

# 涡旋光束在中强度湍流大气中的传输特性

黎芳

(北京建筑工程学院理学院应用物理系, 北京 100044)

**摘要** 主要分析了拉盖尔-高斯(LG)光束在中强度湍流大气中的传输特性。利用分步傅里叶法和相位屏法仿真了在水平通信链路和上下行通信链路情况下 LG 光束的强度分布、相位分布及螺旋谱分布情况。仿真发现大气湍流会影响 LG 光束的传输性质,而且拓扑荷和折射率结构常数越大,影响越大。另外,还发现上下行链路中 LG 光束受到大气湍流的影响比水平链路中受到的影响小。

**关键词** 大气光学;涡旋光束;拉盖尔-高斯光束;大气湍流;相位屏法;拓扑荷

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.070101

## Propagation Characteristics of Optical Vortices Beam in Intermediate Fluctuation Turbulent Atmosphere

Li Fang

(Department of Applied Physics, School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China)

**Abstract** The propagation of Laguerre-Gaussian beam in intermediate fluctuation turbulent atmosphere is studied. Using the split-step Fourier method and the phase screen method, the intensity distribution, phase distribution and the spectrum distribution of LG beam are simulated in the case of up-downlink communications path and level communication path respectively. It is found that the atmospheric turbulence will induce the spread of the spiral spectrum. With the increase of the topological charge and refractive index structure constant, the spectrum spread becomes more serious. It is also concluded that the influence of the atmospheric turbulence on the Laguerre-Gaussian beams is smaller in up-downlink communication path than in level communication path.

**Key words** atmospheric optics; optical vortices beam; Laguerre-Gaussian beam; atmospheric turbulence; phase-screen method; topological charge

**OCIS codes** 010.1290; 010.1300; 010.1330; 050.4865

## 1 引言

1992年,Allen等<sup>[1]</sup>首次发现带有相位因子  $\exp(is\phi)$  的光束中每个光子具有  $hs$  的轨道角动量,此后光束的轨道角动量得到了极大的关注与重视。该类具有轨道角动量的光束被称为涡旋光束<sup>[2-4]</sup>。目前光束轨道角动量已经在光学微操纵、生物医学、量子信息编码、光学信息传输等领域<sup>[5-10]</sup>得到了广泛的应用。

从理论上来说轨道角动量数(或称拓扑荷) $s$ 为任意整数,可以构成无穷维希尔伯特空间<sup>[11]</sup>,因此相对于传统的二进制编码,光束的轨道角动量编码能够有效地提高数据传输容量。在文献[12]中首次提出利用轨道角动量进行自由空间信息传输的方案,光束的拓扑荷直接表示所需传送的信息,此方案不但可以提高通信系统的容量,还具有防窃听的优点。因此采用光束轨道角动量编码的空间光通信已引起国内外学者的广泛关注和研究。但是在实际应用中,大气湍流会引起光波强度的波动、误码率的增加和通信系统信道容量的降低<sup>[13-17]</sup>。因此掌握具有轨道角动量的光束在湍流大气中的传输特性对大容量光通信的研究具有重要意义。

针对湍流强弱的划分,折合到折射率结构常数  $C_n^2$  的数值为:当  $C_n^2 > 2.5 \times 10^{-13}$  时,为强湍流;当  $C_n^2 <$

收稿日期:2013-01-04;收到修改稿日期:2013-02-28;网络出版日期:2013-06-20

基金项目:北京建筑工程学院科学研究基金(101202107)

作者简介:黎芳(1984—),女,博士,讲师,主要从事涡旋光束的传输特性及通信应用等方面的研究。

E-mail: cubbybuaa@gmail.com

$6.4 \times 10^{-17}$  时,为弱湍流;居于两者之间的为中等强度的湍流<sup>[18]</sup>。目前关于电磁波在大气湍流中的研究方法主要有描述弱湍流大气的利托夫(Rytov)近似法和研究强湍流大气的马尔可夫(Markov)近似法,对于在中等强度的湍流大气中的电磁波传播问题,仍然没有很好的处理方法。基于大气湍流的随机性,相位屏法也成为一种探索电磁波在大气湍流中的传输问题的主要研究手段<sup>[19]</sup>。

