# Gamma-Gamma 大气湍流下自由空间光通信 MIMO-OFDM 系统误比特率分析

## 寿钦张涛王涵

(海南大学信息科学技术学院,海南海口 570228)

摘要 研究了在自由空间光通信(FSO)中采用相移键控-正交频分复用(PSK-OFDM)调制下的多输入多输出(MIMO)技术,分析了基于 Gamma-Gamma 大气湍流信道的 MIMO-OFDM 系统,并利用 Meijer G 函数得出误比特率的闭合形式的表达式。仿真结果表明,在不同湍流强度下以 PSK-OFDM 为调制方式的 MIMO 技术能有效地减少 FSO 的误比特率,随着湍流强度的加强,MIMO 技术降低误比特率的效果逐渐增强。
关键词 光通信;自由空间光通信;多输入多输出;大气湍流;正交频分复用;误比特率
中图分类号 TN929.12 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP50.020602

## Analysis of BER Performance in Free-Space Optical MIMO-OFDM Communication Systems Over the Gamma-Gamma Atmospheric Turbulence

Shou Qin Zhang Tao Wang Han

(College of Information Science and Technology, Hainan University, Haikou, Hainan 570228, China)

Abstract Multiple input multiple output (MIMO) technology using phase shift keying orthogonal frequency division multiplexing modulation (PSK-OFDM) in free-space optical (FSO) communication is studied and MIMO-OFDM communication system based on Gamma-Gamma atmospheric turbulence channel is analyzed. A closed-form expression of bit error rate (BER) for FSO communication is derived with Meijer G function. The simulation result shows that MIMO technology which uses PSK-OFDM modulation can reduce BER effectively over different atmospheric turbulence. As the turbulence intensity becomes stronger, the effect of MIMO technology in reducing BER is gradually enhanced.

Key words optical communication; free-space optical communication; multiple input multiple output; atmospheric turbulence; orthogonal frequency division multiplexing; bit error rate OCIS codes 060.2605; 010.1290; 010.1330; 010.3310

### 1 引 言

自由空间光通信(FSO)在近年来受到广泛的关注,它具有带宽大、速率高、频带免费等特点,可实现 1.2 Tb/s的数据传输速率<sup>[1]</sup>,是解决"最后一公里"接入问题的一种理想方案,但是它容易受到雨、雾、雪天 气<sup>[2]</sup>和大气湍流的影响。

多输入多输出(MIMO)技术可以有效地克服激光在经历大气湍流信道后出现的光强闪烁<sup>[3]</sup>。正交频分 复用(OFDM)调制技术有很好的抗湍流性能和较大的数据传输速率,它的子载波可以采用多种不同的调制 方式,两种主要的调制方式为多电平正交幅度调制(MQAM)和多进制相移键控(MPSK)调制。正交幅度调制(QAM)解调器需要同时正确检测相位和幅度,而相移键控(PSK)解调只需要检测相位。因此,本文讨论

收稿日期: 2012-09-27; 收到修改稿日期: 2012-10-31; 网络出版日期: 2013-01-07

作者简介: 寿 钦(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事自由空间光通信方面的研究。E-mail: galaxyfog@163. com

**导师简介:**张 涛(1971—),男,副教授,硕士生导师,主要从事海域自由空间光通信和无源光网络等方面的研究。 E-mail: awgcn@163.com

了子载波采用 PSK 的 OFDM 调制方式,利用 Meijer G 函数推导出 Gamma-Gamma 大气湍流强度下,采用 MIMO 技术的自由空间光通信系统闭合形式的误比特率公式,并且采用 maple 内核的 Matlab 仿真软件得 出 MIMO 技术可以明显降低自由空间光通信的误比特率(BER)。

