

单孤子在深聚焦系统中焦平面上的强度分布

柳青 覃亚丽 李伽 李如春

(浙江工业大学信息工程学院 光纤通信与信息工程研究所, 浙江 杭州 310023)

摘要 研究了单孤子在深聚焦系统中焦平面上的强度分布。该孤子是微分非线性薛定谔方程(DNLSE)非零边界条件的解。分析了不同孤子参数和深聚焦系统不同数值孔径的条件下亮、暗孤子的聚焦特性。仿真结果表明,暗孤子的聚焦特性随孤子参数具有周期性,亮孤子比暗孤子具有更好的聚焦性,单孤子的聚焦点随孤子参数会发生位移,这种聚焦后的位移特性为光路控制提供了可能。

关键词 成像系统; 光孤子; 数值孔径; 深聚焦; 光路控制

中图分类号 TN241 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.061101

Intensity Distribution of Single Soliton at Focal Plane in Tight Focusing System

Liu Qing Qin Yali Li Jia Li Ruchun

(Institute of Fiber Communication and Information Engineering, College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310023, China)

Abstract We studied the intensity distribution of single soliton at the focal plane in tight focusing system. The soliton is an analytical solution of differential nonlinear Schrödinger equation (DNLSE) with non-vanishing boundary condition. Bright and dark solitons are considered for different soliton parameters and different numerical apertures of the tight focusing system. The simulation result shows that the focusing property of dark soliton has a good periodicity with the soliton parameter, the bright soliton has a better focusing property than the dark soliton, and the focal spot of the soliton will shift by changing the soliton parameter, which provides a possible application in optical guiding.

Key words imaging systems; optical soliton; numerical aperture; tight focusing; optical guiding

OCIS codes 110.2990; 050.1960; 140.3300

1 引言

光束的深聚焦实际是指光束经过高数值孔径(NA)透镜之后的聚焦。光束经高数值孔径透镜的聚焦特性被许多研究者所关注^[1,2]。自 Richards 和 Wolf 提出采用矢量衍射积分公式对激光光束经过高数值孔径透镜的聚焦进行研究以后,已有不少学者对各类光束的深聚焦特性做了大量的研究^[3~5]。研究表明,由于光束经高数值孔径透镜的聚焦后能得到较小的光斑,因此这种聚焦可以广泛应用于平版印刷术、光数据存储、粒子束囚禁及光数据处理等方面^[6~12]。自从 2000 年,Youngworth 等^[13]研究了径向偏振和角向偏振光束经过高数值孔径透镜聚焦的聚焦特性后,近年来,许多学者都已对径向偏振和角向偏振光束的产生和应用做了大量研究^[14~16]。事实上,在高数值孔径下光波的电场性质在应用中是非常重要的,有许多学者对此做过研究^[17~19]。在光学系统中,聚焦平面的强度分布是非常重要的性质^[13,20~22],因此,涡旋光束的聚焦性质也成为部分学者研究的目标^[23~25]。孤子是光束传播过程中的一种特殊形式。当介质的非线性引起的光束自聚

收稿日期: 2013-01-05; **收到修改稿日期**: 2013-02-04; **网络出版日期**: 2013-05-28

基金项目: 国家自然科学基金(60978010,61275124,61205121)和浙江省教育厅自然科学基金(Y201225146)资助课题。

作者简介: 柳青(1988—),男,硕士研究生,主要从事光通信与非线性光学等方面的研究。E-mail: 806590677@qq.com

导师简介: 覃亚丽(1963—),女,博士,教授,主要从事光通信与非线性光学等方面的研究。

E-mail: ylqin@zjut.edu.cn(通信联系人)

焦效应和衍射效应相平衡时,激光束的横向尺寸(微米量级)不再随传播距离而变化,非线性介质中这种自限的光束便是空间光孤子;除此以外还有时间光孤子和时空光孤子。光孤子在光通信领域中有巨大的应用价值。因此,本文对于孤子经过高数值孔径透镜聚焦后的深聚焦特性进行研究。基于矢量衍射理论,分析仿真了单一孤子^[26]经过高数值孔径透镜聚焦后在焦平面的聚焦强度分布,讨论了孤子参量的不同以及深聚焦系统数值孔径的不同对该孤子聚焦的影响。

