

左手材料的色散和等倾干涉

黄振永

(北京理工大学珠海学院, 广东 珠海 519085)

摘要 研究了左手材料棱镜的色散特性和左手材料平行平板的等倾干涉特性。对于左手材料棱镜而言,其色散时出射光偏离原来的传播方向与右手材料棱镜的色散规律恰好相反,且对于同一种单色光而言,当入射角相同时,左手材料棱镜的色散偏向角大于右手材料棱镜的色散偏向角。在研究左手材料平行平板的等倾干涉特性时,推导了反射光和透射光焦平面上的光强分布公式,分析了等倾干涉条纹的级数与亮、暗条纹的关系,讨论了光程差的影响因素及影响规律,推导了存在半波损失情况下的等倾圆环的亮环半径公式和暗环宽度公式。研究发现:对于左手材料平行平板的等倾干涉条纹而言,等倾干涉圆环中心处的干涉级数较小;偏离圆环中心越远,干涉条纹的级数越大。这一规律和右手材料平行平板的等倾干涉条纹规律不同。

关键词 材料;物理光学;棱镜色散;等倾干涉;左手材料

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.091602

Dispersion and Equal-Inclination Interference Characteristics of Left-Handed Materials

Huang Zhenyong

(Zhuhai Campus, Beijing Institute of Technology, Zhuhai, Guangdong 519085, China)

Abstract The dispersion characteristics of the left-handed material prism and the equal-inclination interference characteristics of parallel plate of the left-handed material are studied. For prism of the left-handed material, the deflecting direction of the exit light deviating from the original propagation direction is contrary to that of prism of the right-handed material. The deviation angle of prism of the left-handed material is larger than that of prism of the right-handed material for the same monochromatic light with equal incident angles. The formulas of intensity distribution of the reflected light and transmitted light at the focal planes are derived for investigating the characteristics of parallel plate the left-handed material. The relation between bright and dark fringes of equal-inclination interference and their orders is analyzed. The formulas of bright rings' radii and dark rings' widths in the case of half-wave loss are derived. For the equal-inclination interference characteristics of parallel plate of the left-handed material, the orders of fringes of equal-inclination interference are lower at the center of circular rings, which is different from the case of parallel plate of the right-handed material.

Key words materials; physical optics; prism dispersion; equal-inclination interference; left-handed materials

OCIS codes 160.4670; 160.5320; 260.0260

1 引言

左手材料也常称为负折射材料,它是指材料的介电常量 ϵ 与磁导率 μ 均小于零而折射率为负值的特殊材料^[1]。早在1964年,前苏联物理学家 Veselago^[2]就从理论上推断可能存在 $\epsilon < 0, \mu < 0, n < 0$ 的材料,并预言了负折射材料具有独特的性质^[3]。最近许多物理学家证实了负折射率材料的存在并研究了负折射率材料的诸多性质及其应用^[4~20]。谈苏庆等^[1]分析了电磁波在负折射材料中的传播特性,用惠更斯原理解释了负折射材料的折射规律,并说明了负折射材料制作的一些常用光学元件与传统材料制作的相应光学元件的不同作用;He等^[4]研究了左手材料在波导中的应用;侯尚林等^[5]研究了负折射材料在光纤传输中的应用;高仁璟等^[6,7]研究了左手材料的构型设计及其性质。虽然已有许多专家研究了左手材料的诸多性质及其应用,

收稿日期: 2012-05-31; 收到修改稿日期: 2012-06-08; 网络出版日期: 2012-07-12

作者简介: 黄振永(1979—),男,硕士,讲师,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: einboter@163.com

但是鲜有文献详细地研究左手材料棱镜色散的偏向角公式和左手材料平行平板的等倾干涉条纹的性质和公式。本文借助于几何光学的方法,研究左手材料棱镜的色散特性和左手材料平行平板的等倾干涉特性,为左手材料光学元件的检测与应用提供了理论依据。