本文采用相位屏法来模拟涡旋光束在中等强度大气湍流中的传输特性。在系统地总结出相位屏法仿真步骤的基础上,针对水平和上下行通信链路,分别得出了两种情况下的拉盖尔-高斯(LG)光束的强度分布、相位分布及螺旋谱分布情况。

## 2 仿真过程

最初 Allen<sup>[1]</sup>就是以 LG 光束为例发现带有相位因子  $\exp(is\phi)$  的光束具有确定的轨道角动量,而且经证实 LG 光束是这类光束中具典型且最易实现的一种。本文的研究对象也定为 LG 光束。在自由空间中,其电场表达式为

$$u(r, \phi, z) = E_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{-0.5} \exp \left\{ - \left[ \frac{r}{w(z)} \right]^2 \right\} \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^s L_p^s \left[ 2 \left( \frac{r}{w(z)} \right)^2 \right] \times \exp(-is\phi) \exp \left[ i(2p + s + 1) \arctan \left( \frac{z}{z_0} \right) - i \frac{kr^2}{2R(z)} + ikz \right], \quad (1)$$

式中  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$ ,  $w_0$  为光腰光斑半径,  $z_0$  为瑞利距离,  $s$  为拓扑荷,  $p$  为径向指数,  $L_p^s$  为连带拉盖尔多项式,  $E_0 = \sqrt{2p!/(p + |s|)! \pi}$  为归一化常数,  $R(z) = z[1 + (z_0/z)^2]$  为光束的曲率半径,  $(2p + s + 1) \arctan(\frac{z}{z_0})$  为古依相移。其中拓扑荷  $s$  可以取任意整数,它描述了 LG 光束的螺旋型等相位面的结构,当  $s \geq 1$  时, LG 光束的中心强度值为零,光束强度呈空心分布。径向指数  $p$  为任意正整数,它描述了 LG 光束的径向分布,当  $p \geq 1$  时, LG 光束的强度呈多环分布。

上述表达式描述的是光束在自由空间下的衍射特性,不考虑大气湍流的影响。本文假设光束的发射点在  $z=0$  处,且光束的光腰也位于  $z=0$ 。并且为了研究方便,但又不会影响结果的准确性,令  $p=0$ ,则发射光束的表达式为

$$u_0(r, \varphi, 0) = \sqrt{\frac{2}{s! \pi}} \exp \left[ - \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 \right] \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right]^s \exp(is\varphi). \quad (2)$$

根据(2)式,再通过分步傅里叶法<sup>[20]</sup>就可以模拟出 LG 光束在湍流大气中的传输过程。该方法的主要思想是:把光波的传输路径  $z$  分成  $N$  段,每一段的传输距离为  $\Delta z = \frac{z}{N}$ 。每一段距离的大气湍流对光束的影响用相位屏  $\phi_n(x, y)$  表现,在传播路径上的位置为  $(n-1/2)\Delta z$ ,即每段距离的中间位置。当波通过相位屏时,只有相位发生变化,振幅不变。光波的传播过程是入射波先经过  $\frac{\Delta z}{2}$  的自由空间,然后再到达第 1 个相位屏,再经历  $\Delta z$  的自由空间到达下一个相位屏,……,最后再穿过第  $N$  个相位屏后,传播  $\frac{\Delta z}{2}$  的自由空间完成整个路径的传播。相位屏的构造可以采用谱反演法来实现。

模拟 LG 光束传输的具体过程如下。

- 1) 产生一个均值为 0,方差为 1 的复随机矩阵  $\mathbf{g}$ 。
- 2) 引入大气折射率引起的相位畸变部分的近似功率谱密度

$$F_\phi(k_r) = 2\pi k_r^2 \int_z^{z+\Delta z} \Phi_n(\xi) d\xi, \quad (3)$$

式中  $\Phi_n(k_r, z) = 0.033C_n^2(z) \left( k_r^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6}$  为折射率功率谱,  $k_r^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ 。  $C_n^2$  是折射率结构参数,当光束为水平传输链路情况时,一般认为折射率结构参数  $C_n^2$  为常数;在上下行链路情况时,折射率结构参数随高度变化,且高度越高,折射率结构参数越小。  $L_0$  是扰动的外尺度,决定了扰动涡旋的大小。利用湍流的相干