2 理论模型

根据矢量衍射理论,当一束沿 x 轴偏振的单色光被高数值孔径透镜聚焦时,聚焦域的电场表达式为^[19]

$$E(\rho, \psi, z) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^a ST d\theta d\varphi, \quad (1)$$

其中深聚焦系统的传输方程 T 由下式给出:

$$T(\rho, \psi, z, \theta, \varphi) = \{ [\cos \theta + \sin^2 \varphi (1 - \cos \theta)] \mathbf{x} + \cos \varphi \sin \varphi (\cos \theta - 1) \mathbf{y} + \cos \varphi \sin \theta \mathbf{z} \} \times \exp[-ik\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi)] \times \exp(-ikz \cos \theta) \sin \theta, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ 分别是沿 x, y, z 方向的单位矢量, ρ, ψ, z 是观察点的柱坐标, θ 是会聚角, $a = \arcsin NA$ 是由数值孔径决定的最大角度(假设该光学系统处于自由空间中)。

在极坐标下,具有非零边界条件的微分非线性薛定谔方程的单孤子解的表达式为^[26]

$$S(\theta, \varphi) = \alpha \frac{AB}{B^2}, \quad (3)$$

式中

$$A = 1 - i\chi \exp(-i3\beta) \exp(-\eta), \quad (4)$$

$$B = 1 - i\chi \exp(i\beta) \exp(-\eta), \quad (5)$$

$$\eta = \alpha^2 \sin(2\beta)x, \quad (6)$$

其中 $x = \sin \theta NA^{-1} r_p \cos \varphi$, β 是孤子参数, r_p 是光学孔径半径, 设定 $r_p = 1$, 因此 x 可以写成 $x = \sin \theta NA \cos \varphi$, α 是当 $x \rightarrow \infty$ 时的边界条件。当 $\chi = -1$ 时, 该孤子为亮孤子, 而当 $\chi = 1$ 时, 该孤子为暗孤子。将(2)式和(3)式代入(1)式后, 就可以得到沿 x 轴偏振的光波在焦平面的电场分布。用类似的方法, 也可以得到沿 y 轴偏振的光波在焦平面的电场分布。最后, 单孤子通过高数值孔径聚焦的总能量分布函数就可以写成如下形式:

$$I(\rho, \psi, z) = E(\rho, \psi, z) E^*(\rho, \psi, z). \quad (7)$$

在光孤子通信系统中, 孤子需要在不同传输介质(如光纤与光纤、光纤与波导)之间耦合, 为提高耦合效率, 通常会插入光学系统, 而深聚焦系统由于其聚焦的点很小, 可用于光孤子通信系统中的耦合, 故此本文讨论孤子通过深聚焦系统的性质。而深聚焦系统本身很薄, 认为孤子通过深聚焦系统时仍保持孤子不变。通过(7)式, 可以计算出单孤子在焦平面内的强度分布。计算所使用的光学系统如图 1 所示, (2)式即为深聚焦系统的传输方程, 通过把光孤子输入函数 S , 即(3)式与系统传输方程相乘, 即可得到该系统的输出函数。

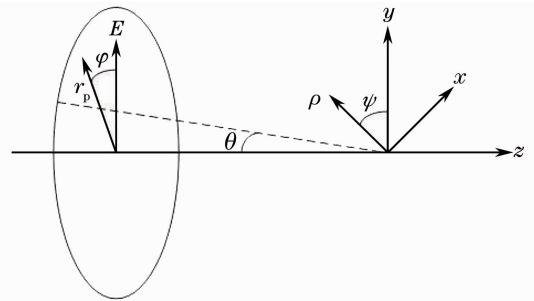


图 1 深聚焦系统

Fig. 1 Scheme of tight focusing system

3 仿真结果

图 2 是低数值孔径下的暗孤子在取不同孤子参数 β 情况下的聚焦场的强度分布, 其中 $\chi = 1, NA = 0.3$ 。我们发现, 聚焦模式有一些环状结构, 并且在中心区域有一个强度为 0.02 的峰值, 该峰值位于横坐标 $x = 15$ 的位置上, 如图 2(a) 所示。随着 β 的增加, 在环状结构上也出现强度峰值, 而中心区域的峰值位移偏离程度

