

光镊对双层介质球作用力分析

周业鹏 任洪亮 王娟

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要 通过模拟单光线在双层介质球各界面上的反射和折射,分析了单光线对介质球施加的作用力,进而计算了整个高斯型激光束对小球施加的作用力。计算双层球的内层折射率分别为 1.0 和 1.9 时的捕获力,分析小球内层的半径和折射率对光镊捕获力的影响。计算结果表明,不同内径和折射率对捕获力的影响显著。当内层折射率小于外层折射率时,光镊捕获的稳定性得到提高,但是捕获的空间范围被压缩;而当内层折射率大于外层折射率时,光镊的捕获性能降低。双层球捕获力的分析结论为该类小球用做光手柄提供了可靠的理论依据。

关键词 几何光学;光镊;双层球;捕获力

中图分类号 TN249 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP50.060801

Analysis of Force Exerting on Double-Layer Dielectric Sphere by Optical Tweezers

Zhou Yepeng Ren Hongliang Wang Juan

(Department of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

Abstract By simulating the reflection and refraction of single-ray at each interface of double-layer dielectric sphere, the force exerting on the dielectric sphere by a single ray is analyzed, and the force exerting on the sphere by the total Gaussian laser beam is calculated. The axial force is calculated when the refractive index of inner layer of double-layer sphere is 1.0 and 1.9, respectively, and then the influence of the refractive index of inner layer on optical tweezers trapping force is analyzed. As shown by the calculation results, the influence of different refractive indices and radii of inner layer on trapping force is notable. As the refractive index of inner layer is smaller than that of the outer layer, the stability of optical trapping is improved, but the spatial scale of trapping is reduced. And the performance of optical trapping is reduced as the refractive index of inner layer is larger than that of the outer layer. Analysis conclusion of the force trapping double-layer sphere provides reliable theoretical basis for this kind of sphere used as an optical handle.

Key words geometric optics; optical tweezer; double-layer sphere; trapping force

OCIS codes 080.2710; 350.0350; 350.4855

1 引言

1986年, Ashkin等^[1]发现了单光束对微粒的捕获效应,并称之为单光束梯度力光阱。由于光镊本身的特点——非机械接触性、光的无形性和穿透性,及光镊所适用的粒子尺寸范围正好是大多数动植物细胞和细胞器的尺寸范围,因此光镊及其改进产品在生物医学领域发挥着巨大的作用,成为了一种强有力的研究工具^[2]。在生命科学的研究中,光镊不仅用来夹持和操纵粒子,同时可作为粒子间微小作用力的传感器,这对于研究生物组织之间的相互联系及作用过程是十分有益的。为此,有必要分析光镊对粒子的作用力。Roosen等^[3]提出了一套几何光学模型来计算光学悬浮时的光压;在此基础上, Ashkin等^[4]利用几何光学模型计算强聚焦激光捕获粒子时产生的梯度力和散射力。他们的理论均假定粒子具有统一的折射率,然而,事

收稿日期: 2013-01-04; 收到修改稿日期: 2013-01-31; 网络出版日期: 2013-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(61178015)和福建省自然科学基金(2012J05120)资助课题。

作者简介: 周业鹏(1989—),男,硕士研究生,主要从事光镊建设和应用方面的研究。E-mail: 394757649@qq.com

导师简介: 任洪亮(1980—),男,博士,讲师,主要从事光镊建设和应用、激光光束变换及应用等方面的研究。

E-mail: renhongliang@hqu.edu.cn(通信联系人)

实上生物学领域所研究的样品大多具有复杂的内部结构,如动植物细胞便有细胞膜、细胞质、细胞核等结构。姚新程等^[5]利用几何光学模型计算了双层球形粒子的作用力,Chang 等^[6]给出了多层球形粒子的受力分析,本文利用其对双层球的光线追迹方法,并进行适当修改,分析了捕获力随小球折射率的变化。张艳峰等^[7]在前人的基础上,从几何光学角度分析了高斯光束对双层球形粒子的作用。分析具有轴向位移小球的捕获力对光镊应用也有重要的意义^[8,9],李东华等^[10]分析了初级球差对光镊轴向捕获力的影响。小球折射率对光镊的刚度也有很大的影响^[11]。本文在考虑球差影响的前提下,利用几何光学模型计算光强分布为高斯型的光束对双层球形粒子的轴向捕获力,分析折射率和小球结构的变化对光镊捕获效果的影响。

