

半高斯激光束在自由空间的传输特性理论研究

郭超修 凌晨 杜向丽 尹亚玲*

(华东师范大学物理系, 上海 200241)

摘要 基于惠更斯-菲涅耳衍射积分理论,对半高斯激光束在自由空间的传输特性进行了详细的理论研究,得到了二维半高斯激光束在自由空间传输时的光强分布计算表达式。数值计算结果表明半高斯激光束在自由空间传输时,在近场有很好的传输稳定性,当传输距离继续增大时,半高斯激光束的最大光强值不断降低,衍射条纹逐渐增多,同时上升沿宽度慢慢展宽,最后在远场转化为对称性光束。数值计算结果还发现对称性越好的半高斯激光束其传输稳定性越好。

关键词 激光光学;半高斯激光束;传输特性;自由空间

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.121405

Theoretical Study on Propagation Properties of Semi-Gaussian Laser Beam

Guo Chaoxiu Ling Chen Du Xiangli Yin Yaling

(Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200241, China)

Abstract Based on the Huygens-Fresnel diffraction integral theory, the propagating properties of semi-Gaussian laser beams in free space are theoretically calculated in detail. Analytical propagation equations are derived, which permit us to study the intensity distributions of two-dimensional (2D) semi-Gaussian laser beams propagating in free space. The calculated results show that the propagation stability of semi-Gaussian laser beams in free space can be maintained well in the near field. As the propagation distance increases, the maximum intensities of the propagating laser beams decrease while the diffraction fringes gradually increase. At the same time, the width of the rising edge gradually grows. Finally semi-Gaussian laser beams become symmetrical beams. The better the symmetry is, the better propagation stability of semi-Gaussian laser beams will be.

Key words laser optics; semi-Gaussian laser beam; propagation property; free space

OCIS codes 140.3295; 350.5500; 260.1960

1 引言

自从20世纪60年代激光问世以来,具有不同强度分布的激光束吸引了越来越多的科学工作者的目光。由于这些特殊光强分布的激光束可以广泛用于科学研究和应用领域,因此人们通过改变激光器内部的结构^[1]或者在激光器外部加上一些辅助器件,如透镜^[2]、光栅^[3]、棱镜^[4]等光学元件,可以获得所需的特殊光强分布的激光束。半高斯激光束就是其中一种特殊强度分布的激光束,它在垂直于光传播方向的横向光强分布在一个方向上为半高斯型,在另外一个正交的方向上为高斯型^[5-6]。

半高斯激光束在原子分子光学领域以及微纳尺寸的介质粒子、生物分子等的操控方面有着广阔的应用前景,它可以用来构建原子分子光学 Stark 减速器^[7]、原子分子反射镜^[8-10]、原子分子法布里-珀罗(F-P)腔^[11]等。以往关于半高斯激光束的理论^[5,7,9-12]与实验研究^[6]中都没有涉及半高斯激光束在自由空间的传输特性,但是光束的传输变换特性在光束的具体应用中有着相当重要的意义。因此本文拟从理论方面详细研究半高斯激光束在自由空间的传输特性,以期为半高斯激光束的具体应用提供参考。同时,还分析了半高

收稿日期: 2013-08-07; **收到修改稿日期**: 2013-08-26; **网络出版日期**: 2013-11-07

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(10904060)、中央高校基本科研业务费专项资金

作者简介: 郭超修(1987—),女,硕士,助理工程师,主要从事光电信息功能材料、原子分子光学方面的研究。

E-mail: cxguo@phy.ecnu.edu.cn

* **通信联系人**。E-mail: ylyin@phy.ecnu.edu.cn

斯激光束参数对传输特性的影响,并对结果给出相应的物理解释与讨论。

2 半高斯激光束在自由空间传输特性的理论推导

假设半高斯激光束沿着 z 方向在自由空间传输,在初始位置 $z = 0$ 处,二维理想半高斯激光束的复振幅 $U_{\text{ideal}}(x_0, y_0)$ 可以写成^[5-6,11]:

$$U_{\text{ideal}}(x_0, y_0) = A \exp\left(-\frac{y_0^2}{w_0^2}\right) \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right) & x \geq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

