

分数阶傅里叶变换对 CO-OFDM 系统高峰均功率比的抑制性能研究

刘畅 童峥嵘 曹晔 张卫华

(天津理工大学 薄膜电子与通信器件重点实验室, 天津 300384)

摘要 高峰均功率比(PAPR)是影响光正交频分复用(OOFDM)系统性能的主要因素。提出了用分数阶傅里叶变换(FRFT)取代传统快速傅里叶变换(FFT)的新型相干光正交频分复用(CO-OFDM)系统。重点分析了FRFT降低系统PAPR的原理,并通过光路系统中的仿真实验证明,该算法对PAPR具有明显的抑制效果,但这种抑制效果并不能无限提升,当阶数低于0.001时,其抑制效果不再发生显著变化。

关键词 光通信;光正交频分复用;分数阶傅里叶变换;峰均功率比

中图分类号 TN913.7 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP50.100605

Research on the Ability of Fractional Fourier Transform to Reduce PAPR in CO-OFDM System

Liu Chang Tong Zhengrong Cao Ye Zhang Weihua

(Key Laboratory of Film Electronics and Communication Devices, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

Abstract The high peak-average power ratio (PAPR) is a major factor affecting the performance of the optical orthogonal frequency division multiplexing (OOFDM) system. We put forward a novel coherent optical orthogonal frequency division multiplexing (CO-OFDM) system in which we use the fractional Fourier transform (FRFT) to replace the traditional fast Fourier transform (FFT). Focus is put on the analysis of the principle that FRFT can reduce PAPR. The optical system simulation experiments show that the algorithm has obvious inhibitory effect on PAPR, but this inhibition cannot be improved infinitely; when the order is less than 0.001, the effect is no longer changed significantly.

Key words optical communications; optical orthogonal frequency division multiplexing; fractional Fourier transform; peak to average power ratio

OCIS codes 060.4510; 060.2430; 070.4340

1 引言

正交频分复用(OFDM)技术已经广泛使用在无线通信中,但直到近些年才开始应用于光通信,这主要是由于近年来对于光通信数据传输速率的进一步提高以及数字信号处理(DSP)技术的发展使得以超高速率处理数据成为可能^[1]。光正交频分复用(OOFDM)技术结合了OFDM与光通信的优点,既可以在光网络中有效地提高系统抵抗偏振模色散与色度色散的能力^[2],又可应用于高速长距离传输。然而,同无线OFDM系统一样,OOFDM系统依然存在峰均功率比(PAPR)高的问题^[3]。

多年来,研究人员已经提出多种技术以减少这一因素对系统的影响。这些技术可分为三类^[4-7]:第一类是基于编码的技术,如Reed-muller(RM)码,分组码等等,这类技术的性能与子载波个数有直接关系。第二类是限幅类技术,这类技术可以看做是通过增加一个额外的信号来降低PARR,比如削峰法、音频保留法以及星座扩展法等,这类技术的缺点是会提高系统的发射功率。第三类是概率类技术,比如部分传输序列法、

收稿日期: 2013-06-19; 收到修改稿日期: 2013-06-20; 网络出版日期: 2013-08-20

基金项目: 天津市自然科学基金(11JCYBJC00100)

作者简介: 刘畅(1987—),男,硕士研究生,主要从事光纤通信方面的研究。E-mail: k_ings3323@126.com

导师简介: 童峥嵘(1971—),女,博士,教授,主要从事光纤通信方面的研究。E-mail: zhrong@sohu.com

随机相位法以及选择性映射。此类技术对 PAPR 的影响很显著,但复杂度较高,而且需要传输边带信息。

关于分数阶傅里叶变换(FRFT)的研究,人们最早将其引入到多载波系统上用于取代快速傅里叶变换(FFT)是为了处理信道为时频双选择性时的非平稳信号^[8]。这是因为这种情况下信道的频响是快速时变的,这就需要子信道的载波载频是时变的,并且能够在任意时刻分解信道的频率失真。而通过基于 FRFT 的 OFDM 系统,可以近似满足这些要求。

2008 年,研究人员提出用 FRFT 来取代快速傅里叶变换降低系统的 PAPR,这种变换的优势在于该变换特定时频平面上为线性变换并且信号与噪声间为弱相关^[9]。这种方法显著降低了 PAPR 值而且没有引入额外的复杂度,因为 FRFT 的复杂度与 FFT 相同。