2 理论分析

由于自然界中存在的细胞其尺寸通常在 $1\sim 100\mu\text{m}$ 之间,其中大多数动植物细胞直径在 $20\sim 30\mu\text{m}$ 之间,大于光镊系统常用的光源波长,因此几何光学模型在本文的计算中是合适的。另外,一般的动物、植物、真菌、黏菌及藻类均属于真核细胞,这类细胞的典型特征便是带有一个细胞核。对于这类细胞,为了分析其在被捕获时的受力情况,可以将其理想化成具有双层结构的均匀小球。周围介质的折射率为 n_1 ,小球外层折射率和内层折射率分别为 n_2 和 n_3 ,外径为 R ,内径为 r 。

分析任意一条光线照射到悬浮于介质(折射率为 n_1)中的小球及发生一系列反射及折射的情况。当光线的入射角 $\theta_1 > \arcsin[(n_2/n_1)(r/R)]$ 时,光线在经过介质与小球外层界面的反射折射后,将不会照射到内层小球的,如图 1(a)所示。考虑到小球外层的均匀性,这条光线始终在小球外层反射,直到其能量全部透射出去。这种情况与 Ashkin 的分析相同,可以直接参考其计算公式^[4]:

$$F_Y = \frac{n_1 P}{c} \left\{ R \sin 2\theta - \frac{T^2 [\sin(2\theta - 2r) + R \sin 2\theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\}, \quad (1)$$

$$F_Z = \frac{n_1 P}{c} \left\{ 1 + R \cos 2\theta - \frac{T^2 [\cos(2\theta - 2r) + R \cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\}. \quad (2)$$

当入射角 $\theta_1 < \arcsin[(n_2/n_1)(r/R)]$ 时,光线在透过周围介质与小球外层后,将照射到小球内层上,如图 1(b)所示。光线在每个界面上都发生反射和折射,文献[5]中按照光线与不同界面相交的节点进行分类,本文对其进行改进,根据光线入射界面和出射界面这两个属性来进行分类,这样整个光线的追迹过程更加清晰。将从外部照射到界面 α (即周围介质与小球外层的交界面,下同)的光线归为 A 类;将从界面 α 照射到界面 β (即小球外层与内层的交界面,下同)的光线归为 B 类;将从界面 β 照射到界面 α 的光线归为 C 类;将从界面 β 照射到界面 β 的光线归为 D 类;将从界面 α 出射的光线归为 E 类。这样小球内部的所有光线均已归类完毕。

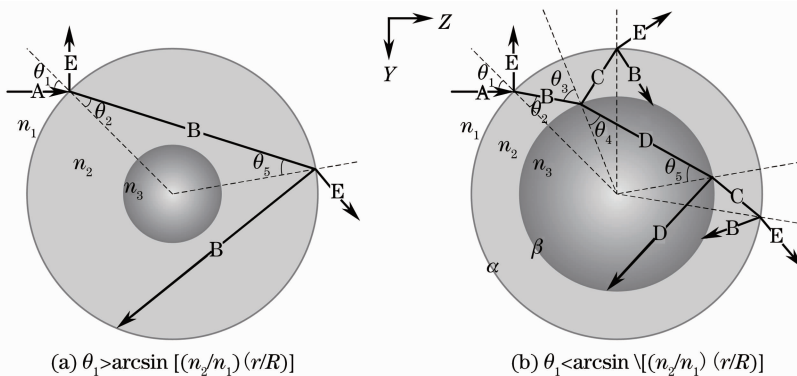


图 1 单条光线照射到小球的光线追迹

Fig. 1 Ray tracing for a single ray illuminated into a sphere

追踪图 1(b)中的每条光线,模拟光线在小球内部发生的反射和折射,建立如图 2 所示的树形结构衍生关系。然后根据母光线的相对光功率和相对坐标轴的夹角,计算每条新生成的子光线与坐标轴的夹角 θ_n 及其相对光功率 P_n (相对于入射光功率),这些子光线又可以作为母光线产生新的子光线。由于本文不考虑粒子对光功率的吸收,因此图 2 这样的衍生关系将一直持续下去,直到所有能量从粒子表面透射出去。实际操