长度

$$r_0 = 0.185 \left[ \int_z^{z+\Delta z} C_n^2(\xi) d\xi \right]^{3/5}, \quad (4)$$

来表示,则

$$F_\phi(k_r) = 0.490 r_0^{-5/3} \left( k_r^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-11/6}. \quad (5)$$

3) 利用  $\Phi$  对随机矩阵滤波,再进行傅里叶逆变换,得到时域的相位屏,即

$$\phi(r) = \iint \frac{\mathbf{g}}{\sqrt{\Delta k_x \Delta k_y}} \sqrt{F_\phi(k_r)} \exp(i\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}_r) d\mathbf{k}_r. \quad (6)$$

在此过程中需把式子离散化,以符合离散傅里叶变换的形式

$$\phi(x, y) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \frac{g(k_x, k_y)}{\sqrt{\Delta k_x \Delta k_y}} \sqrt{F_\phi(k_x, k_y)} \exp[i(k_x x + k_y y)] \Delta k_x \Delta k_y, \quad (7)$$

式中  $\Delta x = G_x/N_x, \Delta y = G_y/N_y, \Delta f_x = 1/G_x, \Delta f_y = 1/G_y, x = m\Delta x, y = n\Delta y, f_x = m'\Delta f_x, f_y = n'\Delta f_y, G_x, G_y$  为相位屏  $x, y$  方向的尺寸,  $N_x, N_y$  为相位屏  $x, y$  方向的计算点数。(7)式可简化成

$$\phi(m, n) = \sum_{m'=1}^{N_x} \sum_{n'=1}^{N_y} g(m', n') f(m', n') \exp\left[i2\pi\left(\frac{m'm}{N_x} + \frac{n'n}{N_y}\right)\right]. \quad (8)$$

4) 将相位屏作为附加相位作用于光束场,波场再经过一段  $\Delta z$  的自由空间传输得到下一个相位屏前的波场。自由空间的传输过程用菲涅耳衍射公式来描述,根据傅里叶变换的性质可知输入场与菲涅耳积分式  $\exp[ik(x^2 + y^2)/(2\Delta z)]$  相卷积便得到输出场。为了提高计算效率,把卷积过程通过傅里叶变换来实现:

$$u[x, y, (n+1)\Delta z] = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left\{ u(x, y, n\Delta z) \exp[i\phi(x, y)] \right\} \exp\left[\frac{-i(k_x^2 + k_y^2)\Delta z}{2k}\right] \right\}. \quad (9)$$

5) 最后,经过多个相位屏与真空传输得到最终的光束场  $u(x, y)$ 。

## 3 仿真结果

### 3.1 水平链路

在大气湍流情况的仿真中,所用的参数值分别如下:选择涡旋光束的波长为常用通信窗口的 1550 nm,光束在湍流大气中的传输距离为 1 km,光束的光腰半径为  $\omega_0 = 3$  cm。大气湍流的折射率结构常数  $C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$  时根据相位屏法模拟得到大气湍流的形式如图 1(a)所示;图 1(b)为  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时的大气湍流模型图。由图可知,折射率结构常数  $C_n^2$  越大,相位起伏强度越大。

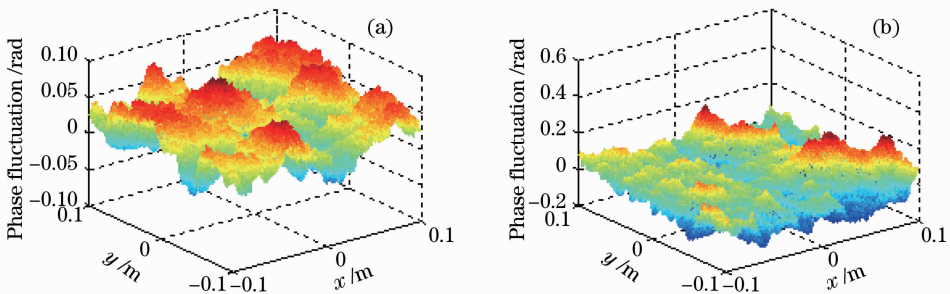


图 1 大气湍流模型。(a)  $C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ; (b)  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 1 Model of etmospheric turbulence. phase fluctuation when (a)  $C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$  and (b)  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