本文采用 Matlab 和 OptiSystem 软件,建立基于 FRFT 的 CO-OFDM 系统的仿真平台,结合信号光路时域波形图对系统 PAPR 的抑制情况进行研究。

2 OOFDM 信号中的 PAPR

OOFDM 信号由多个等带宽子信道上的独立调制信号组成。一个包含 N 个子载波的多载波信号,其复基带形式可以表示为

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{NT_s}} \sum_{l=0}^{N-1} X \exp(j2\pi l \Delta f t), \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad (1)$$

式中 Δf 为子载波间距, N 为子载波个数, T_s 表示有效的数据块周期。在 OFDM 系统中,子载波是相互正交的,即 $\Delta f = \frac{1}{NT_s}$ 。

在 OOFDM 系统中,子载波信号的调制方式始终是相干的。从(1)式可以看出,OFDM 信号在时域上表现为 N 个子载波时域波形的叠加。如果这些子载波的随机相位在某一时刻同相,将会产生很大的峰值功率,这会破坏子载波之间的正交性。一般用 PAPR 来表示这一因素。随着 PAPR 的增大,将会增加模数(A/D)、数模(D/A)转换器的复杂度,降低马赫-曾德尔调制器(MZM)的功率效率。此外,如果信号的 PAPR 值过高,MZM 的非线性传递函数也将引进更高的非线性失真^[10]。

PAPR 的定义式为

$$R_{\text{PAP}} = \frac{\max |x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]}, \quad (2)$$

式中 $E[\cdot]$ 表示数学期望, \max 为信号峰值的最大值。

互补累积分布函数(CCDF)是 PAPR 抑制技术性能主要指标之一。它主要表示一个数据序列的 PAPR 超过给定阈值 z 的概率。对数据序列采样的 CCDF 公式为

$$P(R_{\text{PAP}} > z) = 1 - P(R_{\text{PAP}} \leq z) = 1 - [1 - \exp(-z)]^N. \quad (3)$$

3 FRFT 抑制 PAPR 的原理分析

FRFT 可以看做是傅里叶变换的推广^[11]。一个信号 $x(t)$ 的分数阶傅里叶变换定义为

$$X_p(u) = F_p\{x(t)\}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_p(t, u) dt, \quad (4)$$

式中 p 是 FRFT 的阶数, $p \cdot \frac{\pi}{2}$ 是 FRFT 角,即完成一次 FRFT 所对应的时频平面旋转角度。 $K_p(t, u)$ 为 FRFT 的变换核心,其定义为

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cot[p \cdot (\pi/2)]}{2\pi}} \exp\left[j \frac{t^2 + u^2}{2} \cot\left(p \cdot \frac{\pi}{2}\right) - jut \csc\left(p \cdot \frac{\pi}{2}\right)\right], & p \cdot \frac{\pi}{2} \neq n\pi \\ \delta(t - u), & p \cdot \frac{\pi}{2} = 2n\pi \\ \delta(t + u), & p \cdot \frac{\pi}{2} = (2n - 1)\pi \end{cases}. \quad (5)$$

FRFT 可以认为是信号在直角坐标系中一条过原点的直线上的投影,这样就与时间轴形成了一个角度,这个角度即 FRFT $p \cdot (\pi/2)$ 角^[12]。从(5)式可以看出,该角度是任意的,并不唯一。这也正如前文中所提到的,分数阶傅里叶变换可以看做是傅里叶变换的推广。因为每进行一次傅里叶变换,对应于时频平面上 $\pi/2$ 的角度变换(相当于 FRFT 阶数 $p=1$ 时),即该角度在傅里叶变换域为固定值。因此,对于阶数 $p \neq 1$ 的情况,传统傅里叶变换不能应用。

不同角度的 FRFT 对 PAPR 的抑制情况如图 1 所示。其中,FRFT 信号采用正交幅度调制(QAM)。为了得到比较完整的对比结果,阶数跨度选择从 10^{-6} 到 0.9,即从阶数趋于 0 到阶数趋于 1 的范围。从图 1 中可以看出,改变 FRFT 角会对 PAPR 产生影响,当角度趋于 $\pi/2$,即阶数趋于 1 时,对 PAPR 的抑制效果同 FFT 相当;当角度趋于 0,即阶数趋于 0 时,对 PAPR 的抑制效果更明显。然而,通过图 1 可以看出,当阶数小于 0.001 时,抑制效果不再有大幅提高,FRFT 对 PAPR 的抑制能力趋于饱和。下面对 FRFT 降低 PAPR 的作用进行分析讨论。