#### 2 信道模型

在弱湍流下,人们普遍认为光强闪烁服从对数正态分布,而在强湍流下,很多的实验数据证明,光强闪烁 更接近于 K 分布和负指数分布<sup>[4]</sup>。对于描述一般强度的湍流,包括强湍流和弱湍流,目前还没有非常准确 的模型,Gamma-Gamma 分布<sup>[5,6]</sup>被认为是较为准确的分布,表示为

$$f(X) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left[ \frac{X}{\langle X(0,L+L_f) \rangle} \right]^{(\alpha+\beta)/2-1} \mathcal{K}_{\alpha-\beta} \left[ 2\sqrt{\alpha\beta} \frac{X}{\langle X(0,L+L_f) \rangle} \right], \tag{1}$$

式中 X > 0 为信号强度,  $\langle X(0, L + L_{\ell}) \rangle$  为平均信号强度,  $L + L_{\ell}$  为发送端到接收端的距离(以下讨论中假 设信号的平均强度为 1);  $\alpha$  和 β 分别为外尺度和内尺度参数,  $\Gamma$  为 Gamma 函数,  $K_{a-\alpha}$  为修正的第二类贝塞尔 函数,阶数为 $\alpha - \beta$ 。考虑在零内尺度情况下,利用平面波来预测闪烁的概率密度函数(PDF)的参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 可以 表示为

$$\alpha = \left\{ \exp\left[\frac{0.49\sigma_{\rm R}^2}{(1+1.11\sigma_{\rm R}^{12/5})^{7/6}}\right] - 1 \right\}^{-1},\tag{2}$$

$$\beta = \left\{ \exp\left[\frac{0.51\sigma_{\rm R}^2}{(1+0.69\sigma_{\rm R}^{12/5})^{5/6}}\right] - 1 \right\}^{-1},\tag{3}$$

式中平面波的 Rytov 方差为

$$\sigma_{\rm R}^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} , \qquad (4)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长, L 为传输距离,  $C_{x}^{2}$  为折射率结构常数。 闪烁指数(SI)记作

$$\sigma_{\rm I}^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta}.$$
(5)

#### OFDM 系统模型 3

OFDM 是一种多子载波的高速数据传输方式,将信道分成若干正交子信道,将高速数据信号转换成并 行的低速子数据流,调制到每个子信道上传输。正交信号可以通过在接收端采用相关技术来分开,这样可以 减少子信道之间的相互干扰。

假定信道无记忆平稳遍历且噪声为加性高斯白噪声(AWGN),并且信道状态信息在发射端和接收端都 可以利用。

用  $P_{a,n}$ 表示接收的 PSK-OFDM 信号第 n 个子载波的误比特率<sup>[7,8]</sup>:

$$P_{a,n}(X) = 2 \times Q \bigg[ \sqrt{2KR_{CN_n}(X)} \sin \frac{\pi}{m} \bigg], \tag{6}$$

式中  $Q(X) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbf{v}} \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt$  为高斯Q 函数, K 为K 元的 PSK 码,  $m = 2^{\kappa}$ , 载噪比  $R_{CN_n}(X) = \frac{C(X)}{(\langle \sigma_n^2 \rangle)} [8]$ ,  $\langle \sigma_n^2 \rangle$ 

为每个子载波高斯白噪声的平均功率,  $C(X) = \frac{1}{2}m_n^2 I_{\rm ph}^2(X)$ ,  $I_{\rm ph}(X) = \eta X$ 为光电流强度,  $\eta$ 为光电转换系

数,调制系数  $m_n = \frac{m_{\text{total}}}{\sqrt{N}}, n = 0, 1, \dots, N-1$ ,总调制系数为  $m_{\text{total}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^{n=N-1} m_n^2}$ 。为简单起见,假设所有调制

系数相同。

由(1)式和(6)式可以得出激光在大气湍流呈 Gamma-Gamma 分布的信道模型中传输的第 n 个子载波 误码率公式为

$$P_{\rm e} = \int_{0}^{\infty} P_{a,n}(X) f(X) \,\mathrm{d}X = \int_{0}^{\infty} 2Q \bigg[ \sqrt{2KR_{\rm CN_n}(X)} \sin \frac{\pi}{m} \bigg] f(X) \,\mathrm{d}X. \tag{7}$$