2 左手材料棱镜的色散特性

为了便于比较左手材料(即负折射率材料)棱镜的色散特性和右手材料(即正折射率材料)棱镜的色散特性,先来分析右手材料棱镜的色散特性。

2.1 右手材料棱镜的色散

假设图 1 中直角棱镜的折射率为 n , 空气的折射率为 1.0, 一束白光垂直于 AB 面入射, 入射角为 i , 折射角为 r , 光线偏向角为 θ 。

由折射定律可知^[21]: $n \sin i = \sin r$, 则

$$r = \arcsin(n \sin i). \quad (1)$$

因此, 对于 R(红光)、G(绿光)和 B(蓝光)三种单色光而言, 折射角分别为

$$\begin{cases} r_R = \arcsin(n_R \sin i) \\ r_G = \arcsin(n_G \sin i), \\ r_B = \arcsin(n_B \sin i) \end{cases} \quad (2)$$

R、G 和 B 三种单色光的偏向角分别为

$$\begin{cases} \theta_R = \arcsin(n_R \sin i) - \alpha \\ \theta_G = \arcsin(n_G \sin i) - \alpha \\ \theta_B = \arcsin(n_B \sin i) - \alpha \end{cases} \quad (3)$$

因为 $n_R < n_G < n_B$, 所以 $\theta_R < \theta_G < \theta_B$ 。这表示: B 的偏向角最大, R 的偏向角最小, G 的偏向角介于两者之间。由图 1 可知: 对于右手材料棱镜, 出射光向顺时针方向偏离原来的传播方向。因此, 光屏上从上到下依次是 R、G 和 B 三种单色光。

2.2 左手材料棱镜的色散

左手材料相对于右手材料而言, 不再满足折射光与入射光位于法线两侧的规律, 而是折射光与入射光位于法线的同一侧, 但是其折射角的大小没有改变^[1,14]。因此, 借用右手材料的折射定律可得 R、G 和 B 三种单色光的折射角分别为

$$\begin{cases} r'_R = \arcsin(n'_R \sin i') \\ r'_G = \arcsin(n'_G \sin i') \\ r'_B = \arcsin(n'_B \sin i') \end{cases} \quad (4)$$

考虑到对于左手材料棱镜而言, 其折射光线和入射光线位于法线的同侧^[1,14], 所以 R、G 和 B 三种单色光的偏向角分别为

$$\begin{cases} \theta'_R = \arcsin(n'_R \sin i') + \alpha \\ \theta'_G = \arcsin(n'_G \sin i') + \alpha \\ \theta'_B = \arcsin(n'_B \sin i') + \alpha \end{cases} \quad (5)$$

因为 $n'_R < n'_G < n'_B$, 所以 $\theta'_R < \theta'_G < \theta'_B$ 。这表示: 对于左手材料棱镜而言, B 的偏向角最大, R 的偏向角最小, G 的偏向角介于两者之间。当 i 和 i' 相等时, 对比 θ_R 和 θ'_R 的大小可知, 左手材料棱镜的色散偏向角 θ'_R 大于右手材料棱镜的色散偏向角 θ_R 。由图 1 可知: 对于左手材料棱镜而言, 出射光向逆时针方向偏离原来的传播方向。因此, 光屏上从上到下依次是 B、G 和 R 三种单色光, 该顺序恰好与右手材料棱镜的色散规律相反。

由图 1 的几何关系可知 $i' = \alpha$, 因此对左手材料棱镜而言, 光线偏向角为

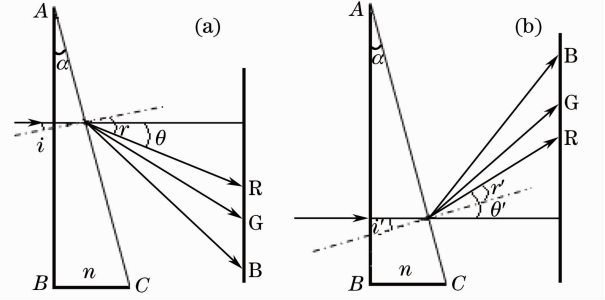


图 1 棱镜的色散。(a)右手材料棱镜的色散;
(b)左手材料棱镜的色散

Fig. 1 Prism dispersion. (a) Prism dispersion of right-handed materials; (b) prism dispersion of left-handed materials

$$\theta'_\lambda = \arcsin(n_\lambda \sin \alpha) + \alpha \quad (6)$$

在(6)式中有三个量,如果预知其中两个(θ'_λ 和 α)就可以求得另一个(n_λ)。这样就可以利用(6)式设计一种使用分光计测量左手材料棱镜折射率的实验。

2.3 两种材料棱镜的色散偏向角的比较

1) 偏向角的方向不同:

对于左手材料棱镜而言,其色散时出射光向逆时针方向偏离原来的传播方向,即偏向棱尖;而对于右手材料棱镜而言,其色散时出射光向顺时针方向偏离原来的传播方向,即偏向棱底。

2) 偏向角的大小不同:

对于同一种单色光而言,当入射角相等时,左手材料棱镜的色散偏向角大于右手材料棱镜的色散偏向角。

3 左手材料平行平板的等倾干涉

3.1 焦平面上的光强分布

根据光波通过透镜成像的理论分析,光经左手材料平行平板后,通过透镜L(右手材料)在焦平面上所产生的干涉强度分布与无透镜时无穷远处形成的干涉强度(图样)分布相同。其规律主要取决于光经平板反射后,所产生的两束反射光到达焦平面上P点的光程差^[21]。

由图2可知,两束反射光因几何程差引起的光程差为

$$\Delta = n(\overline{AB} + \overline{BC}) + n_0 \overline{CD}, \quad (7)$$

式中 n 和 n_0 分别为左手材料平板的折射率和周围介质的折射率。 D 是由 A 点向 CD 所引垂线的垂足,自 D 点和 A 点到透镜L的光程相等^[21]。

设平行平板的厚度为 h ,入射角和折射角分别为 i 和 r ,则由几何关系可得

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{BC} = h/\cos r \\ \overline{AC} = 2h \tan r \\ \overline{CD} = \overline{AC} \sin i = 2h \tan r \sin i \end{cases} \quad (8)$$

联立(7),(8)式,再借用右手材料的折射定律可求得两束反射光的光程差为

$$\Delta = 2nh \frac{1 + \sin^2 r}{\cos r} = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} \quad (9)$$

又考虑到由于平板两侧的折射率与平板折射率不同,因此从平板两表面反射的两束光之间会发生“半波损失”,即两束反射光的光程差应该附加上界面反射引起的光程差 $\lambda/2$ ^[21],所以实际上两束反射光的光程差为

$$\Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} + \frac{\lambda}{2} \quad (10)$$

如果平板两侧的介质折射率不同,并且平板折射率的大小介于两种介质折射率之间,则两束反射光无“半波损失”^[21],此时的光程差仍为(9)式。根据参考文献[21],(9)式是平行平板透射光的光程差公式,(10)式是平行平板反射光的光程差公式。

焦平面上的反射光的光强分布为

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + 2I_1 I_2 \cos(k\Delta) \\ \Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} + \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (11)$$

式中 I_1 和 I_2 分别为两束反射光的强度。

透射光的光强分布为

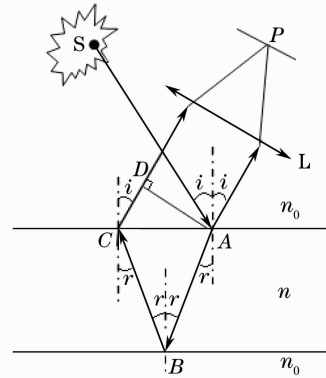


图2 左手材料平行平板的等倾干涉

Fig. 2 Equal inclination of the left-handed material parallel plate

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + 2I_1 I_2 \cos(k\Delta) \\ \Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (12)$$

3.2 干涉条纹的级次与亮、暗条纹的关系

对于存在“半波损失”的反射光而言,形成亮、暗干涉条纹的级数 m 与亮、暗条纹的关系为

$$\Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & \text{bright fringe} \\ (m + 0.5)\lambda & \text{dark fringe} \end{cases} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (13)$$

由(13)式可知:如果平板是绝对均匀的,折射率 n 、 n_0 和厚度 h 均为常数,那么两束反射光的光程差 Δ 只取决于入射光在平板上的入射角 i 。

对于不存在“半波损失”的反射光而言,形成亮暗干涉条纹的级数 m 与亮、暗条纹的关系为

$$\Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} = \begin{cases} m\lambda & \text{bright fringe} \\ (m + 0.5)\lambda & \text{dark fringe} \end{cases} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