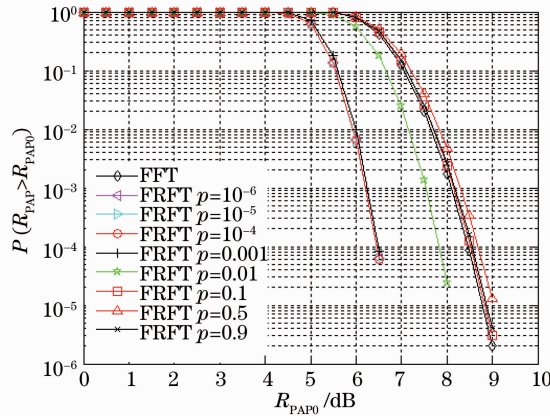


图 1 不同阶数的 CCDF 曲线

Fig.1 CCDF curves of different orders

通过 PAPR 的定义(2)式可以看出,降低 PAPR 的方案有两个:降低峰值功率或者提高平均功率。而提高平均功率的同时会增加系统的成本,所以一般的 PAPR 抑制算法都采用降低峰值功率的方法。对于 FRFT 的抑制原理按照 PAPR 的定义式分为两步进行讨论。

首先,对 FRFT 模块下的平均功率进行分析。根据 Martone^[8]提出的多载波系统的 FRFT 可知,一次 FRFT 可表示成

$$\mathbf{F}^p = \mathbf{D}\mathbf{K}_p(t, u)\mathbf{J}, \quad (6)$$

式中 \mathbf{D} 为抽取矩阵, \mathbf{J} 为插值矩阵。因此,OFDM 信号经过逆 FRFT(IFRFT)后的离散信号表示形式为

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{D}\mathbf{K}_{-p}(k, m)\mathbf{J}\mathbf{a}(n) = \mathbf{D}\mathbf{a}_{-p}(n), \quad (7)$$

式中 k, m 为分数阶傅里叶域的时频平面变量 t, u 的离散值, $\mathbf{a}_{-p}(n)$ 可由式(8)得到:

$$\begin{aligned} [\mathbf{a}_{-p}(n)]_{m+N+1} &= \sum_{k=-N}^N \mathbf{K}_{-p}(k, m) [\mathbf{J}\mathbf{a}(l)]_{k+N+1} = \\ &= \frac{A_{-p}}{2\sqrt{N}} \sum_{k=-N}^N \exp(j\pi\varphi_{-p} \frac{m^2}{4N} - j2\pi\beta_{-p} \frac{mk}{4N} + j\pi\varphi_{-p} \frac{k^2}{4N}) [\mathbf{J}\mathbf{a}(n)]_{k+N+1} = \\ &= \frac{A_{-p}}{2\sqrt{N}} \exp\left[j\pi(\varphi_{-p} - \beta_{-p}) \frac{m^2}{4N}\right] \sum_{k=-N}^N x_k y_{m-k}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$A_p = \sqrt{\csc(p\pi/2)} \cdot \exp\{-j\pi\text{sign}[\sin p\pi/2]/4 + jp\pi/2\}, y_m = \exp\left(j2\pi\beta_{-p} \frac{m^2}{4N}\right),$$

$$x_k = \exp\left[j\pi(\varphi_{-p} - \beta_{-p}) \frac{k^2}{4N}\right] [\mathbf{J}\mathbf{a}(n)]_{k+N+1}, \varphi = \cot \alpha, \beta = \csc \alpha.$$

由(6)式可将(2)式中分母部分的均值变为 $E\{[\mathbf{D}\mathbf{a}_{-p}(n)] \cdot [\mathbf{D}\mathbf{a}_{-p}(n)]^*\}$ 。由 FRFT 的性质可知,该变换

具有酉性,其变换核满足 $K_{-p}(u, u') = K_p^*(u', u)^{[13]}$ 。由于酉空间的酉变换保持内积不变,因此对应于分数阶傅里叶域的任意阶数变换 $E[\cdot]$ 值固定。