式中 A 是半高斯激光束的振幅, w_0 是半高斯激光束的束腰半径,其定义为半高斯激光束半个高斯部分强度最大值的 $1/e^2$ 处的宽度。

(1)式是理想半高斯激光束的表达式,但是在实验上无法获得理想的半高斯激光束,实验上得到的半高斯激光束总是带有一定的上升沿宽度 w_B ,其定义为半高斯激光束陡峭上升沿部分强度最大值的 $1/e^2$ 处的宽度。当 $w_B < 0.1w_0$ 时,激光束具有很明显的非对称性,我们把满足该条件的激光束视为非理想的半高斯激光束,其复振幅 $U_0(x_0, y_0)$ 可以写成^[6]

$$U_0(x_0, y_0) = A \exp\left(-\frac{y_0^2}{w_0^2}\right) \begin{cases} \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_B^2}\right) & x < 0 \\ \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right) & x \geq 0 \end{cases}. \quad (2)$$

本文对半高斯激光束在自由空间传输特性的讨论研究都是基于(2)式描述的非理想半高斯激光束来进行的。

根据惠更斯-菲涅耳衍射理论,半高斯激光束在自由空间传输到位置 z 处的复振幅 $U(x, y)$ 可以写成^[13]

$$U(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0, \quad (3)$$

式中 λ 是半高斯激光束的波长, $k = 2\pi/\lambda$ 是半高斯激光束的波数。将(2)式代入到(3)式,得

$$U(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \left\{ \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_B^2}\right) \exp\left[ik \frac{(x-x_0)^2}{2z}\right] dx_0 + \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left[ik \frac{(x-x_0)^2}{2z}\right] dx_0 \right\} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left[ik \frac{(y-y_0)^2}{2z}\right] dy_0, \quad (4)$$

(4)式中关于 y_0 的积分可以直接推导出简单的解析表达式,但是关于 x_0 的积分不能直接推导出简单的解析表达式,积分结果包含误差函数项。根据推导结果,半高斯光束在传输位置 z 处的复振幅 $U(x, y)$ 可以写成

$$U(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \frac{\pi \exp\left(-\frac{y^2 k}{kw_0^2 + 2iz}\right)}{\sqrt{\frac{2}{w_0^2} - \frac{ik}{z}}} \left\{ \exp\left(-\frac{x^2 k}{kw_B^2 + 2iz}\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{xkw_B^2 \sqrt{-ik/(2z) + 1/w_B^2}}{kw_B^2 + 2iz}\right] \right\} \left/ \sqrt{\frac{2}{w_B^2} - \frac{ik}{z}} + \exp\left(-\frac{x^2 k}{kw_0^2 + 2iz}\right) \left\{ 1 + \operatorname{erf}\left[\frac{xkw_0^2 \sqrt{-ik/(2z) + 1/w_0^2}}{kw_0^2 + 2iz}\right] \right\} \right/ \sqrt{\frac{2}{w_0^2} - \frac{ik}{z}}. \quad (5)$$

进而根据光强定义,可以推导出半高斯激光束在位置 z 处的光强计算表达式为

$$I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y) = |U(x, y)|^2 = \frac{2\pi^2}{\lambda^2 z^2} \frac{\exp\left(-\frac{2y^2 k^2 w_0^2}{k^2 w_0^4 + 4z^2}\right)}{\sqrt{\frac{4}{w_0^4} + \frac{k^2}{z^2}}} \left| \left\{ \exp\left(-\frac{x^2 k}{kw_B^2 + 2iz}\right) \operatorname{erfc}\left[\frac{xkw_B^2 \sqrt{-ik/(2z) + 1/w_B^2}}{kw_B^2 + 2iz}\right] \right\} \right/ \sqrt{\frac{2}{w_B^2} - \frac{ik}{z}} + \exp\left(-\frac{x^2 k}{kw_0^2 + 2iz}\right) \left\{ 1 + \operatorname{erf}\left[\frac{xkw_0^2 \sqrt{-ik/(2z) + 1/w_0^2}}{kw_0^2 + 2iz}\right] \right\} \right/ \sqrt{\frac{2}{w_0^2} - \frac{ik}{z}} \right|^2, \quad (6)$$

