

多色空间相干光在杨氏双圆孔干涉远场的光谱位移和光谱开关

王筠 刘勇 刘丹

(湖北第二师范学院物理与电子信息学院, 湖北 武汉 430205)

摘要 根据惠更斯-菲涅耳原理, 推导得到多色完全空间相干光在杨氏双圆孔干涉远场的光谱分布表示式, 并进行了详细的数值分析。结果表明, 观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上光谱开关数目随双圆孔中心遮拦比的增大而减少, 光谱开关间距趋于相等; 而该斜直线上任一固定点处的光谱开关间距却随之不断缩小。分析计算还表明, 在平行于双圆孔中心连线的 x 轴上的光谱分布与双圆孔中心遮拦比无关, 光谱开关间距相等, 改变圆孔半径大小可以控制 x 轴上的光谱开关数目。在与双圆孔中心连线垂直的 y 轴上, 光谱分布与空间点的位置坐标、圆孔半径及双圆孔中心遮拦比均有关, 随着中心遮拦比的增大, 光谱开关间距趋于相等。

关键词 物理光学; 多色空间相干光; 杨氏双圆孔干涉实验; 双圆孔中心遮拦比; 光谱开关

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP50.122601

Spectral Shifts and Spectral Switches of Polychromatic Spatially Coherent Light in Young's Double-Circular-Aperture Interference Experiment in the Far Field

Wang Yun Liu Yong Liu Dan

(College of Physics and Electronic Information, Hubei University of Education, Wuhan, Hubei 430205, China)

Abstract According to the Huygens-Fresnel principle in the paraxial domain, an expression for the spectrum of polychromatic spatially coherent light in Young's double-circular-aperture interference experiment in the far field is derived, and detailed numerical calculations are performed. It is shown that the number of the spectral switches on the oblique straight line with the y axis angle of 45° in the viewing screen is decreased with the increase of the central obstruction ratio of double-circular-aperture, and the distances among spectral switches on the line tend to be equal. With the increase of the central obstruction ratio, the distances among spectral switches at a fixed point on the straight line are shrunk. It is also shown that the spectrum on the x axis parallel to the double-circular-aperture center connection line is independent of the central obstruction ratio, and the distances among spectral switches are equal, changing the radius of the double-circular-aperture can control the number of spectral switches on the x axis. The spectral shifts and spectral switches on the y axis perpendicular to the center connection line depend on the location coordinates of the spatial points, the radius of the circular apertures and the central obstruction ratio of double-circular-aperture. With the increase of the central obstruction ratio of double-circular-aperture, the distances among spectral switches tend to be equal.

Key words physical optics; polychromatic spatially coherent light; Young's double-circular-aperture interference experiment; central obstruction ratio of double-circular-aperture; spectral switch

OCIS codes 260.6042; 260.2110; 260.1960; 030.1670

1 引言

奇点光学^[1]被认为是现代物理光学的一个新的分支学科, 研究对象为光波场位相奇点附近出现的波前

收稿日期: 2013-07-11; 收到修改稿日期: 2013-08-11; 网络出版日期: 2013-11-04

基金项目: 湖北省教育厅科学技术研究计划指导性项目(B2013021)

作者简介: 王筠(1966—), 女, 副教授, 主要从事光束传输方面的研究。E-mail: wangyun.2007.6.5@163.com

位错和光涡旋等精细而又复杂的结构。在位相奇点处,光波场的位相变得不确定,场的振幅为零。2002年, Gbur 等^[2-4]将这一工作从单色光推广到多色完全空间相干光。在多色空间相干光照明杨氏双缝干涉实验中,在位相奇点附近也出现光谱异变^[5]。该研究表明,发生在位相奇点附近的光谱急剧变化与光谱开关关系密切,这一现象已经得到广泛的理论研究和实验验证^[2-11],而夫琅禾费衍射场中的光谱异变在自由空间信息传递方面展现出应用前景^[4,7-12]。已有文献^[13-16]对多色空间相干光在杨氏双缝干涉实验远场的光谱分布进行讨论,但一般是将双缝作为一维缝隙处理,没有考虑双缝形状对光谱移动和光谱开关的影响^[5,7,8]。本文从惠更斯-菲涅耳原理出发,推导得到多色完全空间相干光在杨氏双圆孔干涉远场的光谱分布表示式,在此基础上详细分析和数值计算了干涉远场的光谱分布,重点研究了空间点的位置坐标、圆孔半径及双圆孔中心遮拦比对光谱移动和光谱开关的影响。