由(14)式可知:如果平板是绝对均匀的,折射率 n 、 n_0 和厚度 h 均为常数,那么两束反射光的光程差 Δ 只取决于入射光在平板上的入射角 i 。

因此,具有相同入射角 i 的光经平板两表面反射所形成的反射光,在其相遇点上有相同的光程差 Δ ,也就是说,凡是入射角 i 相同的光其反射光都处在同一级干涉条纹上。正因如此,左手材料对应的干涉条纹仍为等倾干涉条纹。

3.3 光程差的影响因素及影响规律

对于平板周围介质是空气($n_0 = 1$)的情况,分别考虑存在“半波损失”时和不存在“半波损失”时的规律,两种情形分别对应(10)式和(9)式。

3.3.1 存在半波损失的情况

1) 假设 $n = -1.5$, $h = 10$ mm, $\lambda = 0.0005893$ mm, $\Delta = 20 \times \frac{2.25 + \sin^2 i}{\sqrt{2.25 - \sin^2 i}} + 0.00029465$ 。当 i 在 $0 \sim \pi/2$

变化时,光程差 Δ 与入射角 i 的关系如图 3 所示;

2) 当 n 、 i 、 λ 已知时,光程差 Δ 与 h 的关系是线性关系,且 h 越大时 Δ 也越大;

3) 当 n 、 i 、 h 已知时,光程差 Δ 与波长 λ 的关系是线性关系,且 λ 越大时 Δ 也越大,利用该关系可研究钠光灯双线对干涉条纹的影响;

4) 当 $h = 10$ mm, $i = 60^\circ$, $\lambda = 0.0005893$ mm 时,光程差 Δ 与左手材料的折射率 n 的关系曲线存在一个最小值(在 $n = -1.5$ 附近),如图 4 所示。

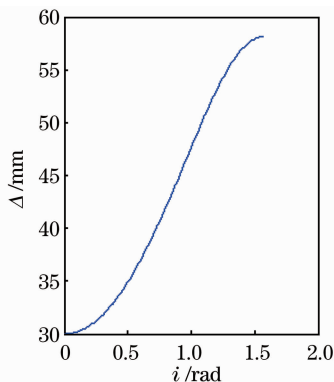


图 3 光程差 Δ 与入射角 i 的关系

Fig. 3 Relation between Δ and i

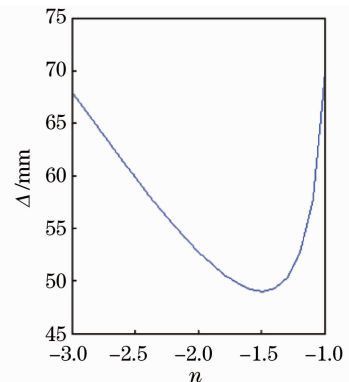


图 4 光程差 Δ 与折射率 n 的关系

Fig. 4 Relation between Δ and n

3.3.2 不存在半波损失的情况

1) 设 n 、 i 、 λ 都指定,且 i 在 $0 \sim \pi/2$ 之间变化时,入射角 i 与光程差 Δ 的关系与图 3 的曲线相似,不同点在于纵坐标数值略有差异;

- 2) 设 n 和 i 都指定时, 光程差 Δ 与 h 的关系是线性正相关;
 3) 设 n, i, h 都指定时, 光程差 Δ 与波长无关, 即钠光灯双线对光程差无影响;
 4) 设 $h=10\text{ mm}, i=60^\circ$ 时, 光程差 Δ 与左手材料的折射率 n 的关系曲线同样存在一个最小值(在 $n=-1.5$ 附近), 不同点在于纵坐标数值略有差异。

3.4 等倾圆环的亮环半径(存在半波损失)

由(13)式和图3可知, 越接近等倾干涉圆环的中心, 其相应的入射光线的入射角 i 越小, 光程差 Δ 越小, 干涉条纹的级数 m 越小。偏离圆环中心越远, i 越大, 光程差 Δ 越大, 干涉条纹的级数 m 越大。这一点和右手材料平行平板的等倾干涉条纹规律不同。