式中上标“*”表示复共轭。采用计算机软件编程,取典型的半高斯激光束参数,对(6)式进行数值计算,具体计算思路和方法可参见文献[9,11—12]。根据数值计算结果可以得到半高斯激光束在自由空间传输到位置 z 处的光场强度分布,从而可以研究半高斯激光束在自由空间的传输特性以及光束参数选择对该传输特性的影响。

3 数值计算结果与分析

本文数值计算所选用的半高斯激光束是我们在2011年实验上采用侧向调制的周期性极化钽酸锂光学超晶格将入射的高斯激光束整形得到的,其波长为532 nm,上升沿宽度为 $w_B = 61.2 \mu\text{m}$,束腰半径为 $w_0 = 1.07 \text{ mm}$ ^[6]。图1、图2为数值计算出的半高斯激光束在自由空间不同传输距离 z ($z=0, 2 \text{ mm}, 5 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 20 \text{ mm}, 40 \text{ mm}, 100 \text{ mm}, 500 \text{ mm}, 1 \text{ m}$ 以及35 m)处的归一化光强分布。从图中可以明显地看出半高斯激光束在自由空间传输时,在较近的距离(约 $z < 5 \text{ mm}$)能基本保持半高斯形状,当传输距离继续增加时,半高斯激光束在展宽的同时出现衍射条纹,而且随着传输距离的增加,其衍射条纹越来越明显,最后在远场处半高斯激光束转化为对称性光束。此现象可以用惠更斯原理解释。光束在自由空间传输时,空间每一点的光强为原来波面上的各次波源传输到此处后相干迭加后的光强,因此会出现衍射条纹。此外半高斯激光束是一种特殊强度分布的非对称激光束,在自由空间传输时半高斯激光束的陡峭的上升沿部分和半个高斯部分同时展宽,但彼此的展宽速率不一样,所以光束的非对称性容易被破坏,且随着传输距离的增加,光束的对称性越来越好,最后变为对称性光束。而由于对称的高斯型光束比非对称的半高斯型光束具有更好的传输稳定性,因此半高斯光束在垂直于光传播方向上的高斯横向光强分布(x 方向)在自由空间传输时展宽的速率较小,而另外一个方向上半高斯分布的横向光强分布(y 方向)展宽速度较快。所以随着传输距离的增加,半高斯激光束在 x 方向的发散比 y 方向强,最后在远场衍化成椭圆型的光束,如图2(e)(j)所示。

为了更加详细地了解半高斯激光束在整个自由空间的连续传输特性,选择相同的半高斯激光束参数,数值计算了该半高斯激光束在传输方向上更多位置处的一维光强分布,结果如图3所示。通过该图可以很清楚地看到半高斯激光束在自由空间传输的 x 方向光强分布衍化过程,结果与上述分析内容相一致。而且从图3(a)还可以看出,随着传输距离的增加,半高斯激光束整体不断展宽,光束的对称性越来越好,光强最大值不断降低,同时最大光强位置不断向上移。从图3(b)可知半高斯激光束在远场衍化成了对称性光束,而且随着传输距离的增加光强最大值不断降低,这个可以用能量守恒解释。根据光强的定义我们知道,光强的大小与激光的功率成正比,与激光光束半径的平方成反比。由于光束在自由空间传输,不存在光束能量的吸收,光束在传输的过程中总能量是守恒的,也就是光束的功率不变,那么当光束在传输过程中横向分布不断展宽时,光场强度就会相应地不断减小。