为了方便比较,首先给出自由空间(即无大气湍流的情况)中的情况。图 2 为在  $z=0$  处的拓扑荷为  $s=2$  和  $s=5$  时(取值为奇数和偶数)LG 光束的强度和相位分布图。图 2(a)为  $s=2$  的强度图,图 2(b)为  $s=2$  的相位图,图 2(c)为  $s=5$  的强度图,图 2(d)为  $s=5$  的相位图,其中相位用灰度值表示,黑色表示相位值为  $-\pi$ ,白色表示相位值为  $\pi$ 。由图可见,强度图为圆环状,相位图为螺旋型,拓扑荷越大,强度的圆环半径越

大,相位的螺旋数越多。如果拓扑荷符号相反,强度图不会变化,相位图的螺旋的转向会相反。

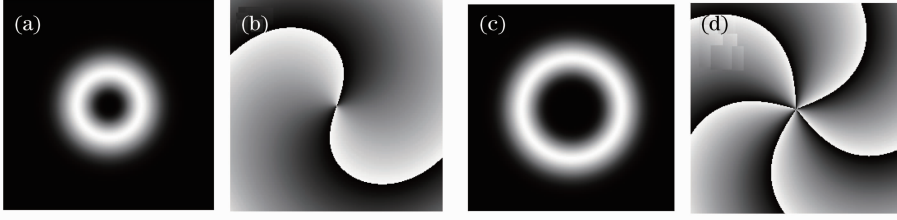


图2 自由空间中在  $z=1$  km 处 LG 光束的强度和相位分布。(a) 强度,  $s=2$ ; (b) 相位,  $s=2$ ;  
(c) 强度,  $s=5$ ; (d) 相位,  $s=5$

Fig. 2 Intensity and phase distributions of the LG beams at  $z=1$  km in free space. (a) Intensity,  $s=2$ ;  
(b) phase,  $s=2$ ; (c) intensity,  $s=5$ ; (b) phase,  $s=5$

当把 LG 光束在上述湍流大气中传输时,得到的输出场如图 3 所示,其中图 3(a)为  $s=2$  的强度图,图 3(b)为  $s=2$  的相位图,图 3(c)为  $s=5$  的强度图,图 3(d)为  $s=5$  的相位图,图 3(e)为  $C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时的强度图,图 3(f)为  $C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时的相位图。由上述自由空间中的图相比较可以看出大气湍流对 LG 光束的影响很大,不仅影响强度的均匀分布,还使相位的跃变处,即“每一扇页片”的分界处模糊和变形。而且大气湍流的强度越大,对 LG 光束的影响也越大。

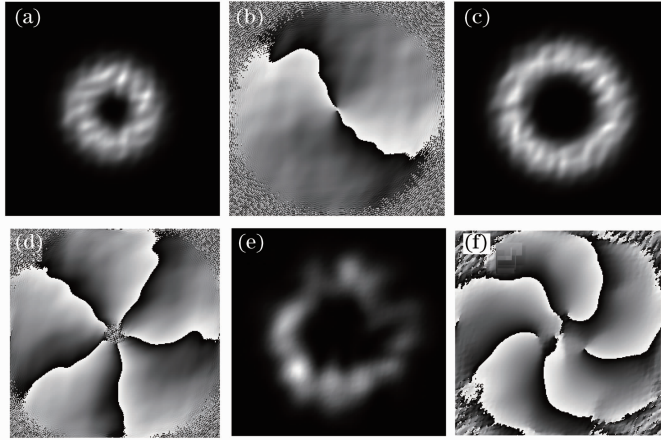


图3 大气湍流中在  $z=1$  km 处 LG 光束的强度和相位分布。(a)~(d)  $C_n^2=1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , (a) 强度,  $s=2$ ;  
(b) 相位,  $s=2$ ; (c) 强度,  $s=5$ ; (d) 相位,  $s=5$ ; (e), (f)  $C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , (e) 强度; (f) 相位

Fig. 3 Intensity and phase distributions of the LG beams at  $z=1$  km in the turbulent atmosphere. (a)~(d)  $C_n^2=1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ , (a) intensity,  $s=2$ ;  
(b) phase,  $s=2$ ; (c) intensity,  $s=5$ ; (b) phase,  $s=5$ ; (e), (f)  $C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , (e) intensity; (f) phase