下面对 FRFT 的峰值功率进行分析。由于 FRFT 当阶数连续改变时其变换后曲线在以阶数为变量时亦保持连续,因此,当阶数逐渐趋于 0 时,经过 IFRFT 后的时域波形就逐渐趋近于其频谱曲线。OFDM 信号子载波间保持正交,其频谱如图 2 所示,其中 f 表示频率, F 表示幅度。OFDM 信号采用 QAM 调制。从图 2 可以看出,各子载波的频谱叠加不会产生如时域波形叠加后的高峰值。因此,理论上阶数越小时,叠加后产生的峰值越小。

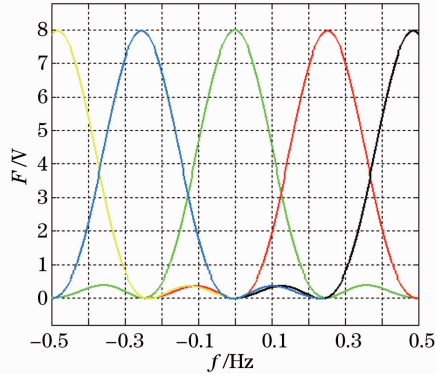


图 2 OFDM 正交子载波频谱图

Fig. 2 Spectrum of OFDM orthogonal subcarriers

通过以上分析可知,经过 IFRFT 之后的信号,均值功率相比 FFT 没有太大变化,但随着阶数的减小,峰值功率会有一定的降低。因此,FRFT 具有降低 PAPR 的性能,且该性能是由于 FRFT 阶数对信号峰值功率的影响产生的。但是,当阶数减小到一定程度时,其 PAPR 抑制情况不再有大改变,这主要由于阶数较低时经过变换的时域波形不再发生较大变动。因此,对于子载波数目较多的系统,可能需要结合其他降低 PAPR 的算法。下面在实际光路仿真系统中分析并验证 FRFT 的这种性能。

4 基于 FRFT 的 CO-OFDM 系统

采用 CO-OFDM 技术作为系统传输模型,它在射频 OFDM 技术的基础上结合了相干检测技术的优点^[14]。相干光通信与正交频分复用相互促进^[15],OFDM 技术使得相干系统易于进行相位与信道估计,计算效率高,而相干系统满足了 OFDM 所需的线性关系。