2 理论模型

在如图 1 所示的杨氏双圆孔干涉实验中,设光源谱密度为 $S^{(i)}(\omega)$ 、频率为 ω 的光波垂直入射到位于 $z = 0$ 的中心相距为 d 、半径均为 a 的双圆孔平面 (x_0, y_0) 后,到达远场 z 处的观察屏 (x, y) 上,这里 $d > 2a, z \gg d$ 。该双圆孔平面的透射率函数为

$$E(x_0, y_0, z_0 = 0, \omega) = \sqrt{S^{(i)}(\omega)} \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{a}\right) * \left[\delta\left(x_0, y_0 - \frac{d}{2}\right) + \delta\left(x_0, y_0 + \frac{d}{2}\right)\right], \quad (1)$$

式中的 * 号表示卷积运算。

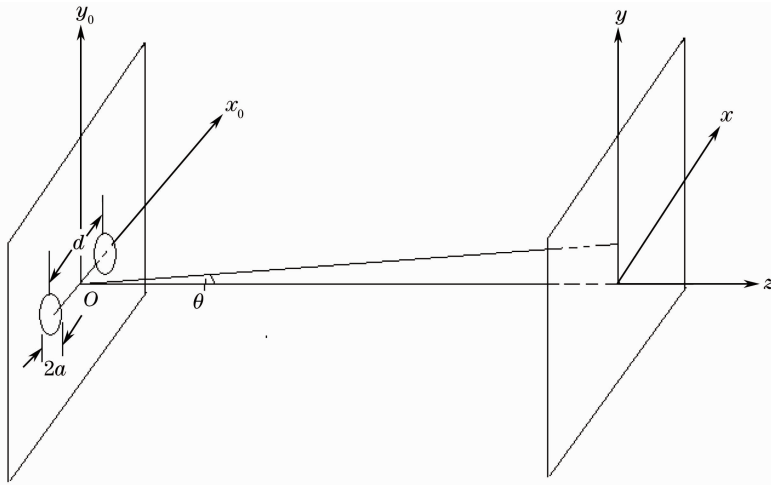


图 1 杨氏双圆孔干涉实验

Fig. 1 Schematic for Young's double-circular-aperture interference experiment

根据惠更斯-菲涅耳原理^[17],远场 z 处观察屏 (x, y) 上 Q 点的夫琅禾费衍射光场分布为^[12]

$$E(x, y, z, \omega) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left(jk \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \times \mathcal{F}\{E(x_0, y_0, z_0 = 0, \omega)\}, \quad (2)$$

式中 \mathcal{F} 是傅里叶变换符号。将(1)式代入(2)式中,可得

$$E(x, y, z, \omega) = \frac{2a \sqrt{S^{(i)}(\omega)}}{j \sqrt{x^2 + y^2}} \exp(jkz) \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \times J_1\left(ka \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right) \cos\left(\frac{\pi d y}{\lambda z}\right), \quad (3)$$

式中 $k = \frac{\omega}{c}$ 。

Q 点的光谱分布为

$$S(x, y, z, \omega) = E^*(x, y, z, \omega) E(x, y, z, \omega) = \frac{2a^2 S^{(i)}(\omega)}{x^2 + y^2} \left[J_1\left(\frac{\omega a \sqrt{x^2 + y^2}}{cz}\right) \right]^2 \left[1 + \cos\left(\frac{\omega d y}{cz}\right) \right]. \quad (4)$$

设源光谱密度为

$$S^{(i)}(\omega) = S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right], \quad (5)$$