为了更好地阐明轨道角动量的成分, Torner 等<sup>[21]</sup>将光束展开成螺旋谐波函数  $\exp(im\phi)$  的线性叠加, 便形成轨道角动量谱, 也称为螺旋谱。将任意光场分布按螺旋谱谐波展开, 这样可以得到

$$u(r, \phi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(r, z) \exp(im\phi), \quad (10)$$

式中  $a_m(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(r, \phi, z) \exp(-im\phi) d\phi$ 。因此光束的能量可以写成  $U = 2\epsilon_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m$ , 而  $C_m =$

$\int_0^{\infty} |a_m(r, z)|^2 r dr$ , 则可求得螺旋谱为  $P_m = \frac{C_m}{\sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q}$ , 也就是各谐波分量的权重因子<sup>[21]</sup>。LG<sub>0</sub><sup>1</sup> 光束的螺旋谱分

布如图 4(a)所示, 图中横轴  $m$  表示各谐波分量的轨道角动量数, 纵轴  $P$  为各分量对应的相对能量。当光束遇到外界因素干扰时, 比如接收系统与光束的不对准、大气湍流等, 光束螺旋谱便会发生弥散, 即原本只集中在一个分量上的能量会分布到其他分量上, 如图 4(b)所示。

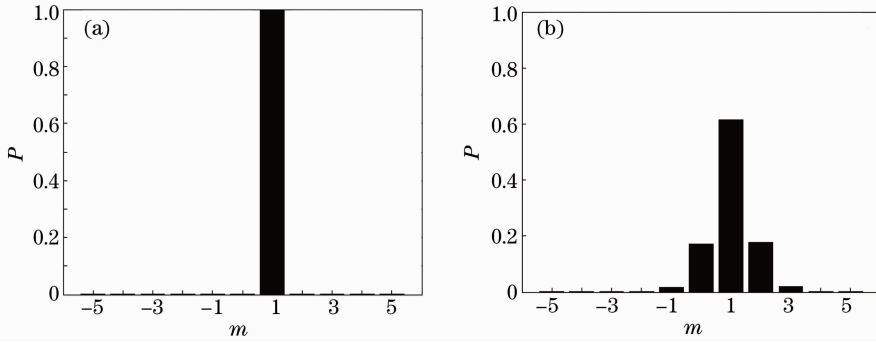


图 4  $LG_0^1$  光束的螺旋谱分布。(a) 无干扰;(b) 有干扰

Fig. 4 Spiral spectrum distributions of the  $LG_0^1$  beams. (a) No disturbance; (b) under disturbance

图 5 显示的是在大气湍流强度  $C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$  下,发送不同拓扑荷时,接收光束的螺旋谱分布。由图可以得出,发送的拓扑荷  $s$  越大,接收到的光束的螺旋谱为  $s$  的分量所占的比重越小,因此可得出拓扑荷越大,受到湍流的影响越大。该结论与低强度湍流大气中的结果一致<sup>[13]</sup>。

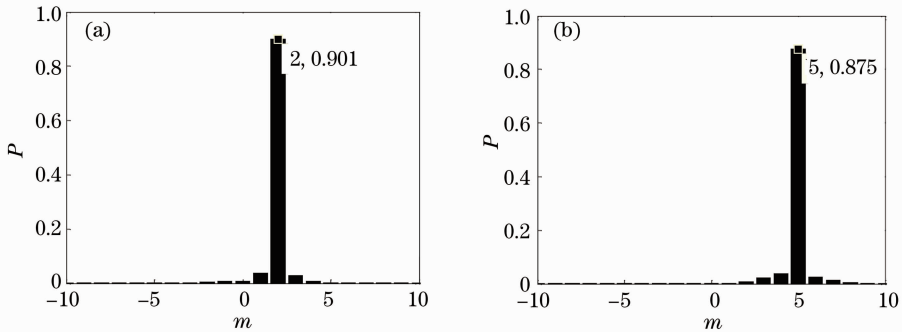


图 5 水平链路时不同发送拓扑荷下接收光束的螺旋谱分布。(a)  $s=2$ ; (b)  $s=5$

Fig. 5 Spiral spectrum distributions of the beams with different topological charges in level communications path.