#### 3.1 MIMO-OFDM 误比特率分析

MIMO 技术在无线通信中是一项比较成熟的技术。基本结构如图 1 所示。



#### 图 1 FSO-MIMO 系统的结构图

Fig. 1 Structure diagram of the FSO-MIMO system

常用的接收机合并方式有最大比合并(MRC)、选择合并(SC)和等增益合并(EGC)<sup>[9]</sup>,这些接收机合并 方式可以利用空间分集的固有冗余度,显著提高通信的性能,减少大气湍流的影响。为了避免发送信号空间 上的混叠,满足空间上的采样定理,需要把发送信号的一半波长作为实体天线的间距。利用条件概率函数的 相关计算方法,可以得到 PSK-OFDM 调制的 MIMO-FSO 系统的平均误码率计算公式<sup>[10]</sup>,*M* 为发射天线 数,*N* 为接收天线数:

$$P_{\text{e-MINO}} = \int_{0}^{\infty} f(X) \operatorname{erfc}\left\{\sqrt{K \times R_{\text{CN}_{n}} \left[\sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} \left(\sum_{m=1}^{m=M} X_{mn}\right)^{2}}\right]} \sin \frac{\pi}{m}\right\} \mathrm{d}X.$$
(8)

信噪比(SNR)与载噪比区别在于两者之间相差一个载波功率。当然载波功率与传输信号功率相比通常都是很小的,因而载噪比与信噪比在数值上十分接近<sup>[7]</sup>,接下来的讨论中假设载噪比和信噪比是近似相等的。

假设接收机之间是独立的,且信道信息已知。为了方便利用 maple 进行数值仿真,利用 Meijer G 函数 对(1),(5),(6)式进行形式变换 erfc  $\sqrt{X} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} G_{1,2}^{2,0} [X \mid_{0,0.5}^{1}]^{[11]}, K_n(X) = \frac{1}{2} G_{0,2}^{2,0} [\frac{X^2}{4} \mid_{\frac{n}{2};-\frac{n}{2}}^{-\frac{n}{2}}]^{[11]}, \text{erfc}(X) =$ 

 $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} \exp(-t^2) dt$  为互补误差函数,Q函数与互补误差函数的关系为  $2Q(\sqrt{2}X) = \operatorname{erfc}(X)$ ,利用文献[11]中的 相关公式得到平均误比特率的闭合形式:

$$P_{e-\text{OFDM}}(\alpha,\beta) = \frac{2^{\alpha+\beta-2}}{\pi\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}G_{5,2}^{2,4}\left[\frac{R2^{4}K\sin^{2}\frac{\pi}{m}}{(\alpha\beta)^{2}}\Big|_{0,0,5}^{\frac{1-\alpha}{2},\frac{2-\alpha}{2},\frac{1-\beta}{2},\frac{2-\beta}{2},1}\right],$$
(9)

式中R为信噪比。

#### 3.2 多输入单输出(MISO)误比特率

设各个信道之间是独立同分布的,那么可以得出

$$P_{\text{e-MISO}} = \int_{0}^{\infty} f(X) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{KR_{\text{CN}}\left(\sum_{m=1}^{m=M} X_{m}\right)} \sin \frac{\pi}{m}\right] \mathrm{d}X.$$
(10)

而 OFDM 系统的误比特率<sup>[12]</sup>可以表示为  $\frac{1}{m} \sum_{m=0}^{m-1} P_{eMISO}$ ,这样可以得到总误比特率函数为

$$P_{e-MISO} = \left\{ \frac{2^{\alpha+\beta-2}}{\pi\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} G_{5,2}^{2,4} \left[ \frac{R2^4 K \sin^2 \frac{\pi}{m}}{(\alpha\beta)^2} |_{0,0.5}^{\frac{1-\alpha}{2},\frac{2-\alpha}{2},\frac{1-\beta}{2},\frac{2-\beta}{2},1} \right] \right\}^{M}.$$
 (11)

