

# 基于双线性插值算法的低分辨率传感器标定方法

程相正<sup>1</sup> 曾朝阳<sup>2</sup> 陈杭<sup>1</sup> 黄超<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 装备学院研究生管理大队, 北京 101416; <sup>2</sup> 装备学院光电装备系, 北京 101416)

**摘要** 针对无扫描激光三维传感器成像分辨率较低、标定精度不高的问题, 提出了一种基于双线性插值的低分辨率传感器标定方法。首先运用双线性插值算法, 对低分辨率传感器所成图像进行升采样以提高图像分辨率, 然后利用基于 OpenCV 标定算法对其进行标定, 最后将标定结果与传统方法标定结果进行分析比较。实验结果表明, 该方法能够将低分辨率传感器参数的标定误差缩小近 1/2。运用双线性插值算法提高图像分辨率, 可以提高对低分辨率传感器的标定精度。

**关键词** 机器视觉; 传感器; 标定; 双线性插值; 低分辨率; OpenCV

**中图分类号** TN958.98      **文献标识码** A      **doi**: 10.3788/LOP50.071501

## Calibration Method of Low-Resolution Sensor Based on Bilinear Interpolation Strategy

Cheng Xiangzheng<sup>1</sup> Zeng Zhaoyang<sup>2</sup> Chen Hang<sup>1</sup> Huang Chao<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Company of Postgraduate Management, the Academy of Equipment, Beijing 101416, China  
<sup>2</sup> Department of Optical and Electrical Equipment, the Academy of Equipment, Beijing 101416, China)

**Abstract** For non-scanning laser three-dimensional (3D) imaging sensors, the imaging resolution is low and the calibration accuracy is not high. In order to solve this problem, a low-resolution sensor calibration method based on bilinear interpolation is proposed. Firstly, a resampling strategy based on the bilinear interpolation algorithm is used to improve the image resolution. Then calibration algorithm based on OpenCV is adopted. Finally the calibration results are compared with those obtained by the traditional calibration method. Experimental results show that the calibration error is reduced by nearly 1/2. The proposed calibration method based on bilinear interpolation algorithm can improve the calibration accuracy of low-resolution sensor.

**Key words** machine vision; sensor; calibration; bilinear interpolation; low resolution; OpenCV

**OCIS codes** 150.1135; 150.1488; 150.6910; 280.3420; 280.4788

## 1 引言

在计算机视觉领域, 目标到传感器的距离信息对于三维(3D)重建和场景分析具有重要的意义。经过 20 世纪的发展, 距离信息的获取有干涉测量法、激光三角测距法和双目视觉法。然而目前还没有一种成熟、廉价的系统能够实时提供高质量距离信息。三维激光距离扫描仪使用单激光设备对目标场景进行逐行采样, 扫描出物体的三维点云<sup>[1]</sup>, 从而获得高质量的距离图像, 但它的成本高, 并且耗时长, 不适用于实时动态场景<sup>[2]</sup>。无扫描激光三维成像传感器可以实时地估计距离图像的每个像素的距离值, 但它的主要缺点之一是分辨率低, 如目前光混频器(PMD)相机的分辨率为 204 pixel×204 pixel<sup>[3]</sup> 和 160 pixel×120 pixel<sup>[4]</sup>, 雪崩光电二极管(APD)阵列激光三维成像传感器的分辨率为 128 pixel×128 pixel。对于图像传感器, 需要确定空间三维物体点与图像点的对应关系, 即获得摄像机成像几何模型的参数, 并且传感器在加工过程中由于生产工艺问题会产生径向畸变和切向畸变等。确定成像模型参数、畸变系数的过程即为传感器标定的过程。因此在进行场景分析、三维重建之前, 需要对图像传感器进行标定。Lindner 等<sup>[5]</sup>将无扫描激光三维图像传感器的标定分为两步: 基于二维图像的标定和基于距离信息的标定。由于无扫描激光三维成像传感器技术是近几

