 5$  时, 0.5 THz 椭圆柱形金属线表面等离子激元的场分布和偏振态。由图可以看到电场集中在两个尖端。

虽然此时电磁场的 6 个分量皆存在, 但与圆柱形金属线的情况相似,  $E_z$ 、 $H_z$  相较于整个电磁场的模可忽略不计。因此该表面等离子激元的模式也近似于 TEM 模。对于 TEM 模, 二维的电磁场亥姆霍兹方程演变成拉普拉斯方程, 电磁场分布则近似于静电场分布。按照静电场的理论, 场会在尖端集中。正如图 3(a) 所示, 归一化电场的强度由颜色表示, 箭头方向表示偏振方向。尖端处的场分布类似于一个半径大小为尖端曲率半径的圆柱形金属线表面等离子激元的场分布。图 3(b) 为静电场及其偏振态的复合分布图, 颜色表示的是归一化电场强度分布, 箭头方向表示静电场的方向, 封闭曲线为等势线, 在尖端处的电势梯度比较大, 由此与图 3(a) 显示的场特性相似, 场也是集中在尖端。通过比较可以看出, 两者的电场分布非常符合。但图 3(a)、(b) 只是模拟了椭圆柱形金属线附近的表面等离子激元场分布情况, 在更远处两者的场分布不再符合上述特性, 表面等离子激元电场分量的衰减远大于静电场的衰减。这是因为在远处, 表面等离子激元的电场是按距离的指数衰减的, 而静电场则是按距离的倒数衰减的。

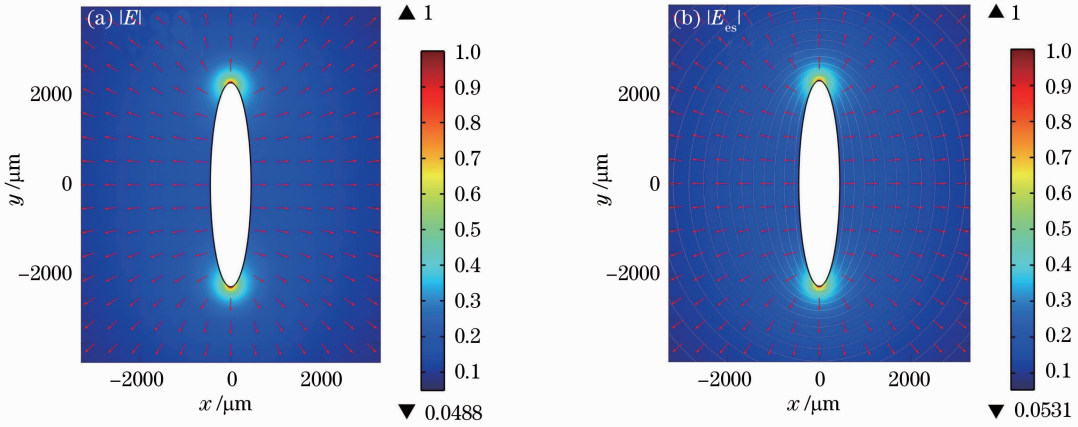


图3  $a=450\ \mu\text{m}$ ,  $b=2250\ \mu\text{m}$  时, 椭圆柱形金属线表面等离激元电场分布和偏振态以及其与静电场的比较。(a) 表面等离激元电场分布(颜色表示)和偏振态(箭头表示); (b) 静电场分布(颜色表示)和偏振态(箭头表示)

Fig. 3 Surface plasmon polariton field distribution and polarization state of the elliptic cylinder metal wire with  $a=450\ \mu\text{m}$  and  $b=2250\ \mu\text{m}$ , and their comparison with the electrostatic ones. (a) Surface plasmon polariton  $E$ -field distribution (indicated by color) and polarization state (indicated by arrows); (b) electrostatic field distribution (indicated by color) and polarization state (indicated by arrows)

### 3.3 椭圆柱形金属线表面等离激元的色散关系及传播距离的模拟

圆柱形太赫兹金属线表面等离激元有低损耗和低色散的特性<sup>[9]</sup>。通过固定半轴  $a=450\ \mu\text{m}$  不变, 对  $b/a$  的值从 0.1 缓慢变化到 40 的情况进行了数值模拟。图 4(a) 所示为在  $a=450\ \mu\text{m}$ ,  $b/a$  分别取不同值时, 椭圆柱形金属线表面等离激元在太赫兹波段的色散关系。从图中可以看出有效折射率  $n=\text{Re}(n_{\text{eff}})$  随频率的变化非常小, 表明了椭圆柱形金属线表面等离激元同样具有非常低的色散。图 4(b) 所显示的是半轴  $a$  取不同尺寸时, 0.5 THz 波传播距离  $L=\frac{1}{2k_0\text{Im}(n_{\text{eff}})}$  与  $b/a$  之间的关系。随着  $b/a$  的增加, 椭圆尖端处的曲率半径越来越小, 即尖端越来越尖, 场越来越向尖端集中。按常理推断, 随着场的集中, 应伴随着非常强的损耗, 但从图 4(b) 中看不到由于场的集中而带来的传播距离的减小, 显现的反而是相反的效应:  $b/a$  值越大, 传播距离越长。