更大,达到了横坐标 $x=20$,如图 2(b)所示。当 $\beta=\pi/6$ 时,环状结构出现了分裂,同时产生了许多峰值,如图 2(c)所示。然而,当 $\beta=\pi/3$ 时,聚焦模又恢复到具有一个中心峰值的环状结构,如图 2(d)所示,表明该聚焦模式随孤子参数 β 呈周期性变化。

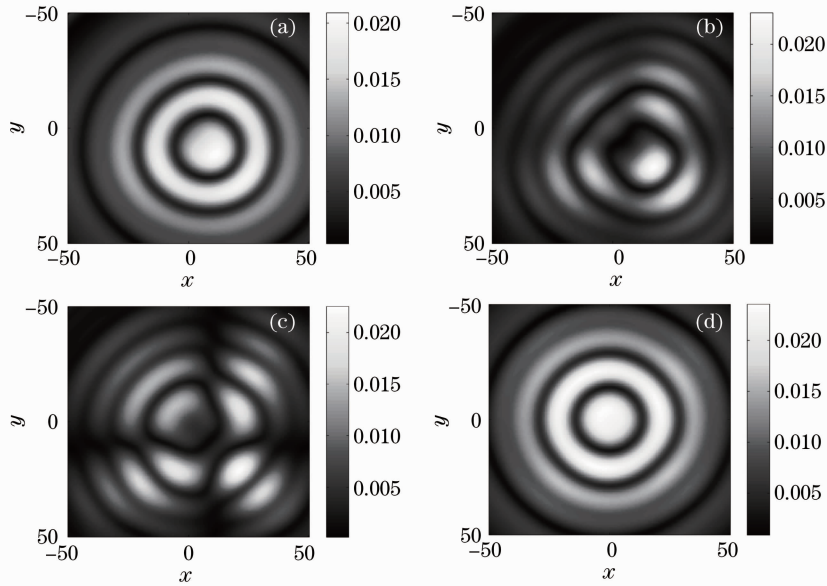


图 2 暗孤子在不同孤子参数 β 下的强度分布 ($\chi=1$, $NA=0.3$)。 (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

Fig. 2 Intensity distributions of dark soliton with different soliton parameter β of the total field at focus

for $\chi=1$, $NA=0.3$. (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

同时研究了同样条件下的亮孤子的聚焦模式。如图 3(a)所示,在孤子参数较低时,聚焦模式也具有环状结构,然而强度峰值是处于纵坐标 $y=-10$ 的位置。随着孤子参数的增加,聚焦模的峰值中心逐渐向负方向偏移,环状结构也出现分裂并且具有多个强度峰值,这一点和暗孤子时的情形相似,然而亮孤子具有更高的强度,如图 3(a)~(c)所示。但是当 $\beta=\pi/3$ 时,与暗孤子不同,聚焦模式继续分裂而没有周期性恢复的现象,如图 3(d)所示,此时亮孤子的强度峰值比暗孤子要高 4 倍。