**收稿日期**: 2013-01-31; **收到修改稿日期**: 2013-03-18; **网络出版日期**: 2013-05-31

**作者简介**: 程相正(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事传感器的标定与图像配准等方面的研究。

E-mail: 846248088@qq.com

**导师简介**: 曾朝阳(1971—), 男, 副教授, 主要从事光学测量、激光雷达及光电检测等方面的研究。E-mail: cyzeng@139.com

年才发展起来的,目前对无扫描激光三维成像传感器的标定研究开展得较少。针对无扫描激光三维传感器成像分辨率较低、标定精度不高的问题,提出了一种基于双线性插值的低分辨率传感器标定方法,即首先基于双线性插值算法,对低分辨率传感器所成图像进行升采样以提高图像分辨率,然后利用标定算法对其进行标定。实验结果表明,该方法能有效提高低分辨率传感器的标定精度。

## 2 传感器标定原理

### 2.1 针孔成像模型

成像传感器基本模型是针孔模型,它成像的基础为中心透视<sup>[6]</sup>。设三维空间的一点为  $M = (X_w, Y_w, Z_w)$ ,在图像上的投影点为  $m = (u, v)$ 。 $M' = (X_w, Y_w, Z_w, 1)$  和  $m' = (u, v, 1)$  分别为点  $M, m$  的齐次坐标点。根据射影关系可得如下关系式:

$$km' = K[R \quad t]M', K = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中  $k$  为非零尺度因子; $[R \quad t]$  表示传感器外参数,与传感器本身属性没有关系,其中  $R$  为  $3 \times 3$  的旋转矩阵, $t$  为从世界坐标系到传感器坐标系的平移向量; $K$  为摄像机内参数矩阵<sup>[7]</sup>,其中  $(u_0, v_0)$  为主点坐标, $f_u, f_v$  分别表示  $u$  轴、 $v$  轴方向的尺度因子, $s$  表示  $u$  轴、 $v$  轴方向的不垂直因子。

当计算精度要求较高尤其是广角镜头时,单纯使用线性针孔模型已经不能准确描述传感器成像几何关系<sup>[8]</sup>。描述非线性模型通常使用下述公式:

$$x_d = x_u + x_u[k_1(x_u^2 + y_u^2) + k_2(x_u^2 + y_u^2)^2] + p_1(3x_u^2 + y_u^2) + 2p_2x_uy_u, \quad (2)$$

$$y_d = y_u + y_u[k_1(x_u^2 + y_u^2) + k_2(x_u^2 + y_u^2)^2] + 2p_1x_uy_u + p_2(3x_u^2 + y_u^2), \quad (3)$$

式中  $(x_u, y_u)$  为针孔线性模型计算出来的图像点坐标的理想值, $(x_d, y_d)$  为实际的图像点的坐标。 $k_1, k_2$  为径向畸变系数, $p_1, p_2$  为切向畸变系数。一般情况下均不考虑薄棱镜畸变,因为过多的畸变系数会导致标定结果的不稳定。

### 2.2 基于 OpenCV 的传感器标定

OpenCV 是英特尔公司开发的开放型计算机视觉类库<sup>[9]</sup>,包含了图像处理和机器视觉方面的很多算法,是二次开发的理想工具<sup>[10]</sup>。在 C++ 环境下,基于 OpenCV 的标定算法流程如图 1 所示。