#### 3.3 单输入多输出(SIMO)误比特率

对于 SIMO 系统, SC 方式的接收效果不是很好,因为只有一路信号的能量得到了利用, 而 MRC 和 EGC 方式利用了各支路的能量, 而且二者之间的性能差异很小, 一般 MRC 方式比 EGC 方式有 1~2 dB 的增益。 在这里只讨论接收机采用 MRC 方式。平均每条支路的误比特率为

$$P_{\text{e-SIMO}} = \int_{0}^{\infty} f(X) \operatorname{erfc}\left[\sqrt{KR_{\text{CN}}\left(\sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} \alpha_n X_n^2}\right)} \sin \frac{\pi}{m}\right] \mathrm{d}X.$$
(12)

根据施瓦茨不等式,若加权系数[13]

$$\alpha_K = C \frac{r_K}{N_K} \propto \frac{r_K}{N_K},\tag{13}$$

那么输出噪声就有最大比值。(13)式中 $r_{\kappa}$ 为K路的信号强度; $N_{\kappa}$ 为K路的噪声强度,假设每根接收天线的平均噪声功率相等, $N_{\kappa} = \frac{N_0}{2N}$ ,设各信道之间是独立同分布的,那么可以得到总误比特率函数为

$$P_{e\text{-SIMO}} = \left\{ \frac{2^{\alpha + \beta - 2}}{\pi \sqrt{\pi} \Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} G_{5,2}^{2,4} \left[ \frac{R2^4 K \sin^2 \frac{\pi}{m}}{(\alpha \beta)^2} \Big|_{0.0.5}^{\frac{1 - \alpha}{2}, \frac{2 - \alpha}{2}, \frac{1 - \beta}{2}, \frac{2 - \beta}{2}, 1} \right] \right\}^N.$$
(14)

### 4 仿真结果及分析

在分析不同 M、N 值对 MIMO 系统的影响时,假设有相同的总发射功率  $P_t$ ,相同发射天线面积和接收天 线面积。当  $\sigma_R^2 < 1$  时,为弱湍流强度; $\sigma_R^2 = 1$  时,为中等湍流强度; $\sigma_R^2 > 1$  时,为强湍流强度。图 2 表明在同一 大气湍流强度  $\alpha = 12.1$ , $\beta = 10.6$ ( $\sigma_R^2 = 0.19$ , $\sigma_I^2 = 0.18$ )的前提下,不同的 M,N 值对误比特率会造成明显 的影响。当通信系统要达到 10<sup>-9</sup> 误比特率时,M = 2,N = 2 的 MIMO 系统与M = 2,N = 1 的 MIMO 系统 相比,系统对 SNR 的需求降低了 10 dB;与 M=1,N=1 的 MIMO 系统相比,系统对 SNR 的需求降低了 22 dB。自由空间光通信系统的误比特率大大降低。

从图 3 中可以看出,在大气湍流相同的前提下,当 *M*,*N* 值相同时,采用 MIMO 技术和采用 SISO 技术 的 FSO 系统相比较,MIMO 技术对 SNR 的增益效果随着误比特率要求的提高而越来越明显。在大气湍流 强度不同、误码率要求相同的前提下,当 *M*,*N* 值相同时,比较采用 MIMO 技术和采用 SISO 技术对 FSO 系 统 SNR 增益效果。如图 3 所示,当通信系统的误码率要求为  $10^{-3}$  时,强湍流  $\alpha = 4.81$ , $\beta = 1.18(\sigma_R^2 = 6.1, \sigma_1^2 = 1.22)$  时,系统对 SNR 的需求降低了 32 dB;中等湍流  $\alpha = 4.19$ , $\beta = 2.26(\sigma_R^2 = 1.1, \sigma_1^2 = 0.75)$  时,系 统对 SNR 的需求降低了 19 dB;弱湍流  $\alpha = 12.1$ , $\beta = 10.6(\sigma_R^2 = 0.19, \sigma_1^2 = 0.18)$  时,系统对 SNR 的需求 降低了 8 dB。由此可以得出结论:随着大气湍流强度的加强,MIMO 对 FSO 系统 SNR 的增益效果越来越 明显。