(a)  $s=2$ ; (b)  $s=5$

### 3.2 上下行通信链路

上述结果对应通信链路为水平链路的情况,而空间通信中的星地激光通信目前也研究得比较多,而且涡旋光束在天文学应用上具有其特有优势,其在该领域的应用研究也是目前的一个热点。基于此,以下仿真在上下行链路中  $LG$  光束在大气湍流中的传输特性。在仿真中,大气湍流强度折射率结构函数  $C_n^2$  选用 Hufnagel-Valley 白天模型<sup>[22]</sup>。图 6 和图 7 分别为上下行链路情况下,输出涡旋光束的强度相位图和螺旋谱分布,其中图 6(a)为  $s=2$  的强度图,图 6(b)为  $s=2$  的相位图,图 6(c)为  $s=5$  的强度图,图 6(d)为  $s=5$  的相位图。由图可以得出上下行链路情况下,大气湍流对涡旋光束的影响比水平链路中的影响小。

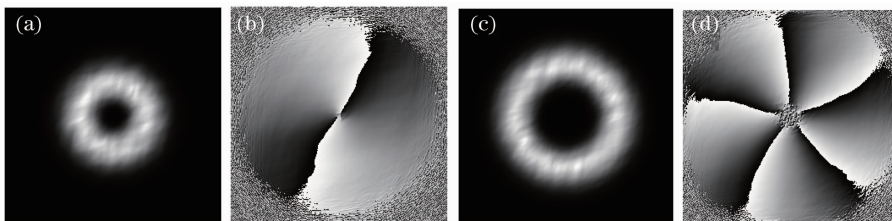


图 6 上下行链路时,在  $z=1 \text{ km}$  处  $LG$  光束的强度和相位分布。(a) 强度,  $s=2$ ; (b) 相位,  $s=2$ ;

(c) 强度,  $s=5$ ; (d) 相位,  $s=5$

Fig. 6 Intensity and phase distributions of the  $LG$  beams at  $z=1 \text{ km}$  in up-downlink communication path.

(a) Intensity,  $s=2$ ; (b) phase,  $s=2$ ; (c) intensity,  $s=5$ ; (d) phase,  $s=5$

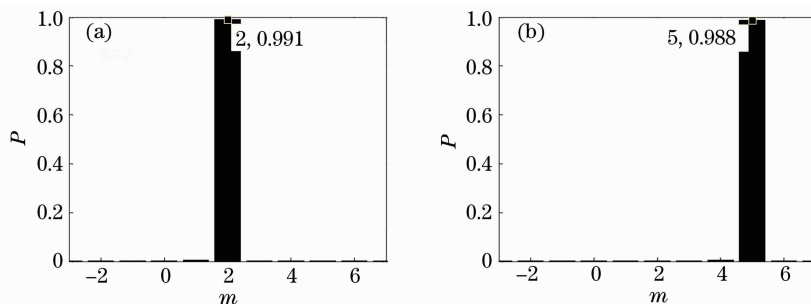


图7 上下行链路时不同发送拓扑荷下接收光束的螺旋谱分布。(a)  $s=2$ ; (b)  $s=5$

Fig. 7 Spiral spectrum distributions of the beams with different topological charges in up-downlink communications path.

(a)  $s=2$ ; (b)  $s=5$

## 4 结 论

主要研究了 LG 光束在中强度湍流大气中的传输特性及通信的信道容量。经过仿真分析得到大气湍流会影响 LG 光束的传输性质,而且拓扑荷和折射率结构函数值越大,影响越大。另外通过仿真也得出上下行链路中 LG 光束受到大气湍流的影响比水平链路受到的影响小。研究成果对光束轨道角动量通信系统的应用具有一定意义。