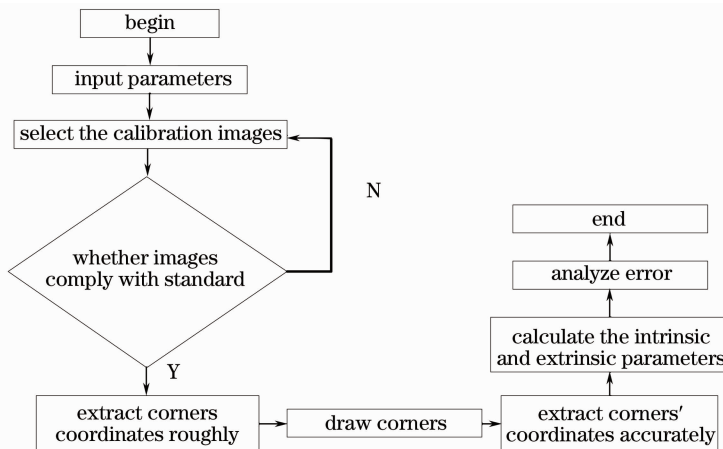


图 1 基于 OpenCV 的标定实现流程图

Fig. 1 Calibration flow chart based on OpenCV

首先需要输入棋盘格的长和宽以及标定板上每行列的角点数目等相关参数,接下来选定图像,对于不符合标准的图像将不能成功提取角点。然后对图像进行角点检测,对于符合标准的进行粗略角点提取;对于不符合标准的重新选择图像。接下来绘制角点,对角点进行精确提取。该步骤以上一步粗略提取坐标为输入参数,然后根据向量正交性原理通过迭代来确定角点的精确位置,精度能够到达亚像素级别,即具有较高的

提取精度。当确定图像的角点坐标以后,即可以计算传感器的内外参数。最后还需要对得到的结果进行误差统计,计算其精度是否符合要求<sup>[10]</sup>。

### 3 基于双线性插值算法的低分辨率传感器标定

图像插值技术能够在保持图像原始信息的同时显著提高图像分辨率,增加图像清晰度,因此在航空航天、红外热成像、传感器成像和微光夜视等领域有广泛的应用。插值算法分为最近邻插值法、双线性插值法以及双三次插值法<sup>[11]</sup>。已有的研究表明,双线性插值比最近邻域插值的准确度要高,能保持连续性和连通性的光滑映射,不会出现像素不连续的现象,图像处理效果更佳,并且算法简单,运算量小易于实现;而双三次插值所用的时间是其他方法的几倍甚至几十倍,效率不高<sup>[11]</sup>,故采用双线性插值算法提高低分辨率传感器所成图像的分辨率。双线性插值法,又称为双线性内插,其核心思想是在两个方向分别进行一次线性插值,实现分辨率的提高。

对于一个目的坐标,通过向后映射法得到其在原始图像对应的浮点坐标  $(i+u, j+v)$ ,其中  $i, j$  均为非负整数,  $u, v$  为  $[0, 1]$  区间的浮点数,则这个像素的值  $f(i+u, j+v)$  可由原图像中坐标为  $(i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$  所对应的四个像素值决定<sup>[12]</sup>, 即

$$f(i+u, j+v) = (1-u) \times (1-v) \times f(i, j) + (1-u) \times v \times f(i, j+1) + u \times (1-v) \times f(i+1, j) + u \times v \times f(i+1, j+1). \quad (4)$$

其原理如图 2 所示。

已知  $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$  四点的灰度值,可以由相邻像素的灰度值  $f(0, 0)$  和  $f(1, 0)$  在  $X$  方向上线性插值求出  $(x, 0)$  的灰度  $f(x, 0)$ ;由另外两个相邻像素  $f(0, 1)$  和  $f(1, 1)$  在  $X$  方向上线性插值可求出  $(x, 1)$  的灰度  $f(x, 1)$ ;最后由  $f(x, 0), f(x, 1)$  在  $Y$  方向上进行线性插值就可以得到  $(x, y)$  的灰度  $f(x, y)$ <sup>[13]</sup>。因此插值点的灰度值是由周围 4 个邻点的灰度值加权获得的,权重由插值点与邻点的距离比决定<sup>[14]</sup>。双线性插值算法步骤如下:

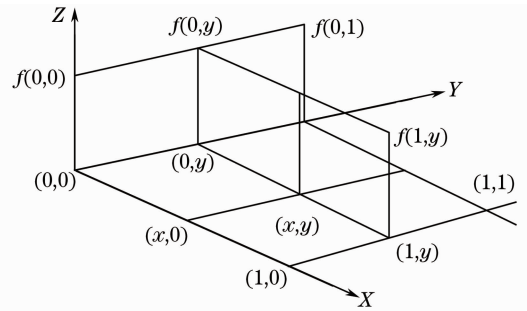


图 2 双线性插值原理示意图

Fig. 2 Principle diagram of bilinear interpolation

- 1) 由原图像和尺度因子得到新图像的大小,并创建新图像。
- 2) 由新图像的某个像素  $(u', v')$  映射到原始图像  $(i+u, j+v)$  处。对  $(i+u, j+v)$  取整得到  $(i, j)$  并得到  $(i, j), (i+1, j), (i, j+1), (i+1, j+1)$  所对应的 4 个点的像素值。
- 3) 利用双线性插值得到  $(i+u, j+v)$  处的像素值并写回新图像。
- 4) 重复步骤 2) 直到新图像的所有像素写完,即完成了图像的双线性插值。