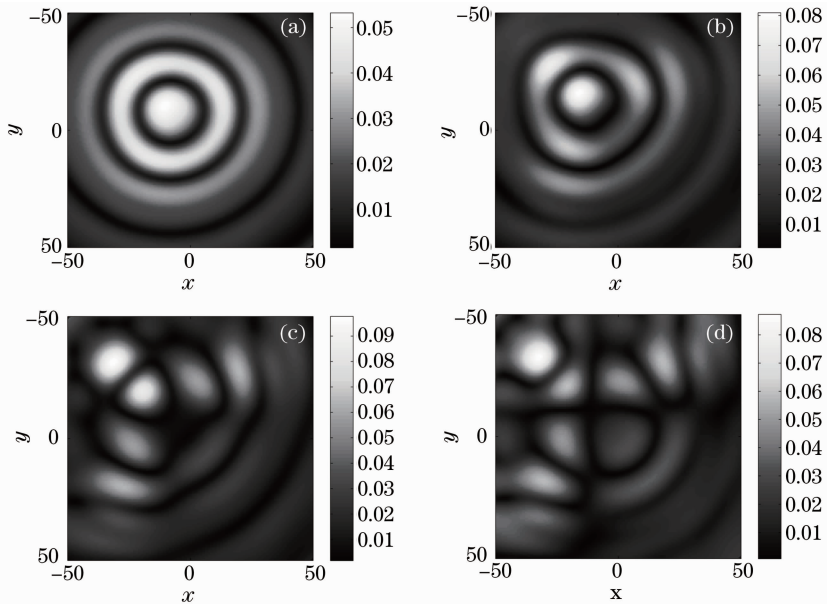


图 3 亮孤子在不同孤子参数 β 下的强度分布 ($\chi=-1$, $NA=0.3$)。 (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

Fig. 3 Intensity distributions of bright soliton with different soliton parameter β of the total field at focus

for $\chi=-1$, $NA=0.3$. (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

我们研究了孤子在深聚焦系统的不同数值孔径下的性质,图4给出了在 $NA=0.6$ 的条件下对不同孤子参数的暗孤子的分析。和图2类似,聚焦模式也是一个由环形结构包围的具有一个中心峰值的结构,但是中心部分要小得多,并且在图2中,环状结构的半径尺度在40,而在图4中仅为20,说明聚焦点变小了很多。随着 β 的增加,聚焦模也随之分裂,如图4(a)~(c)所示。而图4(d)中,聚焦模式恢复到具有中心峰值的环状结构,与图2不同,图4(a)~(c)的峰值强度略有降低,但是图4(d)的峰值却有提升。

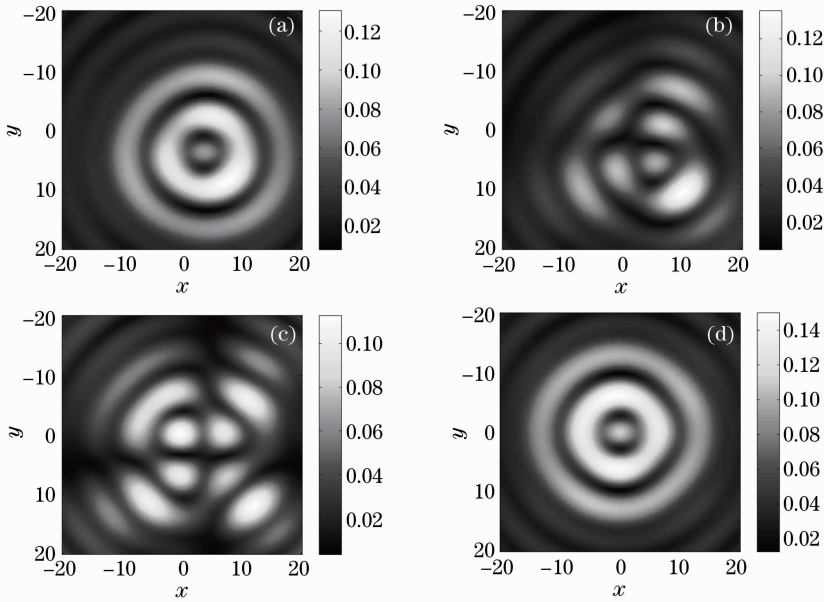


图4 暗孤子在不同孤子参数 β 下的强度分布($\chi=1$, $NA=0.6$)。(a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

Fig. 4 Intensity distributions of dark soliton with different soliton parameter β of the total field at focus

for $\chi=1$, $NA=0.6$. (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

图5是在高数值孔径下($NA=0.95$)暗孤子的聚焦模式。该强度分布与图2和图4类似。由于经过高 NA 聚焦,聚焦域的尺度变得更小,而环状结构也复杂得多,在两个环之间出现了聚焦条纹。随着 β 的增加,孤子的变化趋势也更为复杂,在每一个环状结构以及中心区域上都有一些强度峰值,但是与之前的分裂过程