式中 ω_0 为源光谱中心频率, Γ 为频带宽度。

将(5)式代入(4)式可得

$$S(x, y, z, \omega) = S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right] \frac{2a^2}{x^2 + y^2} \left[J_1\left(\frac{\omega a \sqrt{x^2 + y^2}}{cz}\right) \right]^2 \left[1 + \cos\left(\frac{\omega d}{c}\theta\right) \right], \quad (6)$$

式中 $\theta = \frac{y}{z}$ 为沿 y 轴方向的衍射角。由(6)式可以得到, 在中心频率 ω_0 处光谱为零的点沿 y 轴方向临界衍射角 θ_n 满足下列关系:

$$\theta_n = (2n - 1)\theta_1, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (7)$$

式中

$$\theta_1 = \frac{\pi c}{\omega_0 d}, \quad (8)$$

是中心频率 ω_0 的第一阶暗纹对应的衍射角, 即第一阶临界角。衍射角 $\theta_n = (2n - 1)\theta_1$ 对应的各级暗纹位置就是中心频率 ω_0 的一系列位相奇点位置, θ_n 就是第 n 阶临界角。

根据(6)式可知, 远场 Q 点的光谱分布与双圆孔中心遮拦比 $\epsilon = \frac{d - 2a}{d + 2a}$ 、频率 ω 、场点位置 (x, y, z) 有关。

(6)式中对频率 ω 积分可以得到 $Q(x, y, z)$ 点的总光强为

$$I(x, y, z) = \int_0^\infty S(x, y, z, \omega) d\omega. \quad (9)$$

3 远场的光谱位移和光谱开关

根据(6)~(8)式, 下面对多色空间相干光的杨氏双圆孔干涉远场的光谱分布进行详细的数值计算, 计算中源光谱中心频率 $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15}$ rad/s^[9], 频带宽度 $\Gamma = 0.01\omega_0$, 圆孔半径 $a = 0.001$ m, 双圆孔中心间距 $d = 0.004$ m, 双圆孔平面与观察屏间距为 $z = 1$ m。

首先考察位于观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上 ($x = y, r = \sqrt{2}y$) 各点在沿 y 轴方向的第一阶临界角 θ_1 附近的光谱位移。根据(7)、(8)式, 令(6)式中 $\frac{\omega_0 \omega' d}{c} \frac{y}{z} = \frac{\omega_0 \omega' d}{c} n\theta_1$, n 取实数, 即 $y = n\theta_1 z$, 当 n 取不同数值时, 就能够得到该斜直线上不同点处的光谱分布。计算结果如图 2 所示, 虚线是入射源光谱分布曲线, 图中实线对应不同衍射角的光谱分布曲线。在图 2(a)、(b)中可以看到, 实线峰值相对于虚线峰值向左侧移动, 即在 $\theta = 0.99\theta_1$ 和 $\theta = 0.997\theta_1$ 的方向上光谱相对于源光谱发生红移。图 2(d)中实线峰值相对于虚线峰值向右侧移动, 即在 $\theta = 1.005\theta_1$ 的方向上光谱相对于源光谱发生蓝移。而在图 2(c)中衍射角为 $\theta = 0.99986\theta_1$ 方向上, 光谱一分为二, 变成两个等高的峰, 即发生了光谱异变, 这种光谱分裂为等高双峰现象称为光谱开关, 由于此处光谱最小值 $S_{\min} = 0$, 所以这里的光谱开关属于奇点光学现象^[9]。

为便于描绘光谱开关现象, 定义归一化光谱移动^[5]

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_m - \omega_0}{\omega_0}, \quad (10)$$