文献研究表明,双线性插值算法能够实现升采样,进而提高图像分辨率,增加图像清晰度。目前传感器标定算法主要是利用模板特征点,即通过模板平面与图像平面之间的单应性矩阵来实现参数定标的。获取高质量的标定板图像进而准确提取特征点是实现传感器精确标定的关键之一。本文基于双线性插值算法对低分辨率传感器所成图像升采样进而提高图像分辨率,利用 OpenCV 标定算法实现对低分辨率传感器的标定。首先自由移动摄像机或者标定板的位置,得到不同角度或者位置的标定板图像,然后利用双线性插值算法在保持图像原有信息的基础上提高图像的分辨率,进而使特征点(角点)能够准确提取出来。通过标定板上的特征点和其图像的单应性矩阵  $\mathbf{H}$  来确定传感器的内参数,进而计算出外参数。其标定原理简述如下。根据传感器针孔模型

$$km' = \mathbf{K}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]\mathbf{M}', \quad (5)$$

得

$$\mathbf{m}' = c\mathbf{K}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}]\mathbf{M}' = \mathbf{H}\mathbf{M}' = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3]\mathbf{M}', \quad (6)$$

所以有

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = c\mathbf{K}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}], \quad (7)$$

式中  $\mathbf{h}_i$  为  $3 \times 1$  向量,  $c$  为缩放因子。对于每一个标定板, 利用特征点和图像的对应关系可以求出  $\mathbf{H}$ , 进而解出

$$\mathbf{r}_1 = \frac{1}{c} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1, \mathbf{r}_2 = \frac{1}{c} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2. \quad (8)$$

利用  $\mathbf{r}_1$  和  $\mathbf{r}_2$  的正交性, 可以得到以下两个约束条件:

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0, \quad \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2. \quad (9)$$

通过上述约束条件以及数学方程即可求得传感器内外参数。然后根据非线性模型构造评价函数

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \| m_{ij} - \tilde{m}(\mathbf{K}, k_1, k_2, p_1, p_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i) \|^2, \quad (10)$$

进行全局优化, 进而得到传感器内参数、外参数和畸变系数。其中  $\tilde{m}$  是畸变校正后的投影。流程如图 3 所示。

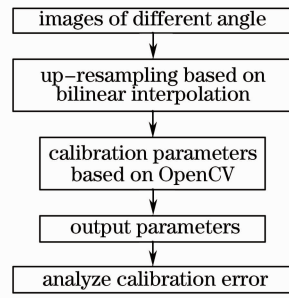


图 3 基于双线性插值的低分辨率标定流程图

Fig. 3 Flow chart of low resolution sensor calibration based on bilinear interpolation

## 4 实验及结果分析

目前对于高分辨率图像传感器, 基于 OpenCV 的标定算法已经可以达到很高的标定精度, 不妨以此标定结果作为传感器成像模型几何参数的真值。通过图像处理软件使图像分辨率降低, 得到低分辨率图像。接下来首先基于 OpenCV 标定算法, 利用低分辨率传感器所成模板图像对其进行标定; 然后基于双线性插值算法, 对低分辨率传感器所成图像进行升采样以提高图像分辨率, 利用基于 OpenCV 的标定算法对其进行标定; 最后将第二种方法标定结果与第一种方法标定结果进行比较分析, 验证基于非线性插值算法的标定方法对于低分辨率传感器的标定效果。

基于以上思想, 首先得到四幅从不同角度拍摄的  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$  标定模板高分辨率图像, 如图 4 所示。运用基于 OpenCV 的标定算法进行标定, 标定结果如表 1 所示。