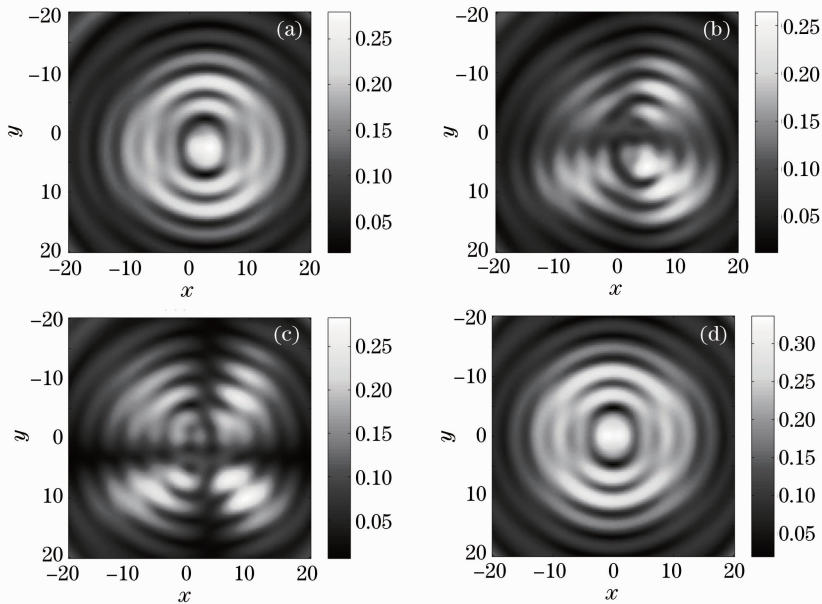


图5 暗孤子在不同孤子参数 β 下的强度分布($\chi=1$, $NA=0.95$)。(a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

Fig. 5 Intensity distributions of dark soliton with different soliton parameter β of the total field at focus

for $\chi=1$, $NA=0.95$. (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

又不完全相同。当 $\beta=\pi/3$ 时,如图 5(d)所示,聚焦域的形状又恢复成环形,这表明该聚焦模式具有周期性。此外,最大强度比之前要高,也说明在高数值孔径下具有更好的聚焦性质。

比较图 2 和图 3 可知,亮孤子和暗孤子的聚焦性质并不相同。为了更好地说明它们之间的差异,研究了在高数值孔径($NA=0.95$)下亮孤子的聚焦性质,如图 6 所示。把图 5 和图 6 做比较,可以发现,当 $\beta=\pi/24$ 时,强度分布是对称的,对称轴为 $y=x$,这个现象在图 2 和图 3 中也出现过。但是在图 6 中,强度峰值远大于图 5,表明亮孤子具有更好的聚焦特性。随着 β 的增加,亮孤子的聚焦模式与图 3 中类似,并且没有出现同暗孤子类似的周期性。

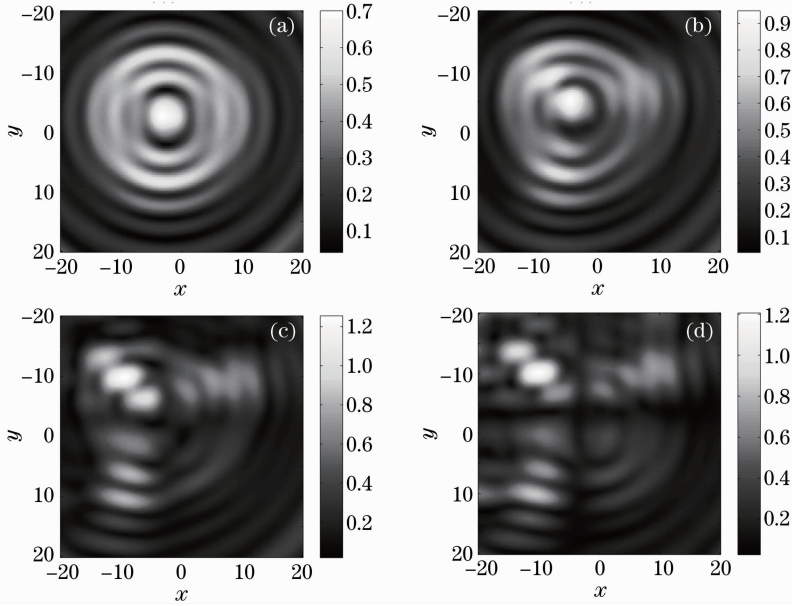


图 6 亮孤子在不同孤子参数 β 下的强度分布($\chi=-1, NA=0.95$)。 (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