作中,以 E 类光线的相对光功率之和与 A 类光线的相对光功率之和的差小于 10^{-6} 作为对光线跟踪结束的标志。当小球内层折射率大于外层折射率,且光线入射角 $\theta_1 > \arcsin[(n_2/n_1)(r/R)]$ 时,会在界面 β 上发生全反射,如图 3 所示。针对这种情况,只需将衍生关系中的 D 类光线去掉即可。

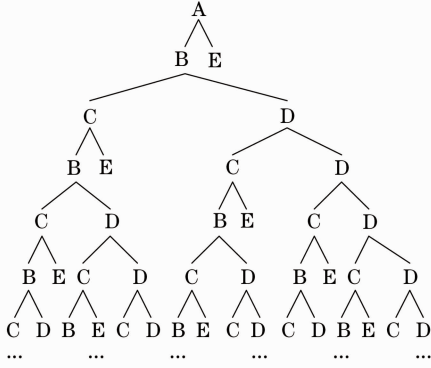


图 2 五类光线衍生关系

Fig. 2 Derivative relationship among five different kinds of rays

在所有的五类光线中, B 类、C 类和 D 类光线均是在小球内部传播,不直接参与光镊捕获力的产生,因此在计算时,只需考虑 A 类光线和 E 类光线的关系。在图 1 中的 Y 轴方向上,由于入射光功率为零,因此 Y 轴方向上动量的变化为

$$\Delta P_Y = - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \sin \theta_n, \quad (3)$$

在 Z 轴上的原入射光功率为 1, 则其动量的变化为

$$\Delta P_Z = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos \theta_n. \quad (4)$$

将(3)~(4)式代入

$$F = \frac{n_1}{c} \Delta P, \quad (5)$$

可得光线对小球作用力的 Y 轴分量和 Z 轴分量,即梯度力分量 F_g 和散射力分量 F_s 。

分析了单条光线的作用力后,要计算整束光对小球的作用力,只需对照射到小球的光线进行积分。本文计算所采用的光源,其光强具有高斯分布,考虑到光束经过油浸物镜聚焦后折射率不匹配而产生的球差,所以计算所参照的坐标轴原点并不是实际光线聚焦的焦点 P,而是无球差时的光束理想焦点 O,如图 4 所示。实际光线的焦点 P 会随着光线在物镜上出射位置的不同而与原点 O 的距离不同,这样就会存在一部分光线无法照射到小球而对光镊捕获力产生影响。

3 数值计算

模拟计算光镊捕获力,取数值孔径为 1.35 的油浸物镜,光源为具有高斯形强度分布的圆偏振光。小球外层的半径为 $10 \mu\text{m}$,用 r/R 代表小球内径 r 与外径 R 的比值, r/R 变化则表示内层小球大小的变化。将小球置于折射率为 1.33 的水溶液中,小球外层折射率 1.6,内层折射率为 1.9(实心球)或 1.0(空心球)。由于光束强度分布及小球的几何形状均具有对称性,因此在小球位于 Z 轴上的时候,其横向(图 4 中 X 轴所指的方向)上的受力相互抵消,仅需考虑小球受到的轴向(图 4 中 Z 轴所指的方向)力。在本文的计算中,用无量纲捕获