本文选用的相干检测系统是直接上/下变频结构,这种结构的优点是降低了发射机和接收机对电信号的

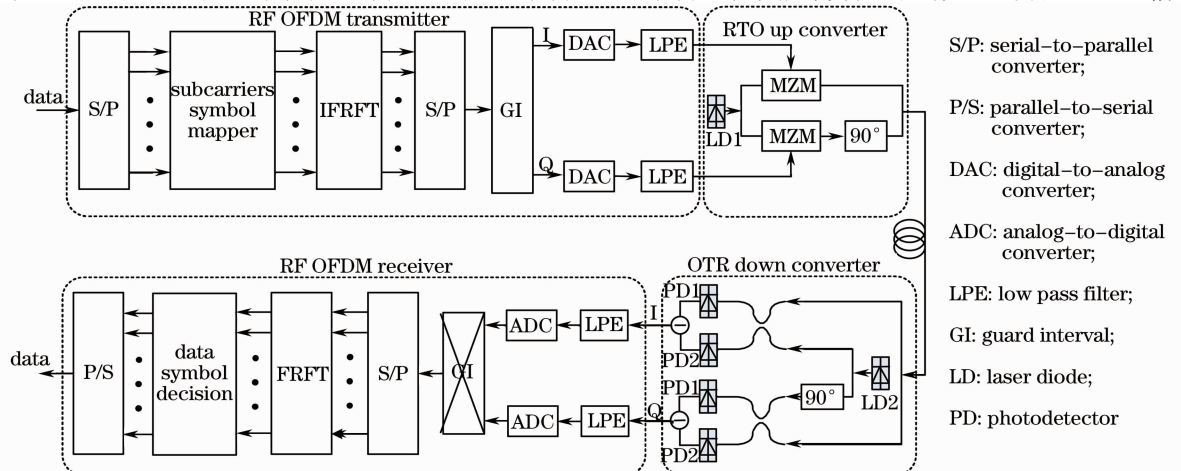


图 3 基于 FRFT 的 CO-OFDM 系统

Fig. 3 CO-OFDM system based on FRFT module

带宽要求。完整的 CO-OFDM 系统框图如图 3 所示。

该系统可分为电域和光域两部分。其中,电域部分包括射频(RF)OFDM 信号发射机与射频 OFDM 信号接收机,用于产生和恢复 OFDM 基带与射频信号。该部分的仿真工作在 Matlab 软件中完成。光域部分包括射频到光(RTO)的上变频器、光到射频(OTR)的下变频器以及光信道。RTO 上变频器与 OTR 下变频器用于完成射频信号与光信号的线性转换,光信道用于传输光 OFDM 信号。该部分的仿真工作主要在 OptiSystem 软件中完成。

5 系统仿真

利用 OptiSystem 构建一个 CO-OFDM 的光通信信道模型,将 Matlab 产生的射频 OFDM 信号输入到系统发射端。接收端采用相干检测,恢复电信号。系统考虑到了光学器件的调制噪声等因素,能够更好地接近实际情况,系统结构如图 3 所示。

在仿真实验中,采用 QAM 调制方式,子载波数为 128,采样率为 8 倍,这高于实际系统中的采用率,单位时间长度为 0.1 ns。取循环前缀(CP)长度为 16 bit,完整 OFDM 符号长度为 144 bit,即符号周期为 14.4 ns,其中 CP 为 1.6 ns。射频的低通滤波器(LPF)用来滤除经过数模转换器(DAC)后产生的判决误差噪声,其截止频率为 2.5 GHz。射频 OFDM 信号总长为 249984。光源采用发送功率为 -5 dBm 的连续激

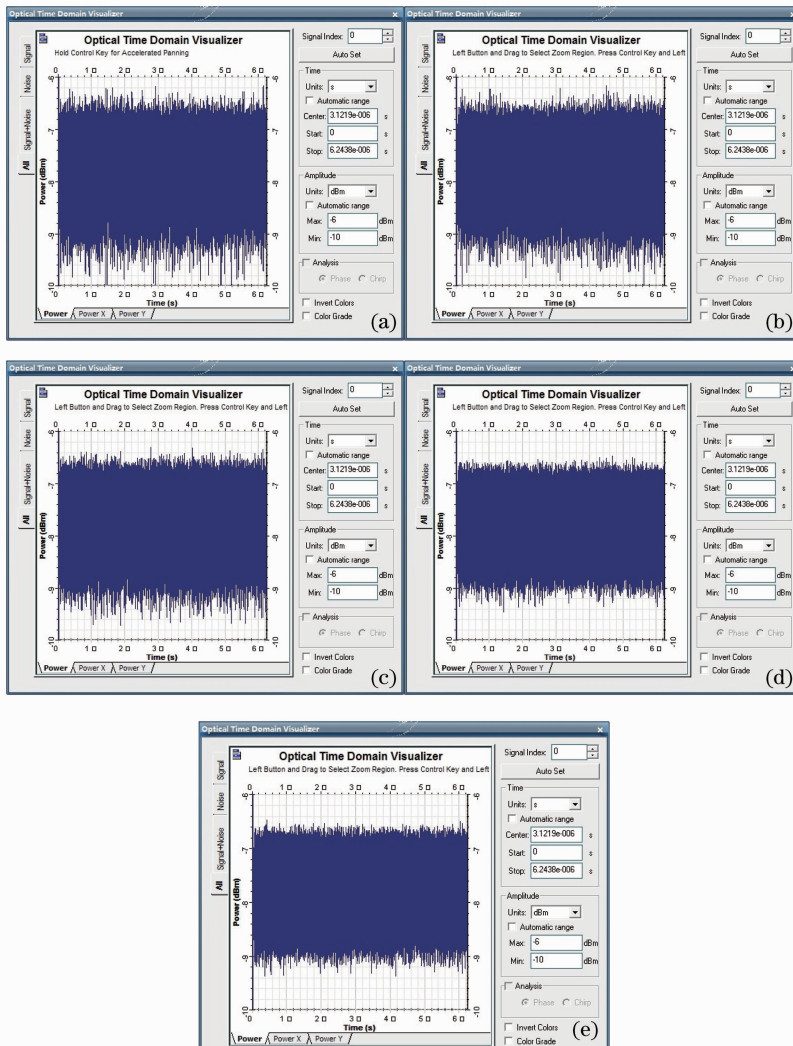


图 4 OFDM 光域信号功率对比图。(a) FFT; (b) $p=0.1$; (c) $p=0.01$; (d) $p=0.001$; (e) $p=0.0001$