Fig. 6 Intensity distributions of bright soliton with different soliton parameter β of the total field at focus

for $\chi=-1, NA=0.95$. (a) $\beta=\pi/24$; (b) $\beta=\pi/12$; (c) $\beta=\pi/6$; (d) $\beta=\pi/3$

同样地,研究了不同 NA 下的聚焦性质。图 7 展示了在 $\beta=\pi/8$ 时亮孤子的聚焦模。图 7(a)中 NA 取

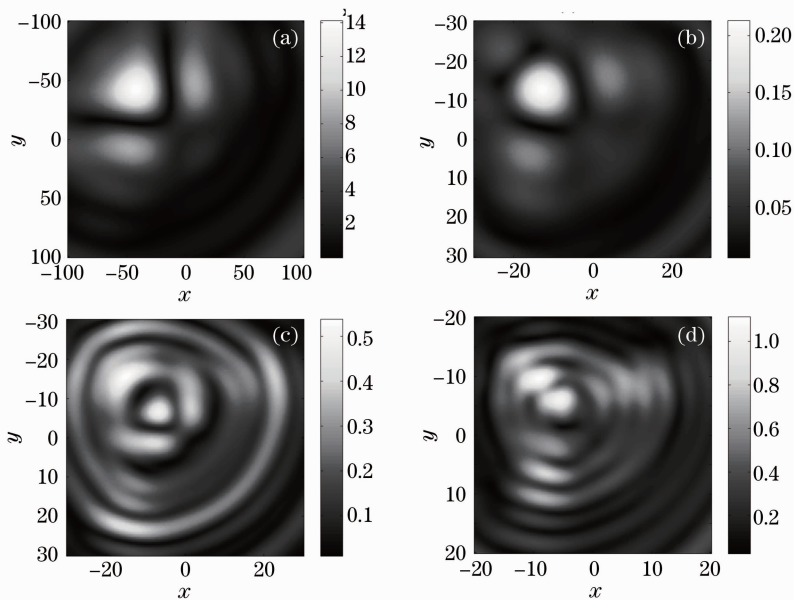


图 7 亮孤子在不同数值孔径下的强度分布($\chi=-1, \beta=\pi/8$)。 (a) $NA=0.1$; (b) $NA=0.4$; (c) $NA=0.7$; (d) $NA=0.95$

Fig. 7 Intensity distributions of bright soliton with different NA of the total field at focus for $\chi=-1, \beta=\pi/8$.

(a) $NA=0.1$; (b) $NA=0.4$; (c) $NA=0.7$; (d) $NA=0.95$

值相当小,在横坐标 -50 处似乎有一个圆形的强度峰值,此时的强度峰值只有 0.014 ,说明此时孤子几乎没有被聚焦。当 $NA=0.4$ 时,强度峰值增加到 0.2 ,此时孤子被轻微聚焦,在横坐标 -15 处有一个中心峰值,在其周围有两个较弱的峰值。当 NA 增加到 0.7 时,强度峰值增加到 0.5 ,而中心峰值点也向正方向位移至横坐标 -8 处。而当 NA 很高时,例如 $NA=0.95$,如图7(d)所示,聚焦模式分裂成若干个小型环状结构并且各自具有一定的峰值,与预期的相同,但是最高强度达到了 1 。

4 结 论

研究了单孤子在深聚焦系统中焦平面上的强度分布性质。结果显示:聚焦模式可以随孤子参数和深聚焦系统的数值孔径的不同而被调制。数值分析结果表明,在深聚焦后,聚焦模式会出现一些奇异的变化。同时,在焦平面上的光的聚焦模式的改变非常依赖于数值孔径的大小。此外,通过数值仿真结果图具体比较了亮暗孤子在聚焦性质上的不同之处。