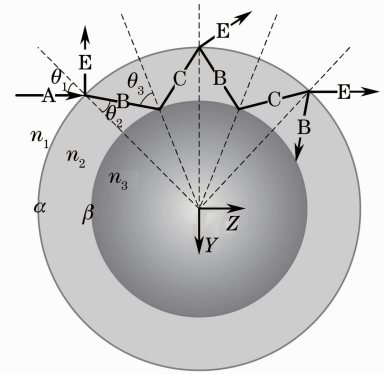


图 3 光线在小球内层的全反射

Fig. 3 Total reflection of ray on the inner layer of sphere

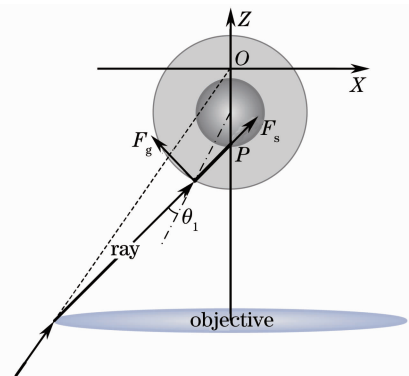


图 4 聚焦的光线照射到小球的示意图

Fig. 4 Schematic of focused ray illuminated on the sphere

效率因子 Q 来表征光镊的捕获力。

分别对内外径比 r/R 在 $0 \sim 0.7$ 之间的空心球和实心球捕获效率进行计算,其结果如图 5 所示。图 5(a)是实心球,即小球内层折射率大于外层折射率时($n_3 > n_2$)光镊产生的捕获力曲线;图 5(b)是空心球,即小球内层折射率小于外层折射率时($n_3 < n_2$)光镊产生的捕获力曲线,其横坐标均为小球在 Z 轴上的位置。从图中可知,当小球内径相对于外径较小时,实心球和空心球的捕获力差异不大,这说明内径较小时,能照射到内层的光线有限,整个小球的捕获力主要由光线在外层界面上的反射、折射产生。随着小球内径不断增大,曲线出现明显的变化,在曲线正峰值和负峰值之间分别出现了极大值和极小值。对于图 5(a),随着内径的增大,其极大值逐渐增加,使得负峰值逐渐削弱,当 $r/R=0.5$ 时,负峰值已完全消失,并被新产生的极小值取代成为新的负峰值,此时反向拉力已经消失,已无法捕获小球。对于图 5(b),出现的极小值逐渐减小,正峰值逐渐减小,当 $r/R=0.7$ 时,正峰值已经接近于 0。两种小球出现极值的位置随着内径的增大分别向两个方向移动,实心球的极值逐渐向 Z 轴正方向靠近,空心球的极值逐渐向 Z 轴的负方向靠近。

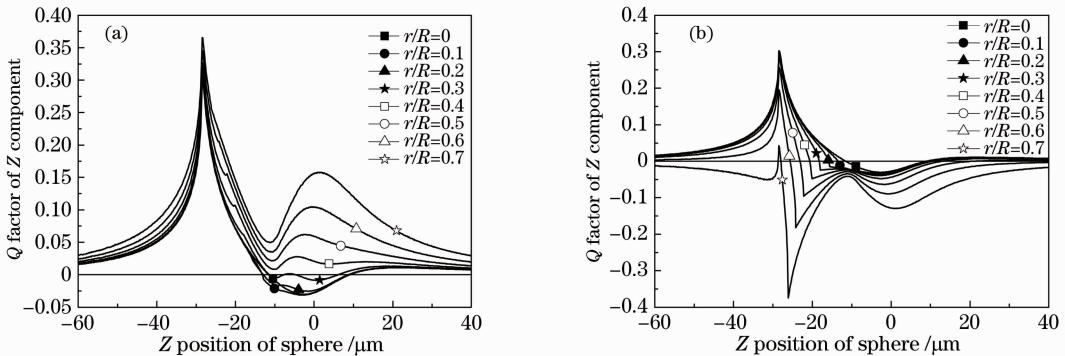


图 5 (a) 实心双层球和(b) 空心双层球轴向捕获效率因子曲线

Fig. 5 (a) Curves of axial trapping efficiency for (a) solid double-layer sphere and (b) hollow double-layer sphere