从(2)式可知半高斯激光束的具体横向强度分布与上升沿宽度 w_B 有关,而 w_B 的大小直接影响了半高斯激光束的对称性, w_B 越大,光束的对称性越好,半高斯激光束的质量越差。当 $w_B = w_0$ 时,半高斯光束就变成高斯光束。因此具有不同对称性的半高斯激光束的传输特性也应有所不同,我们数值计算的结果印证了以上分析。图4给出了 $w_B = 61.2 \mu\text{m}, 120 \mu\text{m}$ 和 $200 \mu\text{m}$ 的三种半高斯激光束在自由空间的传输特性,其中半高斯激光束的其他参数为 $\lambda = 532 \text{ nm}, w_0 = 1.07 \text{ mm}$ 。对比图4中的三张图,可以很清楚地看出 $w_B = 61.2 \mu\text{m}$ 的半高斯激光束出现的衍射条纹的传输位置最近,数目最多且最明显; $w_B = 120 \mu\text{m}$ 的半高斯激光束出现衍射条纹的位置较远,数目较少,较不明显;而 $w_B = 200 \mu\text{m}$ 的半高斯激光束出现衍射条纹的位置最远,且衍射条纹的峰值较小较平缓。我们把半高斯光束的传输稳定性定义为半高斯光束在自由空间传输时无衍射条纹出现,还保持平滑的半高斯形状。那么随着传输距离的增加,光场衍化为带有衍射条纹的半高斯光束,这时我们认为半高斯光束不稳定。因此从图4可以得出,半高斯激光束出现衍射条纹的距离与半高斯激光束的对称程度(w_B)相关,上升沿宽度越宽,半高斯激光束在自由空间传输时出现衍射条纹的位置越远,即对称性越好的半高斯激光束其传输稳定性越好。研究半高斯激光束的传输稳定性对半高斯激光束的实际应用有着重要意义,例如在利用半高斯激光束构建冷分子光学 Stark 减速器时,一旦半高斯激光束具有衍射条纹,衍射条纹的那部分光场对冷分子就没有减速效果,也就是说半高斯激光束的稳定性越差,对冷分子的减速效果越差^[7]。由于我们在理论以及实验讨论中关注的是没有衍射条纹的半高斯光束,因此在讨论半高斯激光束的传输特性时,重点关注半高斯光束在自由空间传输时出现衍射条纹的位置。