## 参 考 文 献

- 1 L Allen, M Beijersbergen, R Spreeuw, *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, 45(11): 8185–8189.
- 2 Liu Yongxin, Chen Ziyang, Pu Jixiong. Diffraction characteristics of vortex beams by a fork-shaped grating[J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(3): 0302012.  
刘永欣, 陈子阳, 蒲继雄. 涡旋光束经叉形光栅的衍射特性[J]. *中国激光*, 2011, 38(3): 0302012.
- 3 Liu Xiaoyun, Dai Xuefeng, Shan Liyan, *et al.*. Focusing properties of vortex beam with an axicon [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(2): 022601.  
刘晓云, 代雪峰, 单丽艳, 等. 涡旋光束经过轴棱锥后的聚焦特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(2): 022601.
- 4 Yang Xiancai, Ding Panfeng. Polarization degree of vortex beams diffracted by circular ring and its propagation[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(6): 060501.  
杨先才, 丁攀峰. 圆环衍射效应下涡旋光束的偏振度传输[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(6): 060501.
- 5 F Tamburini, B Thid, G Molina-Terriza, *et al.*. Twisting of light around rotating black holes[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(3): 195–197.
- 6 M Uchida, A Tonomura. Generation of electron beams carrying orbital angular momentum[J]. *Nature*, 2010, 464(7289): 737–739.
- 7 L Marrucci, E Karimi, S Slussarenko, *et al.*. Spin-to-orbital conversion of the angular momentum of light and its classical and quantum applications[J]. *J Opt*, 2011, 13(6): 064001.
- 8 J P Torres, L Torner. Twisted photons[J]. *Nature Physics*, 2007, 3(5): 305–310.
- 9 Li Fang, Jiang Yuesong, Tang Hua, *et al.*. Measuring the azimuthal and radial indexes of Laguerre-Gaussian beams[J]. *Optoelectronics Letters*, 2010, 6(3): 222–225.
- 10 Guo Jianjun, Guo Banghong, Cheng Guangming, *et al.*. Research progress on photon orbital angular momentum in quantum communication applications[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(8): 080003.  
郭建军, 郭邦红, 程广明, 等. 光子轨道角动量在量子通信中应用的研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(8): 080003.
- 11 G Molina-Terriza, J Torres, L Torner. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 88(1): 13601.
- 12 G Gibson, J Courtial, M J Padgett, *et al.*. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Opt Express*, 2004, 12(22): 5448–5456.
- 13 Li Fang, Tang Hua, Jiang Yuesong, *et al.*. Spiral spectrum of Laguerre-Gaussian beams propagating in turbulent atmosphere[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(1): 014204.  
黎芳, 唐华, 江月松, 等. 拉盖尔-高斯光束在湍流大气中的螺旋谱特性[J]. *物理学报*, 2011, 60(1): 014204.
- 14 An Jianmei, Xiao Yunbo. Atmospheric turbulence's effect on the BER of the wireless laser communication[J]. *J Chongqing University of Arts and Sciences*, 2009, 28(3): 20–23.

- 安建梅, 肖云波. 大气湍流对无线激光通信误码率的影响[J]. 重庆文理学院学报(自然科学版), 2009, 28(3): 20—23.
- 15 Zhang Yi-Xin, Cang Ji. Effects of turbulent aberrations on probability distribution of orbital angular momentum for optical communication[J]. Chin Phys Lett, 2009, 26(7): 074220.
- 16 L G Wang, W W Zheng. The effect of atmospheric turbulence on the propagation properties of optical vortices formed by using coherent laser beam arrays[J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2009, 11(6): 065703.
- 17 Chen Feinan, Chen Jingjing, Zhao Qi *et al.*. Properties of high order Bessel Gaussian beam propagation in non-Kolmogorov atmosphere turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(9): 0913001.  
陈斐楠, 陈晶晶, 赵琦, 等. 高阶贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥洛夫大气中的传输特性[J]. 中国激光, 2012, 39(9): 0913001.
- 18 Wu Jian. Theory of Light Transmission in the Atmosphere [M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2005. 140.  
吴健. 大气中的光传输理论[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005. 140.
- 19 Yu Chunfeng, Wang Qian, Yu Shoumiao. Analysis for the atmospheric channel characteristics in wireless optical communication systems[J]. Information Technology, 2010, (6): 191—196.  
于春风, 王倩, 于守淼. 无线光通信系统大气信道特性的分析研究[J]. 信息技术, 2010, (6): 191—196.
- 20 J Anguita, M Neifeld, B Vasic. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link[J]. Appl Opt, 2008, 47(13): 2414—2429.
- 21 L Torner, J Torres, S Carrasco. Digital spiral imaging[J]. Opt Express, 2005, 13(3): 873—881.
- 22 L Andrews. An analytical model for the refractive index power spectrum and its application to optical scintillations in the atmosphere[J]. J Mod Opt, 1992, 39(9): 1849—1853.