

尾流气泡幕后向散射偏振特性研究

杨 郁 张建生

(西安工业大学理学院, 陕西 西安 710032)

摘要 给出了线偏振光和圆偏振光入射时二维 Mie 散射相函数在球坐标系中的三维分布, 结合偏振光传输的 Monte Carlo 模拟程序仿真了尾流气泡幕后向散射穆勒矩阵元和偏振度的二维分布模式, 研究了入射光偏振态、气泡幕散射系数和尾流厚度对偏振度的影响。结果表明: 尾流气泡幕后向散射偏振度分布随着偏振态的不同而存在不同的方位选择取向, 圆偏振光的保偏特性好于线偏振光。线偏振光入射时偏振度随气泡幕厚度和散射系数的增大而减小; 圆偏振光入射时, 随着气泡幕厚度和散射系数的增大, 后向散射偏振度先迅速增大, 到达一个最大值后缓慢变小。

关键词 海洋光学; 应用光学; 后向散射; 偏振; Monte Carlo 模拟; 气泡幕

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.040102

Polarization Properties of Backscattering from Bubbles Film of Ship Wakes

Yang Yu Zhang Jiansheng

(School of Science, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China)

Abstract Three-dimensional (3D) distribution of two-dimensional (2D) Mie scattering phase function is presented in the spherical coordinate system with the linearly and circularly polarized incident light. By using the program of Monte Carlo simulation of polarized light propagation, 2D distribution models of elements of backscattering Mueller matrix and degree of polarization (DOP) from bubbles film of ship wakes are simulated. The relation between scattering coefficient and the thickness of bubbles film is studied. The results show that spatial distributions of DOP have the properties of azimuth selection, and the polarization-maintaining characteristic of circularly polarized light is better than that of linearly polarized light. With the thickness and scattering coefficient of bubbles film increasing, the DOP of linearly polarized light gradually decreases, while the DOP of circularly polarized light first rapidly increases to a maximum and then slowly decreases.

Key words oceanic optics; applied optics; backscattering; polarization; Monte Carlo simulation; bubbles film

OCIS codes 010.4450; 010.7340; 290.4020; 290.5855

1 引言

基于尾流光学效应进行自导是鱼雷自导的一种新模式, 国内外许多科研院所相继对光学探测尾流的技术展开研究^[1~11], 而后向散射光探测法由于其在鱼雷上的适装性好也备受研究学者的重视。Stramski^[2]研究了气泡群的光学特性, 表明半径在 10~150 μm 范围内的干净气泡对海水后向散射的贡献可达到 10%。Jacek^[3]等利用三维(3D) Monte Carlo 模型研究了水下气泡群对海洋遥感反射率的影响。石晟玮等^[9]在实验水槽内测得了气泡幕的后向散射信号, 并对实验信号进行了初步的分析。Su 等^[10]对尾流气泡后向散射光特性进行了实验研究。Xia 等^[11]利用 Monte Carlo 模拟方法对尾流气泡幕后向散射信号进行了模拟计算。

各项研究均证明了对船舰尾流气泡后向散射信号进行实船探测的可行性。但到目前为止还没有对尾流气泡后向散射光偏振特性的相关研究。实际上光在散射介质(如尾流气泡)中传输时, 特别是在表面附近, 偏振效应是个不容忽视的因素。偏振光与介质相互作用后的散射光会携带由介质特性所决定的偏振信息, 这

收稿日期: 2013-01-15; **收到修改稿日期**: 2013-01-20; **网络出版日期**: 2013-03-14

基金项目: 陕西省教育厅专项科研计划(2010JK585)和陕西省自然科学基金项目(2004A18)资助课题。

作者简介: 杨 郁(1980—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事信息光学方面的研究。E-mail: yangyu@xatu.edu.cn

些信息有别于通常测量得到的光强、光谱和相位等信息,通过对这些偏振信息的分析和测量可以反演出介质的相关物理特性。基于此,本文采用偏振光传输的 3D Monte Carlo 模型对尾流气泡后向散射光的偏振特性进行了仿真计算。