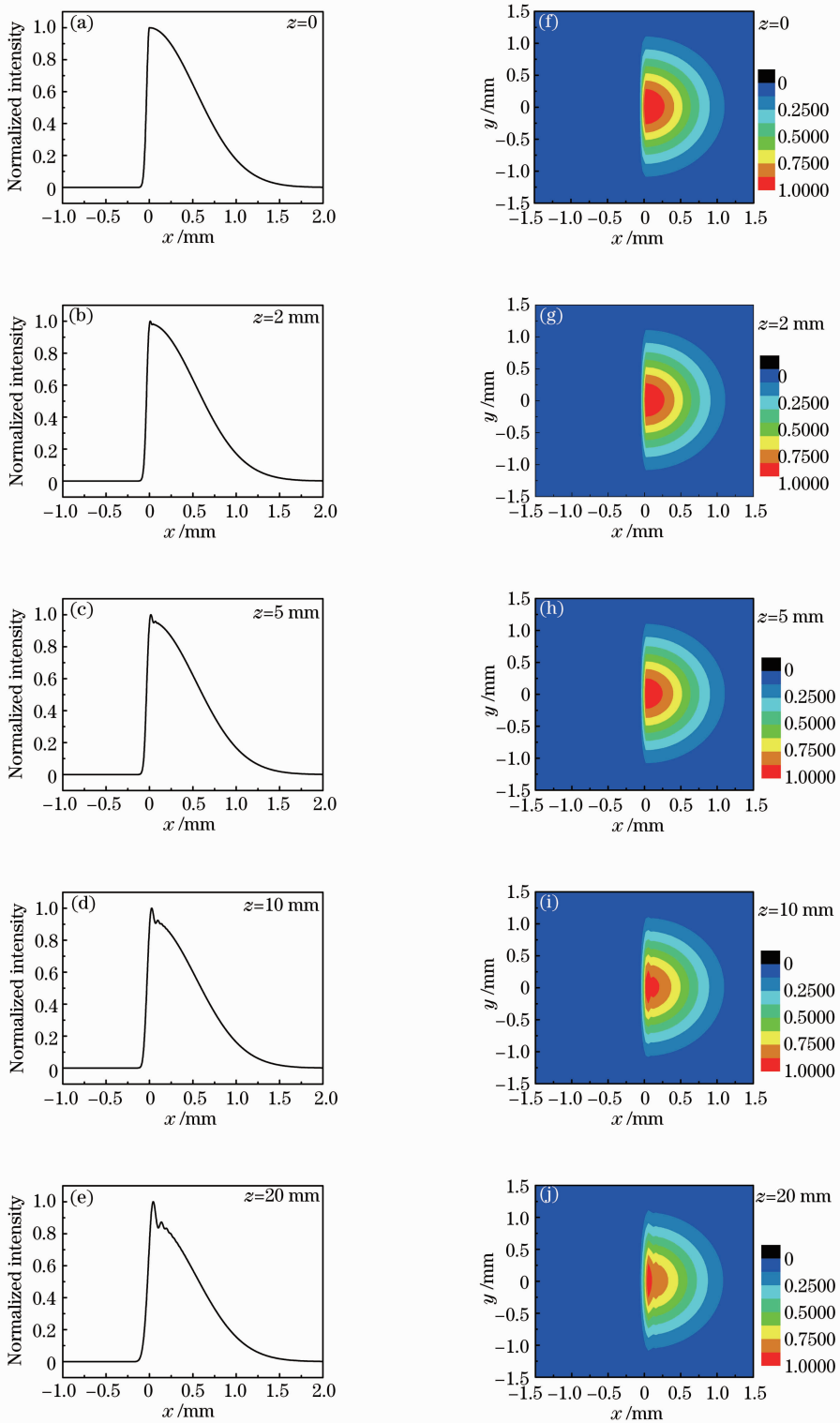


图 1 半高斯激光束在自由空间传输时不同位置处的归一化光强分布。(a)~(e) $z=0, 2, 5, 10, 20$ mm 处的一维归一化光强分布曲线；(f)~(j) 相应的二维归一化光强分布等高线图

Fig. 1 Normalized light intensity distributions of the semi-Gaussian laser beams propagating in free space at different propagation distances. (a)~(e) 1D normalized light intensity distributions at the distances of 0, 2, 5, 10, 20 mm, respectively; (f)~(j) corresponding 2D contour graphs