Fig. 4 Comparison of OFDM signal power in optical domain. (a) FFT; (b) $p=0.1$;

(c) $p=0.01$; (d) $p=0.001$; (e) $p=0.0001$

光器,两个激光器的中心频率均为 193.1 THz,线宽 100 kHz。光纤采用 1550 nm 单模光纤,色散常数为 16 ps/(nm·km),光纤长度为 5×80 km。为了便于比较,选择 FRFT 阶数为 0.1、0.01、0.001、0.0001 以及原 FFT 信号进行对比。

在光路中,如果 OFDM 信号 PAPR 值较高,将导致电光转换后的光信号峰值功率较大。因此,可以通过观察马赫-曾德尔调制器调制后的光信号功率的时域波形来观察 OFDM 信号的峰值情况。通过前面的分析可知,FRFT 阶数的改变对均值功率影响不大,因此可以通过观察到的峰值情况反映出系统 PAPR 的大小。

原始 OFDM 信号以及基于 FRFT 阶数分别为 0.1、0.01、0.001、0.0001 的 CO-OFDM 信号光时域波形图如图 4 所示。为方便比较,设定横轴时间为 0~6.24 μ s,纵轴功率为 -10~-6 dBm。

由图 4 可以直观地看出,原始 OFDM 信号中峰值过高现象比较普遍,大部分峰值信号功率超过 -6.4 dBm,甚至多处峰值在 -6.2 dBm,说明 PAPR 高的问题比较严重;图 4(b)中峰值情况并未有较好改善,高峰值大小和出现次数与图 4(a)相当,说明 FRFT 阶数趋近于 1 时,对 PAPR 抑制作用不明显;由图 4(c)中可以看出峰值功率均保持在 -6.2 dBm 以下,多数峰值在 -6.4 dBm 附近;而图 4(d)和(e)中峰值功率较低,最高峰值均在 -6.4 dBm 以下,且无明显高峰值,但两图中最高峰值大小相当,出现数量均较少。通过图 4(c)~(e)可看出,随着阶数的降低,PAPR 抑制效果提高,但阶数低于 0.001 后,降低效果不发生显著变化。

对于 OFDM 系统的数据发送,并非每次都会出现高峰值,因此,为了考虑更一般的情况,还需要进行多次测量。由于系统发送数据量非常大(仿真系统中每次发送数据量为 249984 bit),所以 PAPR 的出现概率还是比较高的。这里选择测量 10 次来量化算法性能指标。根据图 4 高峰值的大小范围选择 -6.6 dBm、-6.4 dBm 和 -6.2 dBm 三个峰值门限,记录超过门限的次数与最高峰值。具体数值如表 1 所示。

表 1 重复实验的实验数据

Table 1 Experimental data of repeat tests

	FFT				FRFT, $p=0.1$			
	Max peak /dBm	Counts beyond -6.6 dBm	Counts beyond -6.4 dBm	Counts beyond -6.2 dBm	Max peak /dBm	Counts beyond -6.6 dBm	Counts beyond -6.4 dBm	Counts beyond -6.2 dBm
1	-6.19	408	61	6	-6.17	400	51	4
2	-6.13	411	63	3	-6.11	404	45	3
3	-6.02	425	59	5	-6.05	418	57	3
4	-6.03	411	54	5	-6.05	405	48	2
5	-6.10	407	48	6	-6.10	411	52	4
6	-6.17	405	59	4	-6.15	405	48	2
7	-6.15	413	52	5	-6.14	401	44	4
8	-6.08	403	52	2	-6.11	405	53	2
9	-6.03	415	47	5	-6.13	410	47	2
10	-6.10	418	57	5	-6.12	408	49	5
Average	-6.100	411.6	55.2	4.6	-6.113	406.7	49.4	3.1
	FRFT, $p=0.01$			FRFT, $p=0.001$		FRFT, $p=0.0001$		
	Max Peak /dBm	Counts beyond -6.6 dBm	Counts beyond -6.4 dBm	Counts beyond -6.2 dBm	Max Peak /dBm	Counts beyond -6.6 dBm	Counts beyond -6.6 dBm	
1	-6.32	313	19	0	-6.44	63	56	
2	-6.26	283	17	0	-6.49	59	59	
3	-6.16	309	15	1	-6.51	52	50	
4	-6.18	314	21	1	-6.43	56	48	
5	-6.28	317	20	0	-6.46	54	56	
6	-6.25	301	20	0	-6.42	63	55	
7	-6.25	298	16	0	-6.48	46	41	
8	-6.28	312	28	0	-6.44	58	54	
9	-6.24	315	26	0	-6.43	54	47	
10	-6.24	307	22	0	-6.42	46	46	
Average	-6.246	306.9	20.4	0.2	-6.452	55.1	51.2	