考虑极限情况下,内外层半径比 r/R 为 0 或者 1 时,也就是双层结构消失后小球捕获力分布情况,如图 6 所示。图 6(a)为小球折射率不同时捕获力曲线,综合光阱刚度和最大反向捕获力,可以看到当 $n=1.6$ 时光镊捕获效果最佳,而折射率过小则捕获效果不稳定,折射率过大则不能捕获。图 6(b)中标出了光镊捕获折射率为 1.6 的小球,并指出其稳定平衡点(大约位于 $Z=-4.9 \mu\text{m}$ 的位置)和最大的反向捕获效率 Q (约为 -0.05 ,其中负号表示力的方向与 Z 轴正方向相反)。

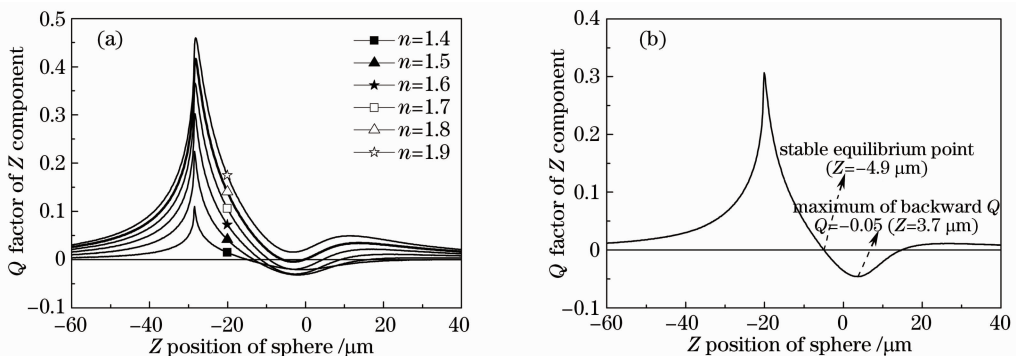


图 6 单层球的轴向捕获效率曲线

Fig. 6 Curves of axial trapping efficiency for single-layer sphere

分别比较两种小球不同内径时的最大反向捕获效率因子 Q 和稳定平衡点位置,如图 7 所示。其中图 7(a)为内径不同时,其最大反向捕获效率因子 Q (即图 5 中的负峰值);图 7(b)为内径不同时,其稳定平衡点(即图中的零点)所处的位置,图中的横坐标均为内外径的比值 r/R 。从图 7(a)可见,随着小球内径的逐渐增大,空心球的最大反向捕获效率因子 Q 向 Z 轴负方向移动,实心球的最大反向捕获效率因子 Q 向 Z 轴正方向移动,当 $r/R=0.5$ 时成为正值。这表示了内径的增大使得空心球最大反向捕获效率因子 Q 逐渐增加,而实心球的最大反向捕获效率因子却逐渐减小,在 $r/R=0.5$ 以后,反向捕获效率因子消失。从图 7(b)中可见,

随着内径的增加,空心球的稳定平衡点位置向 Z 轴负方向移动,实心球的稳定平衡点位置向 Z 轴正方向移动,并在 $r/R=0.4$ 时取到正值。结合图 6 可以看出,空心球的稳定平衡点的移动使其附近的曲线斜率明显增加,而实心球在 $r/R>0.5$ 之后就不再出现稳定平衡点。