2 方 法

偏振光传输的 Monte Carlo 模拟在多个文献中已经有过阐述^[12~16]。Monte Carlo 模拟携带有偏振信息的光子在气泡幕中运动的过程是在入射到气泡幕的无限窄光子束的传输过程中,模拟每个光子在介质中散射、吸收、改变行进方向、转移能量、以及消亡等一系列物理过程,并最终分析整个探测面获取的所有光子携带的偏振信息,以此来研究散射介质相关特性。设光子的初始能量为单位 1。光子的入射点为全局坐标系原点 o ,入射方向与尾流气泡幕的上表面垂直。图 1 给出平行板船舰尾流气泡幕模型和全局坐标系示意图,图中的面 xoy 表示气泡幕上表面, x 轴为电矢量垂直振荡(H)方向, y 轴为电矢量平行振荡(V)方向, z 轴为气泡幕表面法线方向并指向气泡幕内部, h 表示气泡幕的厚度。图 2 给出了偏振光在尾流气泡幕中传输的 Monte Carlo 模拟流程。

在光子传输的 Monte Carlo 模拟中,散射角的抽样是最核心的问题。而在考虑入射光的偏振态时,如果继续采用非偏振状态下典型的 Henyey-Greenstein (H-G) 函数对散射角抽样已经不能满足要求了,因为在偏振状态下相位函数由散射角和方位角共同决定,这一点在文献[16,17]中有详细的讲解。本文利用文献[15]所采用的舍选法结合二维(2D)的 Mie 散射相函数来抽样散射角和方位角。

对于偏振态为 $\mathbf{S}_0 = [I_0, Q_0, U_0, V_0]^T$ 的入射光,其散射相函数可以表述为^[12,15~18]

$$P(\theta, \phi) = m_{11}(\theta) + m_{12}(\theta)(Q_0 \cos 2\phi + U_0 \sin 2\phi), \quad (1)$$

式中 m_{11} 和 m_{12} 为 Mie 散射穆勒矩阵 $\mathbf{M}(\theta)$ 中的两个元素^[19], θ 为散射角

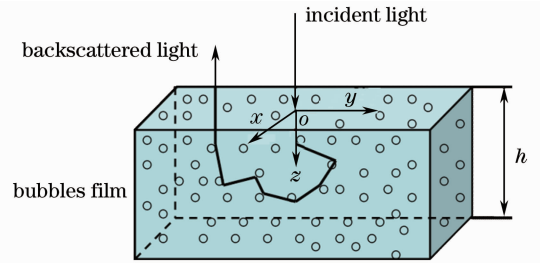


图 1 气泡幕模型和坐标系

Fig. 1 Model of bubbles film and coordinate system for the simulation

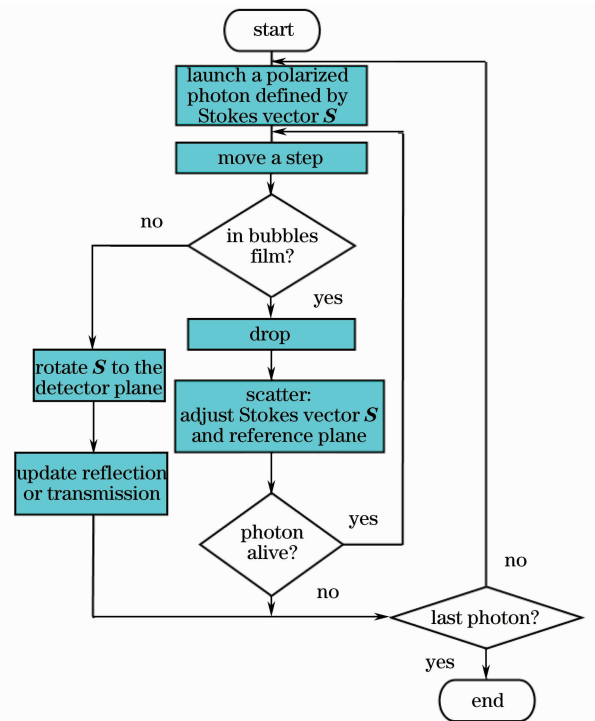


图 2 尾流中偏振光传输的 Monte Carlo 模拟流程

Fig. 2 Flow chart of Monte Carlo simulation program for polarized light propagation in the ship wake