将超过各门限峰值的次数与总数据量作对比得到超过各门限峰值概率,如图 5 所示。

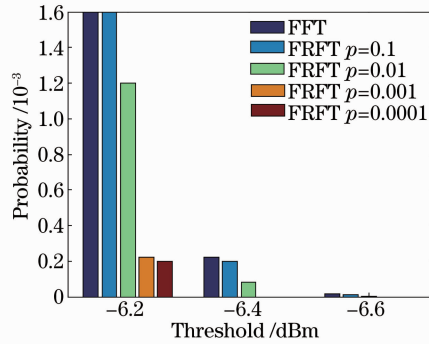


图5 五种情况下的峰值概率

Fig. 5 Probability of peak in five cases

结合表1与图5可以看出,求10次重复实验的均值发现FFT与FRFT阶数为0.1的结果相差不大,超过各门限的峰值概率相当,最大峰值相差仅0.003 dB;FRFT阶数为0.01时,峰值概率有所降低,且最大峰值在FFT基础上降低了0.146 dB;FRFT阶数为0.001与0.0001的结果相差不大,最大峰值仅相差0.008 dB,且没有高于-6.4 dBm的高峰值,超过-6.6 dBm的次数相比阶数为0.01时又有大幅降低。

由以上分析可以看出,FRFT相比FFT在阶数改变时会对OFDM系统的PAPR产生影响,且在一定范围内,PAPR会随着阶数降低而降低。但是当阶数小于0.001时,FRFT对PAPR的抑制能力达到饱和,PAPR不再有显著降低。

最后,对FRFT与FFT的可靠性做对比分析。由于FRFT与FFT作用一样,即对信号做正交调制,因此,并不会引入噪声或对信号产生失真,其误码性能相当。图6为两种算法的误码率(BER)对比,这里FRFT仅考虑阶数为0.1与0.001的误码率以显示不同阶数的对比。

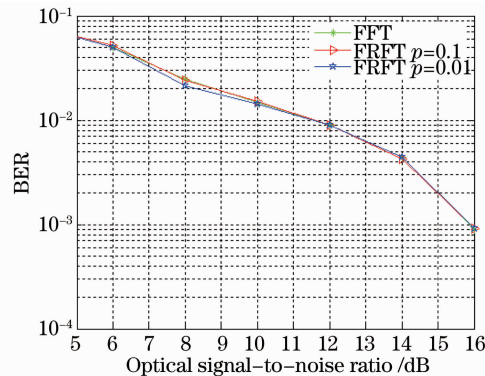


图6 FRFT与FFT误码率对比图

Fig. 6 BER comparison between FRFT and FFT

由图6可以看出,FRFT与FFT的误码性能基本一致但存在微小偏差。由于三次变换均对同组初始数据进行处理,因此偏差的原因主要来自于仿真实验中存在的随机性。在实际系统中这种偏差应该会更明显,但两种算法不会有明显的误码性能强弱之分。