设中心点的干涉级数为 m_0 , 中心点处 $i=0$, 由(13)式可知

$$\Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = m_0\lambda. \quad (15)$$

通常 m_0 不一定是整数, 即中心未必是最亮点, 故把 m_0 写成^[21] $m_0 = m_1 + \delta$, 其中 m_1 是靠近中心的亮条纹的级数(整数), 而 $0 < \delta < 1$ 。

由中心向外计算, 第 N 个亮环的干涉级数为 $[m_1 + N - 1]$, 设该亮环的张角为 i_N 。此时

$$\Delta = 2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i_N}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_N}} + \frac{\lambda}{2} = (m_1 + N - 1)\lambda. \quad (16)$$

由(15), (16)式相减可得

$$2h \frac{n^2 + n_0^2 \sin^2 i_N}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_N}} - 2nh = (N - \delta - 1)\lambda. \quad (17)$$

通过(17), (19)式可求解 i_N 的表达式为

$$i_N = \arcsin \left[\frac{1}{n_0} \sqrt{\frac{-n^2 + an \sqrt{1 + a^2 - n^2}}{1 + a^2}} \right], \quad (18)$$

式中 $a = \frac{N - 1 - \delta}{2h} + n$ 。

相应地第 N 条亮纹的半径 r_N 为

$$r_N = f \tan i_N. \quad (19)$$

式中 f 为会聚透镜 L 的焦距。

3.5 等倾圆环的暗环宽度(存在半波损失)

等倾圆环相邻亮环的距离为

$$e_N = r_{N+1} - r_N = f(\tan i_{N+1} - \tan i_N). \quad (20)$$

该相邻亮环所夹暗环的宽度为

$$b_N = e_N/2. \quad (21)$$

经验证, 当 N 增加时, i_N 增加, r_N 增加, e_N 减小, 表明越远离中心, 则暗条纹宽度越窄、圆环越密集。

4 结 论

在研究左手材料棱镜的色散特性时发现: 对于左手材料棱镜而言, 其色散时出射光偏离原来的传播方向的规律与右手材料棱镜的色散规律恰好相反, 且对于同一种单色光而言, 当入射角相等时, 左手材料棱镜的色散偏向角大于右手材料棱镜的色散偏向角。

在研究左手材料平行平板的等倾干涉特性时, 推导了反射光和透射光焦平面上的光强分布公式, 分析了等倾干涉条纹的级数与亮、暗条纹的关系, 讨论了光程差的影响因素及影响规律, 推导了存在半波损失情况下等倾干涉圆环的亮环半径公式和暗环宽度公式。研究发现: 对于左手材料平行平板的等倾干涉条纹而言, 越接近等倾干涉圆环的中心, 其相应的入射光线的入射角越小, 干涉条纹的级数越小; 偏离圆环中心越远, 入射光线的入射角越大, 干涉条纹的级数越大, 这一规律和右手材料平行平板的等倾干涉条纹规律不同。