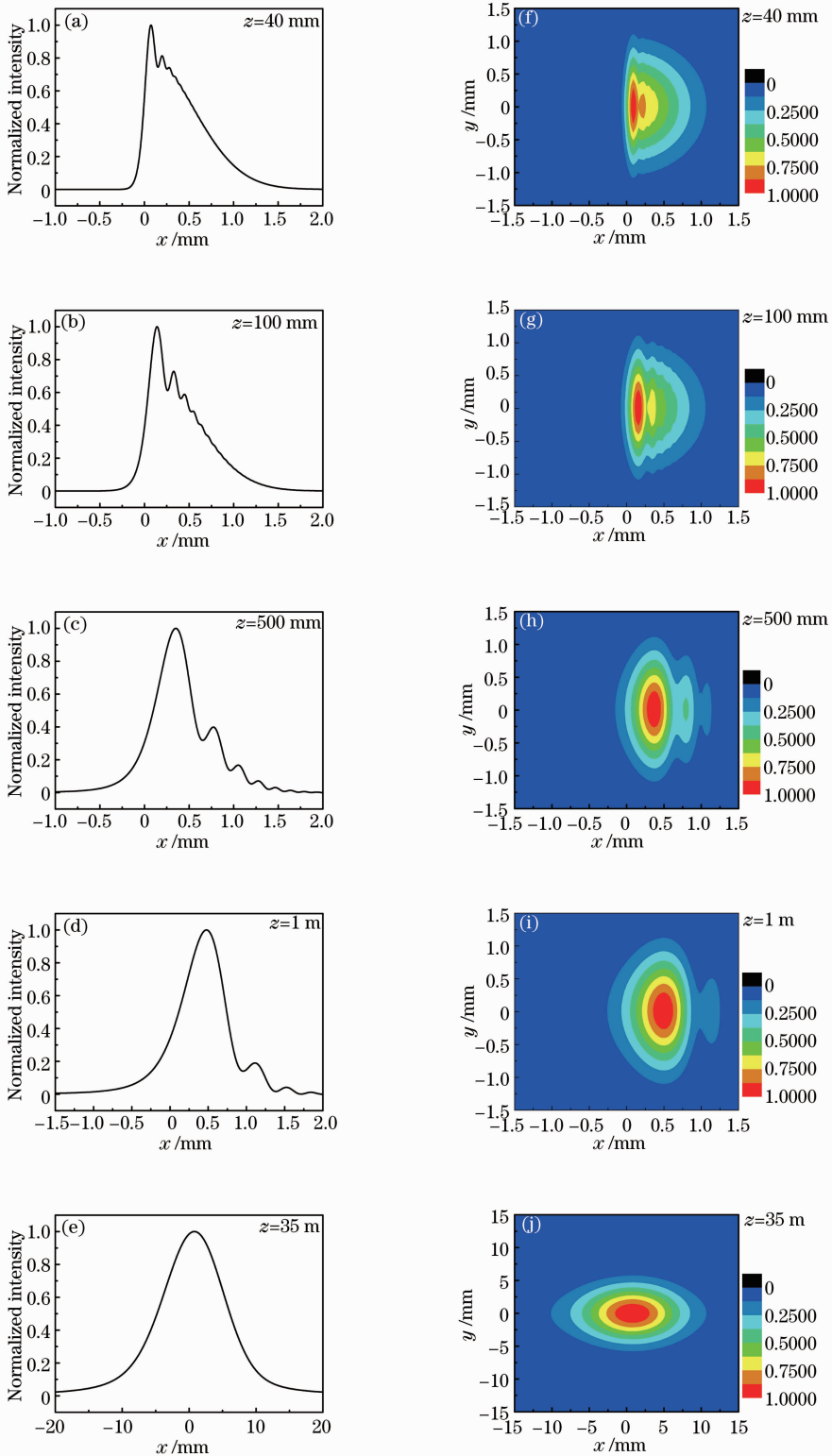


图 2 半高斯激光束在自由空间传输时不同位置处的归一化光强分布。(a)~(e) $z=40$ mm, 100 mm, 500 mm, 1 m, 35 m 处的一维归一化光强分布曲线；(f)~(j) 相应的二维归一化光强分布等高线图

Fig. 2 Normalized light intensity distributions of the semi-Gaussian laser beams propagating in free space at different propagation distances. (a)~(e) 1D normalized light intensity distributions at the distances of 40 mm, 100 mm, 500 mm, 1 m and 35 m, respectively; (f)~(j) are the corresponding 2D contour graphs