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}(\theta) = \begin{bmatrix} m_{11}(\theta) & m_{12}(\theta) & 0 & 0 \\ m_{12}(\theta) & m_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33}(\theta) & m_{34}(\theta) \\ 0 & 0 & -m_{34}(\theta) & m_{33}(\theta) \end{bmatrix} \\ m_{11}(\theta) = \frac{1}{2}(|S_1|^2 + |S_2|^2), \quad m_{12}(\theta) = \frac{1}{2}(|S_2|^2 - |S_1|^2) \\ m_{33}(\theta) = \frac{1}{2}(S_2 S_1^* + S_1 S_2^*), \quad m_{34}(\theta) = \frac{i}{2}(S_1 S_2^* - S_2 S_1^*) \end{array} \right. \quad (2)$$

式中 S_1, S_2 分别表示 Mie 散射强度函数中平行、垂直分量的振幅函数。

利用(1)式可以计算出线偏振光和圆偏振光入射时的 Mie 散射相函数,如图 3 所示。计算时采用的参数为:入射光波长 $0.532 \mu\text{m}$,介质(水)折射率 1.33,空气折射率 1.0,粒径为 $20 \mu\text{m}$ 。从图 3 可以看出线偏振光入射时 Mie 散射相函数在入射方向(z 轴)不具有对称性,而圆偏振光入射时 Mie 散射相函数沿入射方向具有对称性,并且不对称性在后向方向表现得更加明显。这就要求我们在抽样方位角时不能再采用均匀分布抽样,而应依据二维的 Mie 散射相函数和入射光的偏振态来抽取散射角和方位角。

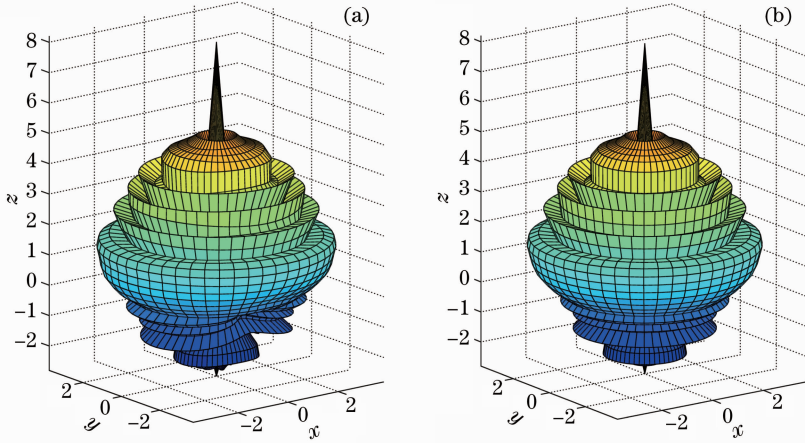


图 3 单个气泡的 Mie 散射相函数。(a) 线偏振光入射;(b) 圆偏振光入射

Fig. 3 Mie scattering phase function of a single bubble. Incident light is: (a) Linearly polarized light; (b) circularly polarized light

对斯托克斯矢量的变化可以采用子午面法^[20]、欧拉角法^[12]和 Quaternion 法^[21],本文采用子午面法进行斯托克斯矢量变换。子午面法在散射前后需要经对斯托克斯矢量进行三次转换:散射之前斯托克斯矢从子午面旋转至散射面(旋转方位角为 ϕ),在散射面内发生散射,散射后再将斯托克斯矢量旋转至子午面(旋转方位角为 γ)。散射前后的斯托克斯矢量之间的关系可以表示为^[15]

$$\mathbf{S}' = \mathbf{R}(-\gamma)\mathbf{M}(\theta)\mathbf{R}(\phi)\mathbf{S}. \quad (3)$$