式中 ω_m 是光谱最大值对应的圆频率。

为了进一步考察观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上 ($x = y$) 各点归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随空间点位置坐标的变化情况, 由(6)、(8)式及沿 y 轴方向的衍射角 $\theta = y/z$, 可令 $x = y = n\theta_1 z$, n 为实数。计算中双圆孔的半径 a 以及双圆孔平面与观察屏的距离 z 的取值同图 2。为考察双圆孔中心遮拦比 ϵ 对远场光谱开关数目的影响, 在图 3 中依次计算了双圆孔中心间距 $d = 3a, 4a, 8a$, 即双圆孔中心遮拦比依次为 $\epsilon = 1/5, 1/3, 3/5$ 时的归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随归一化衍射角 θ/θ_1 的变化曲线, 如图 3 所示。图中虚线对应双圆孔中心遮拦比 $\epsilon = 1/5$, 点划线为 $\epsilon = 1/3$, 实线为 $\epsilon = 3/5$ 。由图 3 可知, 在归一化衍射角 $\theta/\theta_1 \leq 8$ 范围内中心遮拦比为 $\epsilon = 1/5$ 和 $\epsilon = 1/3$ 时均有 6 个间距不等的光谱开关, 而 $\epsilon = 3/5$ 时只有 4 个间距近似相等的光谱开关, 这表明随

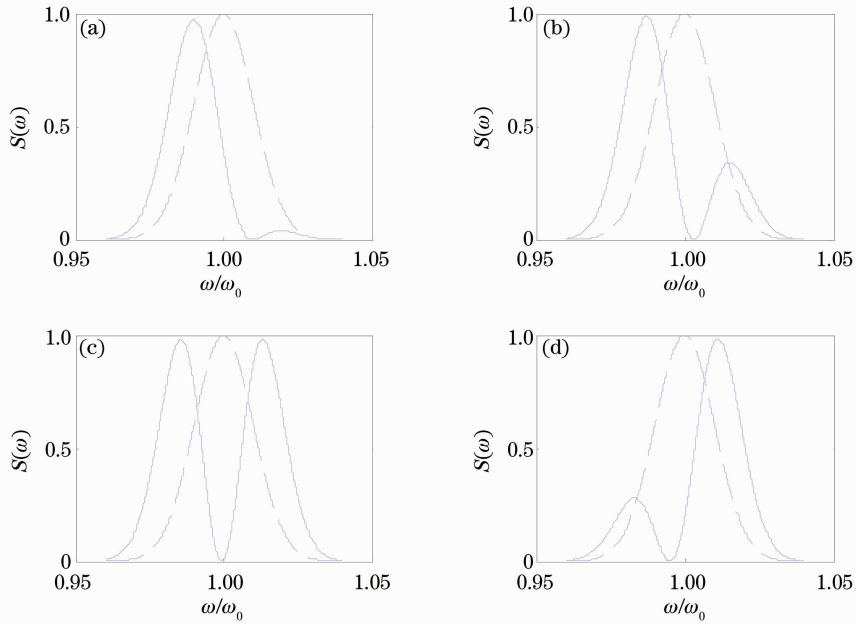


图2 观察屏上与 y 轴成 45° 斜直线上第一阶临界角 θ_1 附近的干涉场光谱分布。(a) $\theta = 0.99\theta_1$; (b) $\theta = 0.997\theta_1$; (c) $\theta = 0.99986\theta_1$; (d) $\theta = 1.005\theta_1$ 。虚线对应入射源光谱分布

Fig.2 Spectra of the interference field in the far field in the vicinity of the first critical direction θ_1 on the oblique straight line with the y axis angle of 45° in the viewing screen. (a) $\theta = 0.99\theta_1$; (b) $\theta = 0.997\theta_1$; (c) $\theta = 0.99986\theta_1$; (d) $\theta = 1.005\theta_1$. The dashed curve represents the spectrum of the incident light

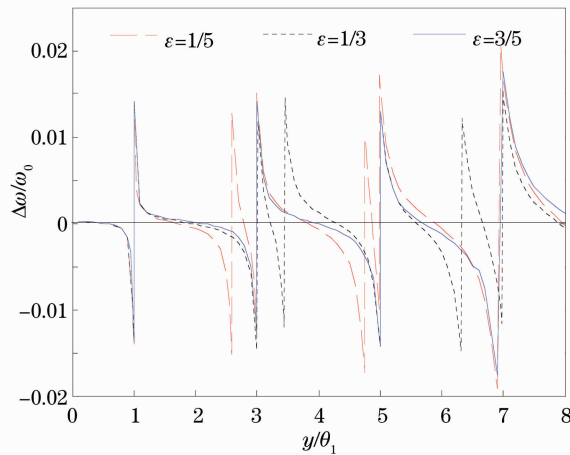


图3 观察屏上与 y 轴成 45° 的斜直线上各点归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随归一化纵坐标 y/θ_1 的变化曲线