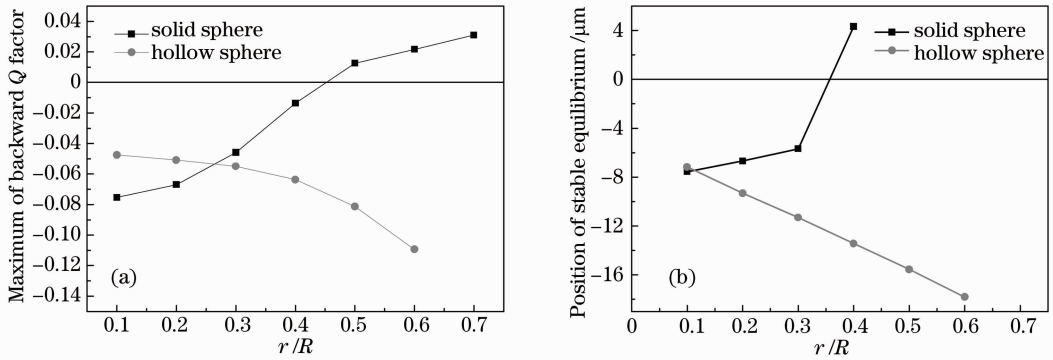


图 7 (a) 不同内径小球的反向捕获效率; (b) 不同内径小球的稳定平衡点

Fig. 7 (a) Maximum of backward trapping efficiency and (b) stable equilibrium point for the spheres with different inner layer radii

考虑双层球内外层折射率变化时的捕获力分布情况,如图 8 所示。其中,图 8(a)、(b)为小球内外层半径比分别取 0.2 和 0.5,外层折射率为 1.6,内层折射率分别取 1.0、1.3、1.6、1.9 时的捕获力曲线。从图中可知,当内层半径较小时,内层折射率的变化对光镊捕获效果的影响不明显;而内层半径较大时,内层折射率的增大使光镊的捕获效果削弱,甚至不能捕获。图 8(c)、(d)为内外层半径比为 0.5 时,光镊对实心球和空心球的捕获力受外层折射率变化的影响。由图可知,随着外层折射率的增加,空心球的捕获效果明显改善;实心球的捕获效果随外层折射率的增加而削弱,由于内层折射率较大使得光镊都不能具有很好的捕获效果。

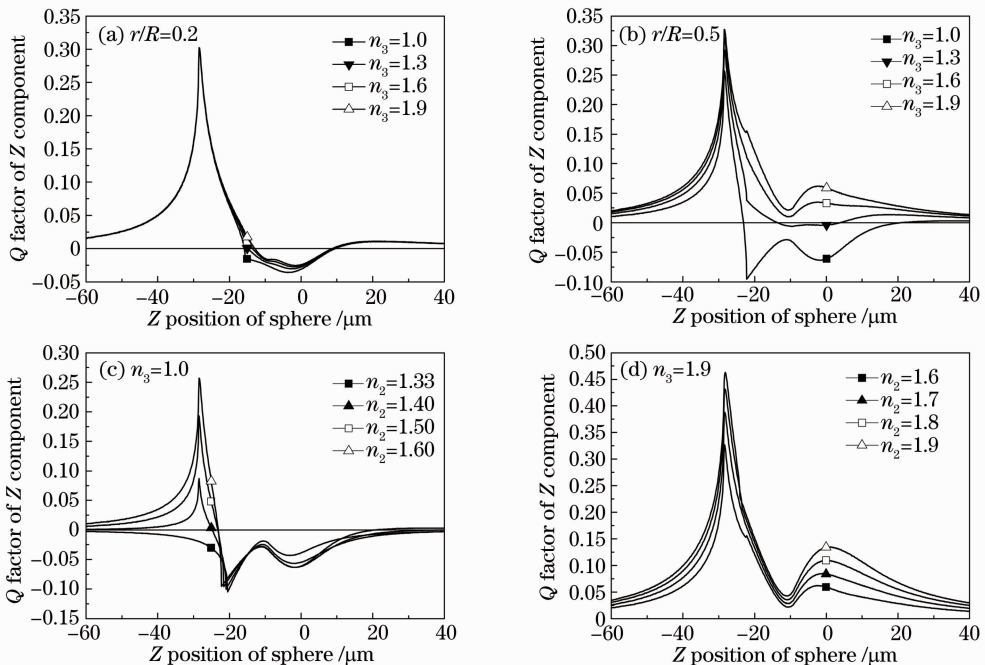


图 8 光镊在小球内外层折射率不同时的捕获力曲线

Fig. 8 Trapping force curves of optical tweezers with different refractive indices of inner/outer layer of sphere