式中方位角 ϕ 可以通过散射相位函数抽样获得,方位角 γ 的计算方法见文献[22]。知道了旋转角之后可以利用旋转矩阵。转换旋转矩阵 $\mathbf{R}(\phi)$ 可表示为

$$\mathbf{R}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\phi & \sin 2\phi & 0 \\ 0 & -\sin 2\phi & \cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

经过多次散射的斯托克斯矢量变换为 \mathbf{S}_n ,在统计之前 \mathbf{S}_n 需要被再次旋转至探测面,即

$$\mathbf{S}_{\text{final}} = \mathbf{R}(\beta)\mathbf{S}_n, \quad (5)$$

式中 β 为旋转方位角,计算方法见文献[15]。在 Monte Carlo 模拟中光子在尾流气泡幕中的传输是不相关的,所以在探测面探测到的偏振态应该是所有光子的总和。利用斯托克斯矢量表述和偏振度的概念可以得到用斯托克斯矢量的四个元素表示的偏振度(DOP)表达式:

$$D_p = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}. \quad (6)$$

3 计算

文献[23]表明:在舰尾流中粒径小于 $10 \mu\text{m}$ 的气泡会迅速溶于水,粒径大于 $150 \mu\text{m}$ 的气泡在数十秒之后会浮升到水面而破灭,尺寸范围在 $10 \sim 150 \mu\text{m}$ 的气泡能存活较长时间,另外粒径为 $20 \mu\text{m}$ 左右的气泡在舰船航迹中的停留时间可达到 30 min 以上。Sutin 等^[24]也通过声学实验装置对模型船的尾流进行了研究,表明气泡半径在 $10 \sim 20 \mu\text{m}$ 的气泡可以存活 5 min 以上。因此本文在计算中选取在尾流中存活较长时

间的平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$ 的气泡进行仿真计算。文献[25]表明海水表层中气泡群的散射系数最小值为 $10^{-5}\ \text{cm}^{-1}$, 最大值可以超过 $0.1\ \text{cm}^{-1}$ [25]。我们研究的目的是偏振光经过高散射介质尾流气泡幕之后的偏振特性, 因此选取的气泡幕散射系数范围为 $0.0001\sim 0.2\ \text{cm}^{-1}$ 。另外对于波长为 $0.532\ \mu\text{m}$ 的入射光波, 纯水的散射系数和吸收系数分别为[26]: $b_w=0.0017\ \text{m}^{-1}$, $a_w=0.0257\ \text{m}^{-1}$ 。在一般情况下经常会遇到不同状态的偏振入射光, 因此在模拟计算中分别选取了水平线偏振光 $H([1\ 1\ 0\ 0]^T)$ 、垂直线偏振光 $V([1\ -1\ 0\ 0]^T)$ 、 45° 线偏振光 $P([1\ 0\ 1\ 0]^T)$ 和右旋圆偏振光 $R([1\ 0\ 0\ 1]^T)$ 共 4 种不同偏振态的入射光。

3.1 后向散射穆勒矩阵

图 4 给出了尾流气泡幕后向散射穆勒矩阵元的二维分布图。计算时气泡幕的散射系数为 $0.1\ \text{cm}^{-1}$, 气泡幕的厚度为 $50\ \text{cm}$, 接收面的尺寸为 $2\ \text{m}\times 2\ \text{m}$ 。矩阵元都是经过 m_{11} 归一化的结果。