参 考 文 献

- Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401~405
张志明, 蒲继雄, 王喜庆. 圆柱偏振贝塞尔-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 401~405
- V. V. Kotlyar, A. A. Almazov, S. N. Khonina *et al.*. Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**(5): 849~861
- M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Singular Optics. In Progress in Optics [M]. E. Wolf (ed.). Amsterdam: Elsevier, 2001, **42**: 219~276
- Z. Zhang, J. Pu, X. Wang. Focusing of partially coherent Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(1): 49~51
- K. Lindfors, T. Setälä, M. Kaivola *et al.*. Degree of polarization in tightly focused optical fields[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**(3): 561~568
- Chen Baosuan, Zhang Zhiming, Pu Jixiong. Tight focusing of partially coherent and circularly polarized vortex beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(4): 862~869
- T. Grosjean, D. Courjon. Smallest focal spots[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **272**(2): 314~319
- Qiwen Zhan, J. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7): 324~331
- G. M. Lerman, U. Levy. Tight focusing of spatially variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(15): 2194~2196
- H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- Liu Fei, Li Yanqiu. Design of high numerical aperture projection objective for industrial extreme ultraviolet lithography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(2): 0222003
刘 菲, 李艳秋. 大数值孔径产业化极紫外投影光刻物镜设计[J]. *光学学报*, 2011, **31**(2): 0222003
- Zhou Yuan, Li Yanqiu, Liu Guangcan. Study on pellicle optimization and polarization aberration induced by pellicle in hyper numerical aperture lithography[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(4): 0407001
周 远, 李艳秋, 刘光灿. 超大数值孔径光刻中掩模保护膜优化及偏振像差研究[J]. *中国激光*, 2011, **38**(4): 0407001
- K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- G. Ciattoni, A. Ciattoni, C. Sapia. Radially and azimuthally polarized vortices in uniaxial crystals[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **202**(1): 33~40
- Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Tight focusing of radially and azimuthally polarized vortex beams through a uniaxial birefringent crystal[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(12): 1963~1967
- Yaoju Zhang, Xun Xu, Y. Okuno. Theoretical study of optical recording with a solid immersion lens illuminated by focused double-ring-shape radially polarized beam[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(23): 4481~4485
- L. Ciocci, R. M. Echarri, J. M. Simon. Diffraction in high numerical aperture systems: polarization effects[J]. *J. Opt.*, 2010, **12**(1): 015408
- W. Gao. Effects of different correlations of partially coherent electromagnetic beam on three-dimensional spectral intensity distribution in the focal region[J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(23): 4572~4581
- Xiumin Gao, Qi Wang, Qiufang Zhan *et al.*. Focal patterns of higher order hyperbolic-cosine-Gaussian beam with one optical vortex[J]. *Opt. Quant. Electron.*, 2011, **42**(6-7): 367~380
- Zhehai Zhou, Qiaofeng Tan, Guofan Jin. Focusing of high polarization order axially-symmetric polarized beams[J]. *Chin.*

Opt. Lett. , 2009, **7**(10): 938~940

- 21 Xiumin Gao, JianWang, Haitao Gu *et al.*. Focusing of hyperbolic-cosine-Gaussian beam with a non-spiral vortex[J]. *Optik* , 2009, **120**(5): 201~206
- 22 K. R. Chen. Focusing of light beyond the diffraction limit of half the wavelength[J]. *Opt. Lett.* , 2010, **35**(22): 3763~3765
- 23 Fang Guijuan, Tian Bo, Pu Jixiong. Focusing properties of the double-vortex beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Opt. Laser Technol.* , 2011, **44**(2): 441~445
- 24 Guo Lina, Tang Zhilie, Liang Chongqing *et al.*. Intensity and spatial correlation properties of tightly focused partially coherent radially polarized vortex beams[J]. *Opt. Laser Technol.* , 2010, **43**(4): 895~898
- 25 K. Jahn, N. Bokor. Intensity control of the focal spot by vectorial beam shaping[J]. *Opt. Commun.* , 2010, **293**(24): 4859~4865
- 26 Xiang-Jun Chen, Hui-Li Wang, Wa Kun Lam. Two-soliton solution for the derivative nonlinear Schrödinger equation with nonvanishing boundary conditions[J]. *Phys. Lett. A* , 2006, **353**(2-3): 185~189