Fig.3 Normalized spectral shift $\Delta\omega/\omega_0$ as a function of the normalized ordinate y/θ_1 on the oblique straight line with the y axis angle of 45° in the viewing screen

着遮拦比的增大(此时双圆孔中心间距增大),光谱开关数目减少,开关间距趋于相等。

还可以进一步考察远场中某一固定点处的光谱开关数目随双圆孔中心遮拦比 ϵ 的变化情况。在图4中计算了观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上某一固定点(0.001 m, 0.001 m, 1 m)处归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随中心遮拦比 ϵ 的变化曲线。从图4中可以看到,随着中心遮拦比 ϵ 的不断增大,观察屏上固定点处光谱开关间距不断缩小。

接下来考察观察屏上两个正交坐标轴 x 和 y 轴上各点的光谱移动情况。先考察 y 轴上的光谱分布,令 $x=0$,代入(6)式,得到 y 轴上光谱分布表示式为

$$S(\theta, z, \omega) = \frac{2a^2}{(z\theta)^2} S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right] \times \left[J_1\left(\frac{\omega a}{c}\theta\right)\right]^2 \left[1 + \cos\left(\frac{\omega d}{c}\theta\right)\right]. \quad (11)$$

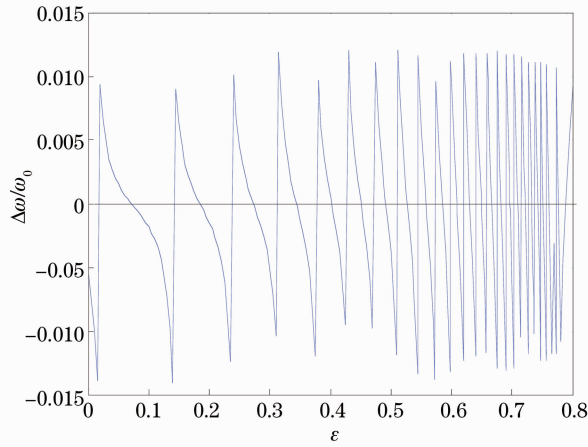


图4 空间固定点(0.001 m,0.001 m,1 m)处归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随中心遮拦比 ϵ 的变化曲线

Fig. 4 Normalized spectral shift $\Delta\omega/\omega_0$ as a function of the obstruction ratio ϵ at the observation point $x=0.001$ m, $y=0.001$ m, $z=1$ m

根据(11)式可知,观察屏 y 轴上的光谱分布与光源圆频率 ω 、空间点的纵坐标 y 、圆孔半径 a 及中心遮拦比 ϵ 均有关。如图5所示,计算中设双圆孔平面与观察屏相距 $z=1$ m,圆孔半径 a 取值同图2;为了考察 y 轴上各点光谱移动与双圆孔中心遮拦比 ϵ 的关系,在图5中分别计算了两种情况:图中实线对应双圆孔中心间距 $d=4a$,此时双圆孔遮拦比 $\epsilon=1/3$;图中虚线对应 $d=8a$,而 $\epsilon=3/5$;图中横轴为归一化纵坐标 $y/z\theta_1$,其中 θ_1 由(8)式给定。将图5与图3比较后可以发现, y 轴上各点处的光谱开关间距趋于相等,且随中心遮拦比 ϵ 变动很小。