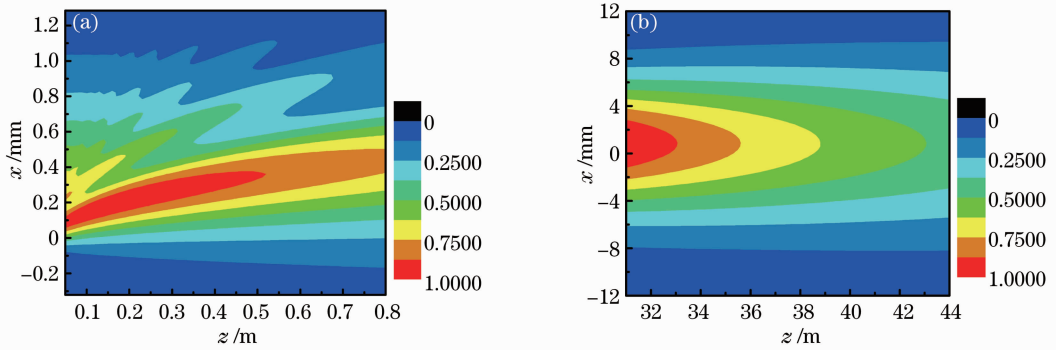


图3 传输方向上半高斯激光束光强分布变化图。(a)传输距离 z 从0.05 m到0.8 m的一维光强分布变化图；
(b)传输距离 z 从31 m到44 m的一维光强分布变化图

Fig. 3 Intensity distributions of the semi-Gaussian laser beams with different propagation distances. (a) From 0.05 m to 0.8 m; (b) from 31 m to 44 m

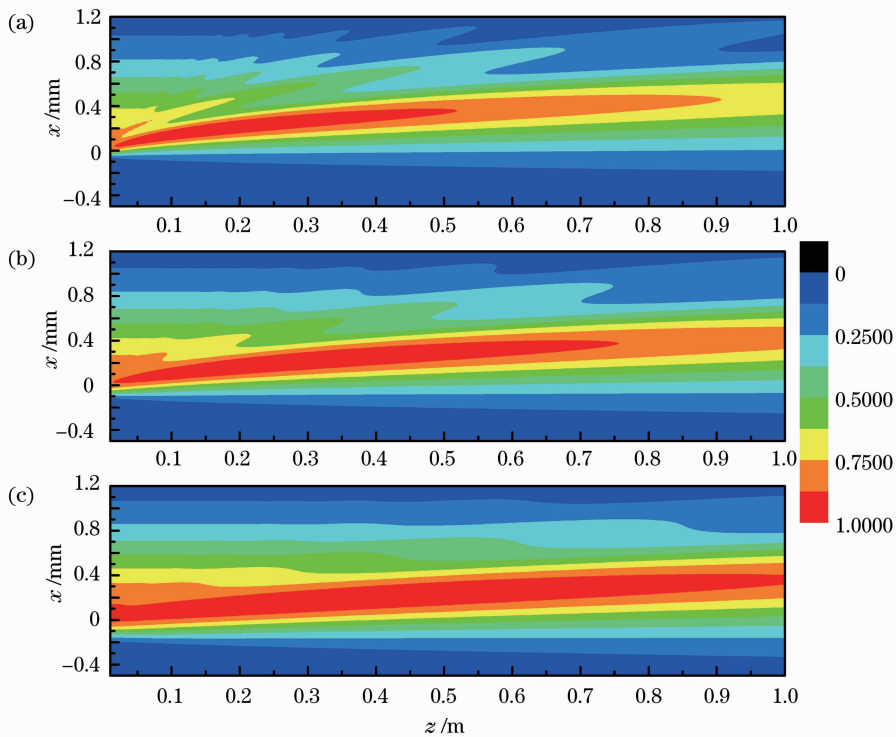


图4 不同上升沿宽度的半高斯激光束在不同传输距离处的光强分布。(a) $w_B = 61.2 \mu\text{m}$; (b) $w_B = 120 \mu\text{m}$;
(c) $w_B = 200 \mu\text{m}$

Fig. 4 Intensity distributions of three semi-Gaussian laser beams at different propagation distances with
(a) $w_B = 61.2 \mu\text{m}$, (b) $w_B = 120 \mu\text{m}$ and (c) $w_B = 200 \mu\text{m}$