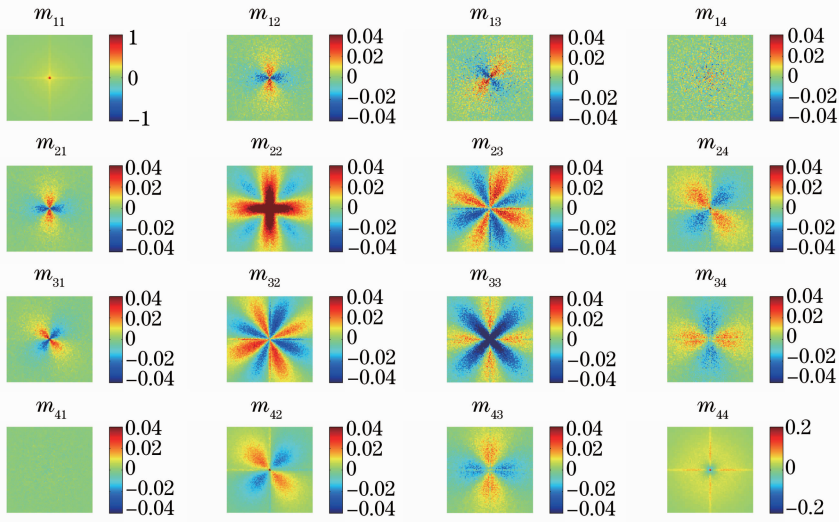


图 4 尾流气泡幕后向散射光穆勒矩阵二维分布图。气泡平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$, 散射系数为 $0.1\ \text{cm}^{-1}$, 气泡幕厚度为 $50\ \text{cm}$

Fig. 4 2D distribution of elements of Mueller matrix for light backscattered from the bubbles film of ship wake.

Diameter of bubbles is $20\ \mu\text{m}$, scattering coefficient is $0.1\ \text{cm}^{-1}$, and thickness of bubbles film is $50\ \text{cm}$

从图 4 可以看出 16 个矩阵元中仅有 m_{11} 、 m_{12} 、 m_{14} 、 m_{22} 、 m_{23} 、 m_{24} 和 m_{44} 共 7 个矩阵元是独立的。其他的矩阵元都可以从这 7 个矩阵元旋转得到。矩阵元的二维分布特征为: m_{11} 和 m_{44} 无方位变化; m_{14} 和 m_{41} 为 0; m_{12} 和 m_{21} 、 m_{24} 和 m_{42} 相同; m_{13} 和 m_{31} 、 m_{34} 和 m_{43} 相反。以上结论与文献[12,13]中所描述的结论是一致的。这说明我们的程序可以用来仿真尾流中微气泡的偏振特性。

3.2 后向散射偏振度二维分布

图 5 给出了水平线偏振光 $H([1\ 1\ 0\ 0]^T)$ 、垂直线偏振光 $V([1\ -1\ 0\ 0]^T)$ 、 45° 线偏振光 $P([1\ 0\ 1\ 0]^T)$ 和右旋圆偏振光 $R([1\ 0\ 0\ 1]^T)$ 共 4 种不同偏振态的入射光入射时尾流气泡幕的后向散射偏振度的二维分布图。计算时其他参数与前文所述相同。

从图 5 可以看出对于 4 种不同偏振态的入射光很明显在靠近边缘的区域偏振度的数值较大, 这是因为在这些区域光子的散射次数较少。振入射光为线偏振光时偏振度的二维分布图样具有相似性, 但尾流气泡幕后向散射光的偏振度分布图随着不同的偏振入射光存在不同的方位选择取向, 当入射光为圆偏振光时, 其

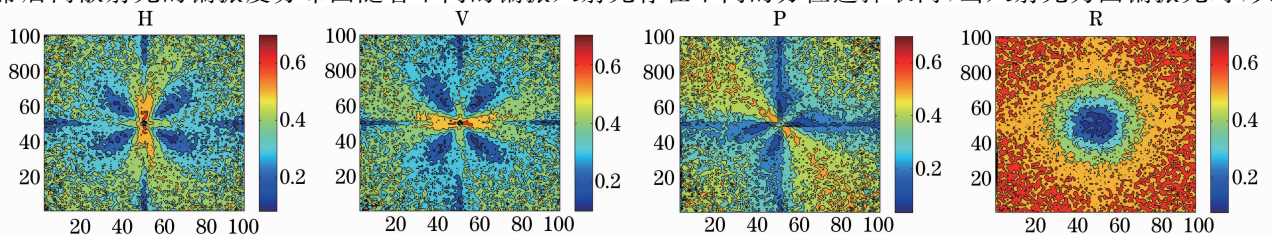


图 5 气泡幕后向散射偏振度的二维分布

Fig. 5 2D distribution images of backscattering DOP of bubbles film

偏振度二维分布图与线偏振光的偏振度明显不同。另外我们还可以得到四种不同的偏振入射光入射时,探测面获得的偏振度的平均值分别为 0.3873(H)、0.3875(V)、0.3831(P)、0.5491(R)。从这一点可以看出气泡幕对不同状态的线偏振光的退偏程度相当,圆偏振光的保偏特性较好。