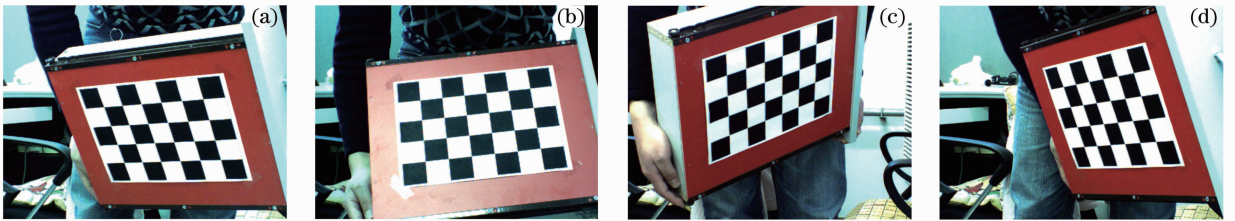


图 4 高分辨率图像

Fig. 4 High-resolution images

表 1 高分辨率传感器标定结果

Table 1 Calibration result of high-resolution sensor

Parameter		Calibration result
Focal length	$f_u$ / pixel	1461.1
	$f_v$ / pixel	1453.7
Principal point	$u_0$ / pixel	355.6
	$v_0$ / pixel	229.5
Distortion coefficients	$k_1$	0.1136
	$k_2$	-14.4871
	$p_1$	-0.0093
	$p_2$	0.0018
Rotation vector of image 1	$\mathbf{r}_1$	[0.2206, 2.3867, 0.6564]
Translation vector of image 1	$\mathbf{t}_1$	[14.1932, -29.3805, 299.165]
Rotation vector of image 2	$\mathbf{r}_2$	[0.1771, 3.0388, -0.7521]
Translation vector of image 2	$\mathbf{t}_2$	[26.1816, -8.6301, 292.704]
...	...	...
Overall average error	$e$ / pixel	0.2229

接下来运用图像处理工具,使得图像分辨率从  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$  降为  $128 \text{ pixel} \times 96 \text{ pixel}$ ,如图 5 所示。运用基于 OpenCV 的标定算法,标定结果如表 2 所示。

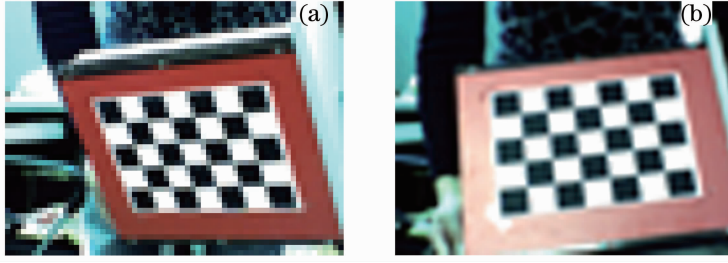


图 5 低分辨率图像

Fig. 5 Low-resolution images

表 2 低分辨率传感器标定结果

Table 2 Calibration result of low-resolution sensor

Parameter		Calibration result
Focal length	$f'_u$ / pixel	1438.5
	$f'_v$ / pixel	1318.4
Principal point	$u'_0$ / pixel	328.1
	$v'_0$ / pixel	170.2
Distortion coefficients	$k'_1$	0.8060
	$k'_2$	-46.2132
	$p'_1$	-0.0026
	$p'_2$	0.0062
Rotation vector of image 1	$\mathbf{r}'_1$	[0.2332, 2.3961, 0.7066]
Translation vector of image 1	$\mathbf{t}'_1$	[18.0905, -35.4507, 296.55]
Rotation vector of image 2	$\mathbf{r}'_2$	[0.1725, 3.0559, -0.7654]
Translation vector of image 2	$\mathbf{t}'_2$	[29.8658, -16.5248, 288.834]
...	...	...
Overall average error	$e'$ / pixel	1.2297

为了避免 OpenCV 中角点检测窗口不能覆盖足够多的低分辨率图像像素,运用双线性插值算法对图像进行升采样以得到  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$  的高分辨率图像,如图 6 所示。然后运用基于 OpenCV 的标定算法进行标定,标定结果如表 3 所示。