得到这个结果, 是因为虽然电磁场在尖端处强度非常大, 场的分布也异常尖锐, 但尖端区域太小, 以至于在此区域内的电磁场能流相比较于整个横截面是非常小的, 大部分的能量还是集中在椭圆的平坦区域, 而这一区域正是随着  $b/a$  的增大逐渐地趋向于平板。由此, 传播距离自然就不断增大了。

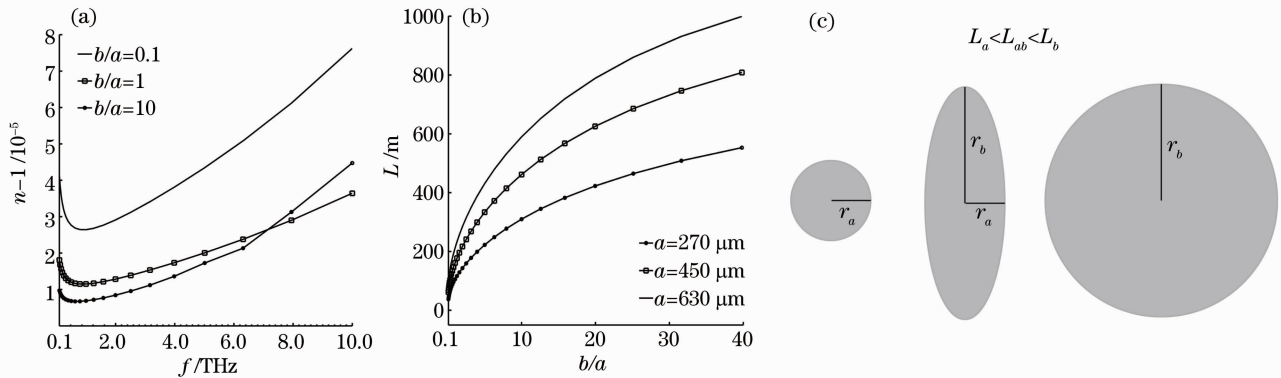


图4 椭圆柱金属线太赫兹表面等离激元的色散与传播距离。(a) 色散关系; (b) 传播距离; (c) 椭圆柱与圆柱金属线表面等离激元的传播距离的比较

Fig. 4 Dispersion and propagation lengths of the elliptic cylinder metal wire surface plasmon polaritons. (a) Dispersion relation; (b) propagation length; (c) contrast of dispersion lengths between the elliptic cylinder metal wire surface plasmon polaritons and cylinder ones

图 4(b)中,在 0.5 THz 下,对于不同的  $a$  值,当  $b > a$  时,椭圆柱形金属线表面等离子激元的传播距离都要大于  $b = a$  (半径为  $a$  的圆柱形金属线) 时的传播距离。而当  $b < a$  时,情况则相反。即当保持一个半轴不变,在另一个轴向上“拉伸”圆柱形金属线的时候,传播距离就变大,而在这个轴向上“压缩”此圆柱形金属线时,传播距离就变小。考虑一个长半轴为  $r_a$ ,短半轴为  $r_b$  的椭圆时,可以将其看成一个半径为  $r_a$  的小圆“拉伸”而成,也可视为一个半径为  $r_b$  的大圆“压缩”而成。由此,这个椭圆柱形金属线表面等离子激元的传播距离应该介于半径为  $r_a$  的小圆柱形金属线与半径为  $r_b$  的大圆柱形金属线的传播距离之间,如图 4(c) 所示,图中  $L_a$ 、 $L_{ab}$ 、 $L_b$  分别指的是小圆、椭圆和大圆金属线表面等离子激元的传播距离。

## 4 结 论

采用 FEM 方法对单椭圆柱形金属线表面等离子激元进行了模拟,着重分析了场分布、色散关系和传播距离随金属线横截面尺寸的变化。结果表明:该椭圆柱形太赫兹金属线表面等离子激元有着低色散、低损耗的特性。当固定  $a$  不变时,随着  $b/a$  的增加,表面场分布持续向椭圆的两个尖端集中,场大小趋于微米量级。与此同时传播距离不断增大,即损耗不断降低。当  $a = 450 \mu\text{m}$  时,在  $b/a$  的值从 0.1 增大到 40 的过程中,0.5 THz 波的传播距离则从最小时的 61.77 m 达到最大时的 808.6 m。此时,椭圆柱形金属线横截面中尖端的曲率半径为  $11.25 \mu\text{m}$ ,电场集中在此尖端周围。这种特性使得椭圆形横截面金属线可以更好地被用于太赫兹波导、聚焦及成像领域。

与太赫兹圆柱形金属线表面等离子激元相比,椭圆柱形金属线表面等离子激元有以下几个优点:

1) 相对于圆柱形金属线这一特例而言,椭圆柱形金属线具有更加普遍的意义。人们可以借此更深刻地理解太赫兹圆柱形金属线表面等离子激元的特性。而且在实用性方面,对椭圆柱形金属线表面等离子激元的研究也是一个必要的补充。它从理论上确保了当圆柱形金属线在受挤压变形为椭圆柱形金属线时依然可以维持稳定的传输性质。

2) 由于引入了长短轴,椭圆柱形金属线波导在设计上将拥有更多的自由度。

3) 本文模拟结果指出,随着椭圆横截面长短轴比例的增加,场越来越向椭圆尖端集中,场的横向尺寸也更为紧凑。也就是说,相比较于圆柱形金属线而言,椭圆柱形金属线表面等离子激元的模式场拥有更强的局域性。这在太赫兹聚焦和成像领域有着重要的意义。更为一般的是,在椭圆柱形金属线上,模式场具有向横截面局部曲率半径小的尖端集中的特性,这为进一步设计新型不规则横截面金属线太赫兹表面等离子激元指引了一个方向。

上述优点表明:对椭圆柱形金属线表面等离子激元的研究不但具有学术意义而且具有较强的实际应用价值。

## 参 考 文 献

- 1 William L Barnes, Alain Dereux, Thomas W Ebbesen. Surface plasmon subwavelength optics [J]. Nature, 2003, 424 (6950): 824–830.
- 2 Rupert F Oulton, Volker J Sorger, Thomas Zentgraf, *et al.*. Plasmon lasers at deep subwavelength scale [J]. Nature, 2009, 461(7264): 629–632.
- 3 Dmitri K Gramotnev, Sergey I Bozhevolnyi. Plasmonics beyond the diffraction limit [J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 83–91.
- 4 Wai Lam Chan, Jason Deibel, Daniel M Mittleman. Imaging with terahertz radiation [J]. Rep Prog Phys, 2007, 70(8): 1328–1351.
- 5 Zhang Cunlin, Mu Kaijun. Terahertz spectroscopy and imaging [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47(2): 023001.
- 张存林, 牧凯军. 太赫兹波谱与成像[J]. 激光与光电子学进展, 2010, 47(2): 023001.
- 6 Wang Jingli. Study on the Propagation of Terahertz Wave and Photonic Crystal Fiber Temperature Sensing [D]. Tianjin: Tianjin University, 2011. 92–104.
- 汪静丽. 太赫兹波传输及光子晶体光纤温度传感的研究[D]. 天津: 天津大学, 2011. 92–104.
- 7 Huang Wanwen, Li Baojun. Progress on terahertz waveguide devices [J]. Laser & Opto-Electronics Progress, 2006, 43 (7): 9–15.

- 黄婉文, 李宝军. 太赫兹波导器件研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2006, 43(7): 9–15.
- 8 Zhang Zhongya. Study on Propagation Characteristics of Terahertz Radiation in Elliptical Waveguide [D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2009. 14–35.
- 张忠亚. 太赫兹波在椭圆波导中的传播特性的研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2009. 14–35.
- 9 KWang, D M Mittleman. Metal wires for terahertz wave guiding [J]. Nature, 2004, 432(7015): 376–379.
- 10 Q Cao, J Jahns. Azimuthally polarized surface plasmons as effective terahertz waveguides [J]. Opt Express, 2005, 13(2): 511–518.
- 11 Hei Xiaoyong, Cao Juncheng, Feng Songlin. Simulation of the propagation property of metal wires terahertz waveguide [J]. Chin Phys Lett, 2006, 23(8): 2066–2069.
- 12 J Yang, Q Cao, C Zhou. An explicit formula for metal wire plasmon of terahertz wave [J]. Opt Express, 2009, 17(23): 20806–20815.
- 13 J A Deibel, K Wang, M Escarra, *et al.*. The excitation and emission of terahertz surface plasmon polaritons on metal wire waveguides [J]. C R Phys, 2008, 9(2): 215–231.
- 14 J Yang, Q Cao, C Zhou. Theory for terahertz plasmons of metallic nanowires with sub-skin-depth diameters [J]. Opt Express, 2010, 18(8): 18550–18557.
- 15 J Yang, Q Cao, C Zhou. An analytical recurrence formula for the zero-order metal wire plasmon of terahertz wave [J]. Opt Soc Am A, 2010, 27(7): 1608–1612.
- 16 S A Maier, S R Andrews, L Martín-Moreno, *et al.*. Terahertz surface plasmon-polariton propagation and focusing on periodically corrugated metal wires [J]. Phys Rev Lett, 2006, 97(17): 176805.
- 17 K Wang, D M Mittleman. Dispersion of surface plasmon polaritons on metal wires in the terahertz frequency range [J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(15): 157401.
- 18 M A Ordal, R J Bell, R W Alexander, *et al.*. Optical properties of fourteen metals in the infrared and far infrared: Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Mo, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, V, and W [J]. Appl Opt, 1985, 24(24): 4493–4499.
- 19 Anastasia Rusina, Maxim Durach, Mark I Stockman. Nanoconcentration of terahertz radiation in plasmonic waveguides [J]. Opt Express, 2008, 16(23): 18576–18589.