4 结 论

利用惠更斯-菲涅耳衍射积分,推导出了半高斯激光束在自由空间不同传输距离处的光强分布表达式。通过该式,选择实验所得的半高斯激光束参数,数值计算了半高斯激光束在自由空间中不同传输距离处的光强分布。研究结果显示半高斯激光束在近场能保持半高斯激光束的形状,随着传输距离的增加,衍射条纹越来越明显且上升沿宽度逐渐展宽,最后在远场半高斯激光束衍化为对称性光束。通过研究还发现半高斯激光束在自由空间传输衍化过程中随着传输距离的增加,半高斯激光束的光斑不断发散,最大光强逐渐降低。最后还研究了不同对称性的半高斯激光束在自由空间的传输特性,结果表明对称性越好的半高斯激光束在

自由空间传输稳定性越好,但最终在远场都衍化为相同的对称性光束。这些半高斯激光束在自由空间的传输特性将对半高斯激光束的具体应用有指导作用。

参 考 文 献

- 1 C Tamm. Frequency locking of two transverse optical modes of a laser [J]. *Phys Rev A*, 1988, 38(11): 5960—5963.
- 2 Ma Liang, Wu Fengtie, Huang Qilu. A new type of combined axicon for generating non-diffracting Bessel beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(8): 2417—2420.
马 亮, 吴逢铁, 黄启祿. 一种产生无衍射贝塞尔光束的新型组合锥透镜[J]. *光学学报*, 2010, 30(8): 2417—2420.
- 3 Gao Weijian, Wang Wenbao, Zhu Shiqun. Obtaining hollow beam using dislocation grating [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, 18(10): 1467—1469.
高伟建, 王文宝, 朱士群. 利用位错光栅实现中空光束[J]. *光学学报*, 1998, 18(10): 1467—1469
- 4 H Ito, K Sakaki, W Jhe, *et al.*. Atomic funnel with evanescent light [J]. *Phys Rev A*, 1997, 56(1): 712—718.
- 5 Yaling Yin, Yong Xia, Jianping Yin. A neat semi-Gaussian laser beam with no diffraction fringes: theoretical analysis [J]. *Opt Commun*, 2008, 281(22): 5511—5514.
- 6 Yaling Yin, Xinjie Lü, Lina Zhao, *et al.*. Nonlinear generation of a neat semi-Gaussian laser beam with a transversely varying periodically-poled LiTaO₃ crystal [J]. *Opt Express*, 2011, 19(6): 5297—5302.
- 7 Yaling Yin, Yong Xia, Jianping Yin. Deceleration of a continuous-wave (CW) molecular beam with a single quasi-CW semi-Gaussian laser beam [J]. *Chin Phys B*, 2008, 17(10): 3672—3677.
- 8 Xia Yong, Yin Jianping. Atomic mirrors and their applications [J]. *J Atomic and Molecular Physics*, 2005, 22(2): 385—392.
夏 勇, 印建平. 原子反射镜及其应用[J]. *原子与分子物理学报*, 2005, 22(2): 385—392.
- 9 Zheng Ping, Gao Weijian, Yin Jianping. Novel atomic mirror with a blue-detuned semi-Gaussian beam [J]. *Chin Phys Lett*, 2003, 20(3): 379—382.
- 10 Yin Yaling, Zhou Qi, Xia Yong, *et al.*. A novel mirror for cold molecules with a semi-Gaussian beam [J]. *Chin Phys Lett*, 2008, 25(9): 3215—3218.
- 11 Yin Yaling. Theoretical Studies on Optical Stark Deceleration and Reflection for Neutral Molecules [D]. Shanghai: East China Normal University, 2008. 42—53.
尹亚玲. 中性分子束光学 Stark 减速与反射的理论研究[D]. 上海: 华东师范大学, 2008. 42—53.
- 12 Zheng Ping, Gao Weijian, Yin Jianping. Diffracted field distribution from a knife-edge truncated semi-Gaussian beam as an atomic (molecular) mirror [J]. *Chin Phys*, 2006, 15(1): 116—125.
- 13 Yao Qijun. Optical Tutorial [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. 94—97.
姚启钧. 光学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002. 94—97.