表 3 基于双线性插值的低分辨率传感器标定结果

Table 3 Calibration result of low-resolution sensor based on bilinear interpolation

Parameter		Calibration result
Focal length	$f''_u$ / pixel	1468.1
	$f''_v$ / pixel	1448.4
Principal point	$u''_0$ / pixel	370.4
	$v''_0$ / pixel	196.5
Distortion coefficients	$k''_1$	0.2578
	$k''_2$	-23.7842
	$p''_1$	-0.01256
	$p''_2$	0.0045
Rotation vector of image 1	$\mathbf{r}''_1$	[0.2361, 2.3985, 0.7153]
Translation vector of image 1	$\mathbf{t}''_1$	[15.3346, -28.8284, 296.618]
Rotation vector of image 2	$\mathbf{r}''_2$	[0.1713, 3.0602, -0.7645]
Translation vector of image 2	$\mathbf{t}''_2$	[28.8386, -7.8813, 288.844]
...	...	...
Overall average error	$e''$ / pixel	0.6769

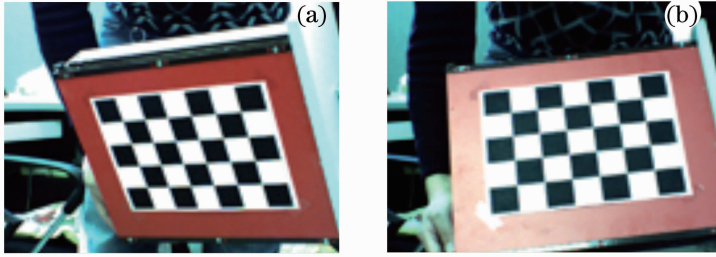


图 6 基于双线性插值的低分辨率图像

Fig. 6 Low-resolution images based on bilinear interpolation

以传感器所成高分辨率图像标定结果为真值,分别将低分辨率标定结果和基于双线性插值算法的低分辨率传感器标定结果与真值进行比较得出相对误差,结果如表 4 所示。

表 4 标定结果相对误差(单位: %)

Table 4 Relative error of calibration results (unit: %)

Parameter		Relative error	
		Low resolution	Low resolution based on bilinear
Focal length	$f_u$	-1.55	-0.48
	$f_v$	-9.30	-0.36
Principal point	$u_0$	7.73	4.16
	$v_0$	-25.83	-14.38
Distortion coefficients	$k_1$	609.50	127.94
	$k_2$	219.00	60.88
	$p_1$	72.04	35.04
	$p_2$	244.44	150
Rotation vector of image 1	$r_1$	9.54	3.80
Translation vector of image 1	$t_1$	34.37	8.30
Rotation vector of image 2	$r_2$	3.19	3.73
Translation vector of image 2	$t_2$	92.56	9.47
...	...	...	...
Overall average error	$e$	451.68	203.68

由以上结果可知,基于双线性插值的标定方法可以显著提高低分辨率传感器的标定精度:对于焦距,在  $u$  轴方向,将标定误差从  $-1.55\%$  降为  $-0.48\%$ ;在  $v$  轴方向,将标定误差从  $-9.30\%$  降为  $-0.36\%$ ;对于主点,将标定误差缩小了将近  $1/2$ ;对于畸变系数,标定误差均有很大程度的降低;对于外参数,标定误差均在  $10\%$  以内,实现了标定误差的缩小。所以,运用双线性插值算法提高图像分辨率,可以提高对低分辨率传感器的标定精度。

## 5 结 论

针对无扫描激光三维传感器成像分辨率较低、标定精度不高的问题,提出了一种基于双线性插值的低分辨率传感器标定方法。实验结果表明,该方法能够减小低分辨率传感器参数的标定误差,尤其是对于焦距,标定误差控制在  $0.5\%$ ,实现了对低分辨率传感器的标定。该方法对于无扫描激光三维成像传感器标定的进一步研究具有一定的参考意义,对于无扫描激光三维成像传感器的应用具有一定的促进作用。

## 参 考 文 献

- Zhang Ning, Chang Lei, Xu Xiping. Research on the technology of three-dimensional reconstruction based on machine vision [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(5): 051001.  
张 宁, 常 雷, 徐熙平. 基于机器视觉的三维重建技术研究[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(5): 051001.
- Y J Kil, B Mederos, N Amenta. Laser scanner superresolution[C]. Proceedings of Symposium on Point-Based Graphics, 2006. 9-15.