由于光镊系统的刚度是由光镊对小球作用力的变化率决定的,因此在稳定平衡点附近的斜率越大,其刚度也就越大。光镊捕获空心球的刚度要大于捕获实心球的刚度,捕获空心球时可以产生较大的最大反向捕获效率,而捕获实心球时的最大反向捕获效率要明显小于捕获单层球时的捕获效率,甚至反向捕获效率完全消失,即拉力完全消失。

4 结 论

对内层折射率分别为 1.0 和 1.9 的双层小球在光镊系统中的轴向受力进行了计算。通过比较计算结果得出:光镊在捕获内层折射率较小的空心球时,适当地选择小球内径,可以获得相对于单层球更大的刚度,同时也能增加其反向捕获力,光镊捕获的稳定性得到增加。随着光镊刚度的增加,其阱域也被压缩。当光镊捕获内层折射率较大的实心球时,随着内径的增大,将很难实现稳定的捕获。在实际操作中,应根据实际需求合理选择光镊,适当选择作为光手柄小球的内层半径和折射率。双层球捕获力的计算方法可以推广至计算多层球或者结构更复杂的小球的捕获力,为光镊应用提供更精确的理论指导。

参 考 文 献

- 1 A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm *et al.*. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(5): 288~290
- 2 Zhang Xiaohui, Guo Yan, Wu Jianguang *et al.*. Application of optical tweezers in biological research[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2009, **46**(6): 24~31
张晓晖, 郭彦, 吴建光等. 光镊技术在生命科学研究中的应用[J]. 激光与光电子学进展, 2009, **46**(6): 24~31
- 3 G. Roosen. Optical levitation of spheres[J]. *Can. J. Phys.*, 1979, **57**(9): 1260~1279
- 4 A. Ashkin. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime[J]. *Biophys. J.*, 1992, **61**(2): 569~582
- 5 Yao Xincheng, Li Zhaolin, Cheng Bingying *et al.*. Analysis and calculation of the optical force on a double-layer dielectric sphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10): 1305~1310
姚新程, 李兆霖, 程丙英等. 双层介质球体所受光作用力的分析与计算[J]. 光学学报, 2000, **20**(10): 1305~1310
- 6 Chang Yiren, Hsu Long, Chi Sien. Optical trapping of a spherically symmetric sphere in the ray-optics regime: a model for optical tweezers upon cells[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(16): 3885~3892
- 7 Zhang Yanfeng, Li Yudong, Zhao Lihua *et al.*. Transverse optical trapping force of absorbing double-layer spherical particles in a Gaussian beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(1): 258~263
张艳峰, 李玉栋, 赵立华等. 高斯光束中吸收双层球形微粒的横向光俘获[J]. 物理学报, 2009, **58**(1): 258~263
- 8 Bao Jianhua, Gong Zan, Chen Hongtao *et al.*. Influence of the axial displacement of a trapped bead on the calibration of the force parameters of optical tweezers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(10): 1421~1424
鲍建华, 龚 鑫, 陈洪涛等. 粒子的轴向位移对光阱力学参数标定的影响[J]. 中国激光, 2005, **32**(10): 1421~1424
- 9 Ren Hongliang, Ding Panfeng, Li Xiaoyan. Influences of axial position manipulation and misalignments of optical elements on radial trap position manipulation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(21): 210701
任洪亮, 丁攀峰, 李小燕. 光镊轴向阱位操控及器件安装误差对径向阱位操控的影响[J]. 物理学报, 2012, **61**(21): 210701
- 10 Li Donghua, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Effect of primary spherical aberration on optical trapping force of radially polarized beam[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(7): 071401
李东华, 蒲继雄, 王喜庆. 初级球差对径向偏振光轴向光阱力的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2011, **48**(7): 071401
- 11 Yu Youli, Zhang Lei, Zhang Zhenxi. Computation for optical trap stiffness versus refractive index of biological cell[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1076~1079
喻有理, 张 磊, 张镇西. 细胞光阱刚度与折射率关系理论计算[J]. 光学学报, 2007, **27**(6): 1076~1079