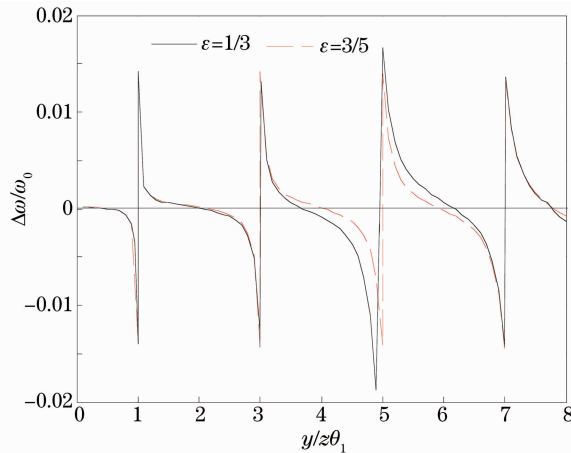


图5 y 轴上归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随归一化纵坐标 $y/z\theta_1$ 的变化曲线

Fig. 5 Normalized spectral shift $\Delta\omega/\omega_0$ as a function of the normalized ordinate $y/z\theta_1$ on the y axis

最后来考察观察屏 x 轴上各点的光谱移动情况。将 $y=0$ 代入(6)式,可得 x 轴上光谱分布表示式为

$$S(x, z, \omega) = \frac{4a^2}{x^2} S_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right] \times \left[J_1\left(\frac{\omega a}{c} \frac{x}{z}\right)\right]^2, \quad (12)$$

由(12)式知, x 轴上光谱分布与双圆孔中心间距 d 无关,即与双圆孔中心遮拦比 ϵ 无关,在观察屏固定后($z=1$ m), x 轴上各点光谱分布只由场点横坐标 x 、圆孔半径 a 及光源频率 ω 共同确定。为了弄清楚 x 轴上各点光谱开关随圆孔半径 a 变化的情况,在图6中计算了圆孔半径分别为 $a=0.001$ m 和 $a'=2a=0.002$ m 两种情况下各点的光谱分布随横坐标 x 的变化曲线,图中归一化横坐标为 $x/z\theta_1$, $\theta_1 = c\pi/\omega_0 d_0$, $d_0 = 4 \times 10^{-3}$ m。

从图6可知, x 轴上的光谱开关间距相等,且随着圆孔半径 a 的成倍增大,光谱开关数目也成倍增多。这表明可以通过改变圆孔半径大小来控制 x 轴上的光谱开关数目,以实现空间信息的传递。

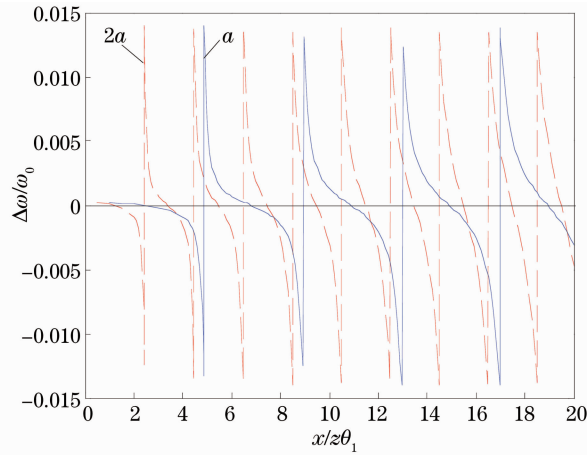


图 6 x 轴上归一化光谱移动 $\Delta\omega/\omega_0$ 随归一化横坐标 $x/z\theta_1$ 的变化曲线

Fig. 6 Normalized spectral shift $\Delta\omega/\omega_0$ as a function of the normalized abscissa $x/z\theta_1$ on the x axis

4 结 论

对多色完全空间相干光在杨氏双圆孔干涉远场的光谱移动和光谱开关进行了理论推导,得到远场任一点处的光谱分布表示式;详细分析和数值计算了远场观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上以及两个正交坐标轴 x 、 y 上的光谱移动和光谱开关,重点研究了空间点的位置坐标和双圆孔中心遮拦比、圆孔半径等对光谱开关的影响。结果表明,观察屏上与 y 轴成 45° 角的斜直线上光谱开关数目随双圆孔中心遮拦比增大而减少,光谱开关间距趋于相等;而该斜直线上任一固定点处的光谱开关间距却随中心遮拦比 ϵ 的增大不断缩小。分析计算还表明在平行于双圆孔中心连线的 x 轴上的光谱分布与双圆孔中心遮拦比无关,光谱开关间距相等,改变圆孔半径大小可以控制 x 轴上的光谱开关数目;而与双圆孔中心连线垂直的 y 轴上的光谱移动与空间点的位置坐标、圆孔半径及双圆孔中心遮拦比均有关,随着中心遮拦比的增大,光谱开关间距趋于相等。