- 3 Zhang Xudong, Shen Yuliang, Hu Liangmei, *et al.*. Improved super-resolution reconstruction algorithm for PMD range image[J]. *J Image and Graphics*, 2012, 17(4): 480–486.  
张旭东, 沈玉亮, 胡良梅, 等. 改进的 PMD 距离图像超分辨率重建算法[J]. *中国图象图形学报*, 2012, 17(4): 480–486.
- 4 K D Kuhnert, M Stommel. Fusion of stereo-camera and PMD-camera data for real-time suited precise 3D environment reconstruction[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and System*, 2006. 4780–4785.
- 5 M Lindner, A Kolb. Lateral and depth calibration of PMD-distance sensors[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, 4292: 524–533.
- 6 Liu Bixia, Li Shaozi, Guo Feng, *et al.*. A new easy fast camera self-calibration technique[J]. *Computer Engineering & Science*, 2011, 33(1): 88–93.  
刘碧霞, 李绍滋, 郭 锋, 等. 一种简单快速的相机标定新方法[J]. *计算机工程与科学*, 2011, 33(1): 88–93.
- 7 Guo Tao, Da Feipeng, Fang Xu. Camera calibration under small field of view[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(8): 0808001.  
郭 涛, 达飞鹏, 方 旭. 小视场环境下的摄像机标定[J]. *中国激光*, 2012, 39(8): 0808001.
- 8 Ji Xiaoli. The Research of Image Detection System of Fiber Tape Laying Based on Computer Vision[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2010.  
季晓丽. 基于计算机视觉纤维带铺放间隙检测系统研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2010.
- 9 Li Mingjin, Xiong Xianming, Zhang Shaobing. A novel method of camera calibration based on OpenCV[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2009, 46(12): 99–102.  
李明金, 熊显名, 张绍兵. 一种基于 OpenCV 的摄像机标定新方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2009, 46(12): 99–102.
- 10 Li Honglei, Guan Qun, Hu Kaiheng, *et al.*. Development of camera calibration system based on OpenCV in VC++ environment[J]. *Computer Applications and Software*, 2011, 28(6): 19–21.  
李洪雷, 管 群, 胡凯衡, 等. VC++ 环境下基于 OpenCV 的摄像机标定系统的开发[J]. *计算机应用与软件*, 2011, 28(6): 19–21.
- 11 Zhang Xiaohong, Liu Gang. Research of image matching algorithm based on the wavelet transform and bilinear interpolation [J]. *J Jiangxi University of Science and Technology*, 2011, 32(1): 1–6.  
张小红, 刘 刚. 基于小波变换与双线性插值图像配比算法研究[J]. *江西理工大学学报*, 2011, 32(1): 1–6.
- 12 Ding Yusheng. Interpolated algorithm research in digital image processing[J]. *Computer Knowledge and Technology*, 2010, 6(16): 4502–4506.  
丁宇胜. 数字图像处理中的插值算法研究[J]. *电脑知识与技术*, 2010, 6(16): 4502–4506.
- 13 Sun Chengye, Sang Nong, Zhang Ttianxu, *et al.*. Image bilinear interpolation enlargement and calculation analysis[J]. *Computer Engineering*, 2005, 31(9): 167–169.  
孙成叶, 桑 农, 张天序, 等. 图像双线性插值无级放大及其运算量分析[J]. *计算机工程*, 2005, 31(9): 167–169.
- 14 Gong Changlai, Yang Dongtao. Improved image zooming algorithm based on bilinear interpolation[J]. *Laser & Infrared*, 2009, 39(8): 899–901.  
龚昌来, 杨冬涛. 一种改进的双线性插值图像放大算法[J]. *激光与红外*, 2009, 39(8): 899–901.