4 讨 论

为了进一步研究不同偏振态入射光照射时气泡幕的散射系数和气泡幕的厚度与尾流气泡幕后向散射偏振度的关系,选择平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$ 的气泡进行了模拟。由于不同形态的线偏振光入射时尾流气泡幕的后向散射偏振度的二维分布模式相似而且大小接近相等,因此在这里的计算入射光选取为水平线偏振光 $H([1\ 1\ 0\ 0]^T)$ 和右旋圆偏振光 $R([1\ 0\ 0\ 1]^T)$ 两种,尾流气泡幕平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,散射系数的范围为 $0.0001\sim 0.2\ \text{cm}^{-1}$,气泡幕的厚度为 $50\ \text{cm}$,其他参数与前文所述相同。偏振度随散射系数变化的模拟结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出:对于平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,厚度为 $50\ \text{cm}$ 的尾流气泡幕,在气泡散射系数小于 $0.1\ \text{cm}^{-1}$ 时,线偏振光入射时尾流气泡幕的后向散射偏振度大于圆偏振光入射时的偏振度,而当散射系数大于 $0.1\ \text{cm}^{-1}$ 时,线偏振光入射时尾流气泡幕的后向散射偏振度小于圆偏振光入射时的偏振度;另外不同的偏振入射光照射时尾流气泡幕后向散射的偏振度随散射系数的变化趋势也存在明显不同,主要表现在线偏振光入射时偏振度随散射系数的增大而减小,而圆偏振光入射时随着散射系数的增大,尾流气泡幕的后向散射偏振度先迅速减小,之后迅速增大,最后缓慢变小。

图 7 给出了偏振度随气泡幕厚度变化的模拟结果。计算时入射光选取为平线偏振光 $H([1\ 1\ 0\ 0]^T)$ 和右旋圆偏振光 $R([1\ 0\ 0\ 1]^T)$ 两种。尾流气泡幕的平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,散射系数为 $0.1\ \text{cm}^{-1}$,气泡幕的厚度范围为 $1\sim 300\ \text{cm}$,其他参数与前文所述相同。

从图 7 可以看出:对于平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,散射系数为 $0.1\ \text{cm}^{-1}$ 的尾流气泡幕,当气泡幕厚度在 $1\sim 300\ \text{cm}$ 变化时,不同的偏振入射光照射时尾流气泡幕后向散射的偏振度随厚度的变化趋势存在明显不同,主要表现在线偏振光入射时偏振度随气泡幕厚度的增大而减小,而圆偏振光入射时随着气泡幕厚度的增大,后向散射偏振度先迅速增大,并在气泡幕厚度为 $20\ \text{cm}$ 附近达到最大,之后随气泡幕厚度的增大偏振度缓慢变小。另外当气泡幕的厚度大于等于 $5\ \text{cm}$ 时,圆偏振光入射时尾流气泡幕后向散射的偏振度明显大于线偏振光入射时后向散射光的偏振度。

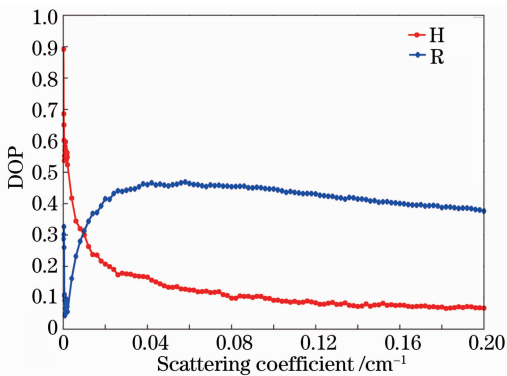


图 6 尾流气泡幕后向散射偏振度随散射系数的变化曲线。气泡平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,气泡幕厚度为 $50\ \text{cm}$