Fig. 2 Effect of the values of M and N on BER for the MIMO-FSO system under the same atmospheric turbulence intensity ( $\alpha$ =12.1,  $\beta$ =10.6)



图 3 不同大气湍流强度下 MIMO-FSO 的 BER 性能表现

Fig. 3 BER performance of MIMO-FSO system under different atmospheric turbulence intensities

#### 50,020602

## 5 结 论

分析了以 PSK-OFDM 为调制手段的 MIMO 技术对自由空间光通信系统的影响,对比了在不同大气湍流下 MIMO 系统和 SISO 系统的误比特率,得出采用 MIMO 技术可以有效降低自由空间光通信误比特率。发射天线数 M 和接收天线数 N 的取值对自由空间光通信的误比特率有巨大的影响,但是在实现的过程中需要考虑 MIMO 系统的复杂性,误比特率并不是检验通信良好性能的唯一标准。

#### 参考文献

- 1 E. Ciaramella, Y. Arimoto, G. Contestabile et al., 1. 28-Tb/s (32 × 40 Gb/s) free-space optical WDM transmission systems[J]. IEEE Photon. Technol. Lett., 2009, 21(16): 1121~1123
- 2 Wang Han, Zhang Tao. Analysis of performance for free-space optical communications with rain or fog weather condition [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, **49**(8): 0801011
- 王 涵,张 涛. 降雨和雾气天气下自由空间光通信性能研究[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(8): 0801011
- 3 M. B. Niu, J. Cheng, J. F. Holzman. Diversity reception for coherent free-space optical communications over Kdistributed atmospheric turbulence channels [C]. IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2010. 1~6
- 4 C. Abou-Rjeily, A. Slim. Cooperative diversity for free-space optical communications: transceiver design and performance analysis [J]. *IEEE Trans. Commun.*, 2011, **59**(3): 658~663
- 5 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation Through Random Media [M]. Bellingham: SPIE Press, 2005. 450
- 6 T. Xuan, Z. Ghassemlooy, S. Rajbhandari *et al.*. Coherent heterodyne multilevel polarization shift keying with spatial diversity in a free-space optical turbulence channel [J]. J. Lightwave Technol., 2012, **30**(16): 2689~2695
- 7 J. G. Proakis. Digital Communications [M]. New York: McGraw-Hill, 1995. 191~196
- 8 Wang Han, Zhang Tao, Li Sha. BER performance of FSO-OFDM modulation system over Gamma-Gamma atmosphere turbulence [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, **49**(11): 1101021
- 王 涵,张 涛,李 莎. Gamma-Gamma 大气湍流下 FSO-OFDM 调制系统误码率分析[J]. 激光与光电子学进展, 2012, **49**(11): 1101021
- 9 Wang Hongxing, Xu Jianwu, Sun Xiaoming *et al.*. Performance analysis of MIMO-FSO systems based on PPM modulation and Gamma-Gamma distribution model[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, **34**(2): 385~390 王红星,徐建武,孙晓明 等. Gamma-Gamma 模型下采用 PPM 调制的 MIMO-FSO 系统误时隙率分析[J]. 系统工程与电子技术, 2012, **34**(2): 385~390
- 10 H. Moradi, M. Falahpour, H. H. Refai *et al.*. A diversity combining approach for MIMO FSO nodes with misaligned receivers [C]. Global Telecommunications Conference, 2011
- 11 Wolfram Research. The Wolfram Function Site [OL]. http://functions. wolfram. com/06. 27. 26. 0006. 01, 03. 04. 26. 0008. 01, 07. 34, 21. 0013, 01. Oct. 2001
- 12 H. A. Ahmed, A. I. Sulyman, H. S. Hassanein. BER performance of OFDM system with channel impairments[C]. The 9th IEEE International Workshop on Wireless Local Networks, 2009, 1027~1031
- 13 Li Jiandong, Guo Tiyun, Wu Guoyang. Mobile Communication[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2006. 133~144
   李建东,郭梯云,邬国扬. 移动通信[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006. 133~144