参 考 文 献

- Soskin M S, Vasnetsov M V. Singular Optics. In: Wolf E, (ed.) Progress in Optics [M]. Amsterdam: Elsevier, 2001, 423: 219–276.
- Gbur G, Visser T D, Wolf E. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused waves [J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(1): 013901.
- Gbur G, Visser T D, Wolf E. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus [J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(8): 1694–1700.
- Ponomarenko S A, Wolf E. Spectral anomalies in a Fraunhofer diffraction pattern [J]. Opt Lett, 2002, 27(14): 1211–1213.
- Pu Jixiong, Cai Chao. Anomalous behaviour of the spectra in Young's double-slit interference experiments [J]. Chin Phys Lett, 2004, 21(7): 1268–1271.
- Popescu G, Dogariu A. Spectral anomalies at wave-front dislocations [J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(18): 183902.
- Anand S, Kamalasanan M N. Experimental study of the spectral anomalies in Young's interference experiment [J]. Opt Commun, 2006, 266(2): 469–472.
- Chen Ziyang, Pu Jixiong. Analytical characterization of spectral anomalies in Young's double-slit interference experiment [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(4): 733–737.
陈子阳, 蒲继雄. 杨氏双缝干涉实验中光谱奇异现象的特性分析[J]. 光子学报, 2007, 36(4): 733–737.
- Zhao Guangpu, Lü Baida. Spectral switches and effect in singular optics with polychromatic light field [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(4): 2229–2235.
赵光普, 吕百达. 光谱开关与多色光场的奇点光学效应[J]. 物理学报, 2008, 57(4): 2229–2235.
- Yadav B K, Rizvi S A M, Raman S, et al.. Information encoding by spectral anomalies of spatially coherent light diffracted

- by an annular aperture [J]. *Opt Commun*, 2007, 269(2): 253–260.
- 11 Yadav B K, Bisht N S, Mehrotra R, *et al.*. Diffraction-induced spectral anomalies of information encoding and information hiding possibilities and limitations [J]. *Opt Commun*, 2007, 277(1): 24–32.
- 12 Lü Baida, Pan Liuzhan. Spectral anomalies and spectral switches of partially coherent and polychromatic light diffracted at an aperture [J]. *Science in China Ser G*, 2003, 33(5): 454–463.
吕百达, 潘留占. 被光阑衍射的多色部分空间相干光的光谱异变和光谱开关[J]. *中国科学 G 辑*, 2003, 33(5): 454–463.
- 13 Pan Liuzhan, Lü Baida. Spectral shifts and spectral switches in Young's experiment at the far zone [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(6): 707–711.
潘留占, 吕百达. 杨氏实验远场的光谱位移和光谱开关[J]. *光学学报*, 2003, 23(6): 707–711.
- 14 Liu Man. Intensity distribution and topological charge generated by four-pinhole aperture diffraction screens in near-field region [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0926001.
刘曼. 四孔径衍射屏在近场形成的光强分布及拓扑荷[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0926001.
- 15 Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Comparison on the scalar diffraction integral formulae [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(2): 0226001.
郭福源, 李连煌. 标量衍射积分公式比较分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 0226001.
- 16 Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Propagation characteristics of non-paraxial diffraction beam [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(1): 0102004.
郭福源, 李连煌. 非傍轴衍射光束的传输特性[J]. *中国激光*, 2013, 40(1): 0102004.
- 17 Born M, Wolf E. *Principles of Optics (7th edition)* [M]. Yang Jiasun Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. 343–351.
波恩, 沃尔夫. *光学原理(第七版)*[M]. 杨葭荪译. 北京: 电子工业出版社, 2009. 343–351.