Fig. 6 DOP for different scattering coefficients in bubbles film of ship wake with different input polarization states. Average diameter of bubbles is $20\ \mu\text{m}$, and thickness of bubbles film is $50\ \text{cm}$

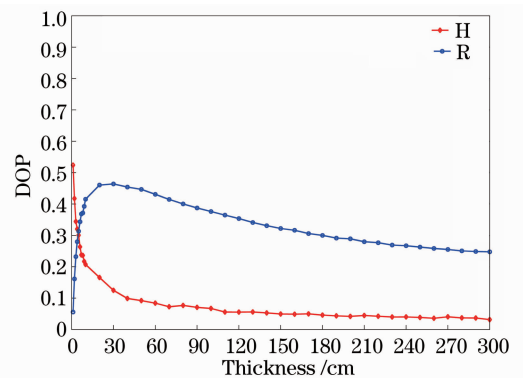


图 7 尾流气泡幕后向散射偏振度随厚度的变化曲线。气泡平均粒径为 $20\ \mu\text{m}$,散射系数为 $0.1\ \text{cm}^{-1}$

Fig. 7 DOP for different thickness of bubbles film of ship wake with different input polarization states. Average diameter of bubbles is $20\ \mu\text{m}$, scattering coefficient is $0.1\ \text{cm}^{-1}$

5 结 论

采用偏振光传输的 3D Monte Carlo 模型对尾流气泡后向散射光的偏振特性进行了仿真计算。得到了

如下结论:

1) 尾流气泡幕的后向散射穆勒矩阵的 16 个矩阵元中仅有 m_{11} 、 m_{12} 、 m_{14} 、 m_{22} 、 m_{23} 、 m_{24} 和 m_{44} 共 7 个矩阵元是独立的。其他的矩阵元都可以从这 7 个矩阵元旋转得到。

2) 不同状态的线偏振光入射时,尾流气泡幕后向散射偏振度的二维分布图样具有相似性,并且偏振度分布图随着偏振态的不同存在不同的方位选择取向;圆偏振光与线偏振光的后向散射偏振度二维分布图差异明显,并且圆偏振光的保偏特性好于线偏振光。

3) 不同的偏振入射光照射时尾流气泡幕后向散射的偏振度随散射系数的变化趋势也存在明显不同,主要表现在线偏振光入射时偏振度随散射系数的增大而减小,而圆偏振光入射时随着散射系数的增大尾流气泡幕的后向散射偏振度先迅速减小之后迅速增大最后缓慢变小。

4) 不同的偏振入射光照射时尾流气泡幕后向散射的偏振度随厚度的变化趋势存在明显不同,主要表现在线偏振光入射时偏振度随气泡幕厚度的增大而减小,而圆偏振光入射时随着气泡幕厚度的增大后向散射偏振度先迅速增大到一个最大值,之后随气泡幕厚度的增大偏振度缓慢变小。