6 结 论

提出用分数阶傅里叶变换取代传统的傅里叶变换结构改善光OFDM系统的PAPR性能。FRFT相当于FFT的扩展,两者计算复杂度相当,并不会给系统的误码率等性能带来影响。这里用到了FRFT变换范围广、时频转换角度任意的优势,研究了传统傅里叶变换所不能应用的情形。重点对FRFT的PAPR抑制性能进行分析。采用OptiSystem软件搭建了基于FRFT的CO-OFDM系统,通过与传统FFT系统的光路对比分析表明,FRFT结构对于光OFDM系统的PAPR具有有效的抑制作用,且在一定范围内随着阶数的降低,抑制效果越发明显,但抑制效果在阶数小于0.001时趋于饱和。因此可以证明,采用FRFT算法取代

传统 FFT 算法可以使系统的 PAPR 得到一定的改善,但当系统子载波数过多或对系统的 PAPR 有更加严格的要求时,还需结合其他抑制算法来进一步降低 PAPR。

参 考 文 献

- 1 J Armstrong. OFDM for optical communications[J]. J Lightwave Technol, 2009, 27(3): 189–204.
- 2 Zhang Yaping, Ma Xiurong, Bai Yuan, *et al.*. Impact of subcarrier's number on bit error rate of asymmetrically clipped optical orthogonal frequency division multiplexing[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(6): 0605001.
张亚平, 马秀荣, 白 媛, 等. 子载波个数对非对称限幅光正交频分复用误码率的影响[J]. 中国激光, 2012, 39(6): 0605001.
- 3 Chen Hongxian, Chen Lin, Yu Jianjun, *et al.*. Experimental investigation for 60 GHz radio-over-fiber system employing orthogonal frequency-division multiplexing format based on companding transform[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0306002.
陈虹先, 陈 林, 余建军, 等. 基于压扩变换的 60 GHz 正交频分复用光载无线通信系统实验研究[J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0306002.
- 4 Joo H S, Heo S J, Jeon H B, *et al.*. A new blind SLM scheme with low decoding complexity for OFDM systems[J]. IEEE Trans Broadcasting, 2012, 58(4): 669–676.
- 5 Sabbaghian M, Kwak Y, Smida B, *et al.*. Near Shannon limit and low peak to average power ratio turbo block coded OFDM [J]. IEEE Trans Communications, 2011, 59(8): 2042–2045.
- 6 Slimane Ben Slimane. Reducing the peak-to-average power ratio of OFDM signals through pre-coding [J]. Vehicular Technology, 2007, 56(2): 686–695.
- 7 Y Wang, Z Luo. Optimized iterative clipping and filtering for PAPR reduction of OFDM signals [J]. IEEE Trans Communications, 2011, 59(1): 33–37.
- 8 Martone Massimiliano. A multi-carrier system based on the fractional Fourier transform for time-frequency-selective channels[J]. IEEE Trans Communications, 2001, 49(6): 1011–1020.
- 9 Dan Xie, Shouyi Yang, Lin Qi, *et al.*. PAPR reduction of FRFT-based MB-OFDM ultra wide band signals[C]. WiCOM '08 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2008.
- 10 Xiao J, Yu J, Li X, *et al.*. Hadamard transform combined with companding transform technique for PAPR reduction in an optical direct-detection OFDM system[J]. J Opt Commun Networking, 2012, 4(10): 709–714.
- 11 Chen Enqing, Tao Ran, Zhang Weiqiang, *et al.*. The OFDM system and equalization algorithm based on the fractional Fourier transform[J]. Chinese J Electronics, 2007, 35(3): 409–414.
陈恩庆, 陶 然, 张卫强, 等. 一种基于分数阶傅里叶变换的 OFDM 系统及其均衡算法[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 409–414.
- 12 Ran Tao, Xiangyi Meng, Yue Wang. Image encryption with multiorders of fractional Fourier transforms[J]. Information Forensics and Security, 2010, 5(4): 734–738.
- 13 Tao Ran, Deng Bing, Wang Yue. The Fourier Transform and Its Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
陶 然, 邓 兵, 王 越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- 14 Hao Yaohong, Li Yuquan, Wang Rong. Optimum design for optical modulator in coherent optical orthogonal frequency division multiplexing system[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(3): 0305003.
郝耀鸿, 李玉权, 王 荣. 相干光正交频分复用系统中光调制的优化设计[J]. 中国激光, 2011, 38(3): 0305003.
- 15 W Shieh, X Yi, Y Ma, *et al.*. Coherent optical OFDM: has its time come? [J]. J Opt Networking, 2008, 7(3): 234–255.