参 考 文 献

- X. Zhang, M. Lewis, W. Bissett *et al.*, Optical influence of ship wakes[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(15): 3122~3132
- D. Stramski. Gas microbubbles: an assessment of their significance to light scattering in quiescent seas[C]. *SPIE*, 1994, **2258**: 704~710
- P. Jacek, S. Dariusz, T. Eric *et al.*, Small-scale effects of underwater bubble clouds on ocean reflectance; 3-D modeling results[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(14): 11747~11752
- Yang Yu, Zhang Jiansheng. Forward scattering Mueller matrix characteristics of ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1101006
- 杨 郁, 张建生. 舰船尾流前向散射的穆勒矩阵特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1101006
- Wang Xiangwei, Zhou Tianhua, Chen Weibiao. Study on laser backscattering properties by ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 14~18
- 王向伟, 周田华, 陈卫标. 舰船尾流激光后向散射特性研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 14~18
- Sun Chunsheng, Zhang Xiaohui, Zhu Donghua. Energy distribution properties of light scattered by far ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 2006~2009
- 孙春生, 张晓晖, 朱东华. 舰船远程尾流的散射光能量分布特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(10): 2006~2009
- Su Liping, Zhao Weijiang, Ren Deming *et al.*, Processing methods for laser scattering signals of bubbles[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(4): 814~818
- 苏丽萍, 赵卫疆, 任德明 等. 气泡激光散射信号处理方法[J]. *中国激光*, 2009, **36**(4): 814~818
- Shi Shengwei, Wang Jiang'an, Jiang Xingzhou *et al.*, Analysis of scattering phase function and backscattering signal characteristic of bubble films in ship wake[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1861~1866
- 石晟玮, 王江安, 蒋兴舟 等. 舰船尾流气泡层散射相位函数及其后向散射信号特性分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(10): 1861~1866
- Shi Shengwei, Jiang Xingzhou, Wang Jiang'an *et al.*, The characteristic study of pulsed laser light backscattering of the simulated wake bubbles[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2007, **18**(12): 1508~1512
- 石晟玮, 蒋兴舟, 王江安 等. 舰船尾流模拟气泡的脉冲激光后向散射特性研究[J]. *光电子 • 激光*, 2007, **18**(12): 1508~1512
- Su Liping, Zhang Weijiang, Ren Deming *et al.*, The backscattering property experiment research of wake bubbles[C]. *SPIE*, 2007, **6595**: 659524
- Min Xia, Kecheng Yang, Xiaohui Zhang *et al.*, Monte Carlo simulation of backscattering signal from bubbles under water [J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2006, **8**(3): 350~354
- S. Bartel, A. Hielsher. Monte Carlo simulations of the diffuse backscattering Mueller matrix for highly scattering media [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(10): 1580~1588
- X. Wang, L. V. Wang. Propagation of polarized light in birefringent turbid media; a Monte Carlo study[J]. *J. Biomed. Opt.*, 2002, **7**(3): 279~290
- M. J. Rakovic, G. W. Kattawar, M. Mehrubeoglu *et al.*, Light backscattering polarization patterns from turbid media; theory and experiment[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(15): 3399~3408
- C. Jessica, R. Ramella, A. P. Scott *et al.*, Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media; part I[J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(12): 4420~4438
- J. Franck, S. J. Herve. Description and time reduction of a Monte Carlo code to simulate propagation of polarized light through scattering media[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(16): 3290~3296

- 17 K. I. Hopcraft, P. C. Y. Chang, J. G. Walker *et al.*. Properties of Polarized light-beam multiply scattered by Rayleigh medium[C]. Lecture Notes in Physics, 2000, **534**: 135~158
- 18 Q. Lu, Q. Luo. Phase function of Monte Carlo simulation of light transport in turbid media[C]. *SPIE*, 2003, **5254**(122): 122~130
- 19 C. Bohren, D. R. Huffman. Absorption and Scattering of Light by Small Particles [M]. New York; Wiley, 1998
- 20 S. Chandrasekhar. Radiative Transfer [M]. Oxford; Clarendon Press, 1950
- 21 D. Benoit, D. Clary. Quaternion formulation of diffusion quantum Monte Carlo for the rotation of rigid molecules in clusters[J]. *J. Chem. Phys.*, 2000, **113**(13): 5193~5202
- 22 J. W. Hovenier. Symmetry relationships for scattering of polarized light in a slab of randomly oriented particles[J]. *J. Atmos. Sci.*, 1969, **26**(3): 488~499
- 23 M. V. Trevorrow, S. Vage, D. M. Farmer. Acoustical measurements of micro bubbles within ship wakes[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994, **95**(4): 1922~1930
- 24 Alexander Sutin, Alexander Benilov, Heui Seol Roh *et al.*. Acoustic measurements of bubbles in the wake of ship models [C]. Proceedings of the 3rd International Conference on Underwater Acoustic Measurements; Technologies and Results, 2009. 767~772
- 25 E. J. Terrill, W. K. Melville, D. Stramski. Bubble entrainment by breaking waves and their influence on optical scattering in the upper ocean[J]. *J. Geophys. Res.*, 2001, **106**(8): 16815~16823
- 26 R. C. Smith, K. S. Baker. Optical properties of the clearest natural waters (200~800 nm)[J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(2): 177~184