参 考 文 献

- 1 Tan Suqing, Gao Wenqi. The anomalous refraction in material with a negative refractive index[J]. *College Physics*, 2005, **24**(8): 1~4
谈苏庆, 高文琦. 负折射材料的非寻常折射[J]. *大学物理*, 2005, **24**(8): 1~4
- 2 V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Usp. Fiz. Nalk*, 1964, **92**: 517~526[Sov. Phys. Usp., 1968, **10**(4): 509~514]
- 3 Wang Xiaojun, Wen Qingzhen, Zhu Jinhua *et al.*. The recent developments of left-handed meta-materials[J]. *Development and Application of Materials*, 2011, **26**(2): 68~73
王小军, 文庆珍, 朱金华 等. 左手材料的研究进展[J]. *材料开发与应用*, 2011, **26**(2): 68~73
- 4 He Ying, Zhang Xia, Yang Yanfang *et al.*. Guided modes in asymmetric metal-cladding left-handed material waveguides [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2011, **9**(5): 052301
- 5 Hou Shanglin, Zhang Shunjun, Li Suoping *et al.*. Investigation on transmission characteristics of doubly cladding fiber with an inner cladding made of negative refractive index material[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0506004
侯尚林, 张书军, 黎锁平等. 内包层为负折射率介质双包层光纤的传输特性的研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0506004
- 6 Gao Renjing, Wang Guoming, Liu Shutian *et al.*. Design and optimization of left-handed materials with specific frequency bands[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(5): 054103
高仁璟, 王国明, 刘书田 等. 具有特定频段的左手材料构造与设计优化[J]. *物理学报*, 2012, **61**(5): 054103
- 7 Sun Mingzhao, Zhang Chunmin, Song Xiaoping. Octagonal split resonant rings composite metal-wires to realize negative refraction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(8): 5444~5449
孙明昭, 张淳民, 宋晓平. 新型八边形谐振环金属线复合周期结构左手材料奇异性研究[J]. *物理学报*, 2010, **59**(8): 5444~5449
- 8 Zhenqing Zhang, Zhendong Liu, Shuncai Zhao *et al.*. Electromagnetically induced left handedness in a V-type four-level atomic system[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(12): 1187~1190
- 9 Hongjun Zhang, Yueping Niu, Hui Sun *et al.*. Enhanced Kerr nonlinearity in a negative refractive atomic medium[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(5): 373~376
- 10 Xia Li, Kang Xie, Haiming Jiang. Transmission properties of one-dimensional photonic crystals containing double-negative and single-negative materials[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(2): 130~132
- 11 Changchun Yan, Yiping Cui, Qiong Wang *et al.*. Evanescent waves of an annular left-handed material lens[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(2): 134~137
- 12 Shen Lufa, Jiang Liping, Wang Zihua. Propagation properties of guided modes in an optical fiber with anisotropy metaterials[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(9): 0905007
沈陆发, 江丽萍, 王子华. 各向异性左手材料光纤的传输特性[J]. *中国激光*, 2011, **38**(9): 0905007
- 13 Deng Xinhua, Liu Nianhua, An Liping. Tunable multiple-channel filters based on photonic heterostructures using single-negative materials[J]. *Chin. Sci. Bull.*, 2009, **54**(12): 2002~2006
- 14 Tian Xiulao. Fresnel formulation and Brewster law of optical waves in the left-handed materials[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(7): 1103~1106
田秀劳. 光波在左手材料中的菲涅尔公式和布儒斯特定律[J]. *光子学报*, 2006, **35**(7): 1103~1106
- 15 Kang Haixia, Kou Jun, Su Xuemei *et al.*. Negative refractive index in atomic system based on incoherent pump[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3498~3502
康海霞, 寇 军, 苏雪梅 等. 基于非相干抽运的原子系统负折射率性质的研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3498~3502
- 16 Zhou Cheng, Gao Yanxia, Li Ping *et al.*. Research on spectral bandwidth in optical parametric amplification of negative index media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3482~3486
周 城, 高艳侠, 李 萍 等. 负折射率材料中光参变放大光谱带宽的研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3482~3486
- 17 Deng Xianhua, Liu Nianhua. Resonant tunneling properties of photonic crystals consisting of single-negative materials[J]. *Chin. Sci. Bull.*, 2008, **53**(4): 529~533
- 18 Zhou Cheng, Gao Yanxia, Liang Zhixia. Research of second-harmonic conversion efficiency with high intensity of fundamental frequency light in negative index materials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(7): 2074~2079
周 城, 高艳侠, 梁志霞. 负折射率材料中强基频光条件下二次谐波转换效率的研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(7): 2074~2079
- 19 Shi Gang, Cen Jieping, Fan Li *et al.*. Characteristics of total reflection at interface between left-handed and right-hand materials[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(8): 4653~4656

- 石 刚, 岑洁萍, 樊 莉 等. 左右手系材料界面处全反射行为的特性[J]. 物理学报, 2007, **56**(8): 4653~4656
- 20 Liang Lanju, Yan Xin, Yao Jianquan *et al.*. Two-dimensional left-handed material based on parallel metallic double rods in terahertz wave[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(3): 0316001
- 梁兰菊, 闫 昕, 姚建铨 等. 基于平行金属双柱的太赫兹波二维左手材料[J]. 光学学报, 2012, **32**(3): 0316001
- 21 Shi Shunxiang, Wang Xue'en, Liu Jinsong. *Physical Optics and Applied Optics (2nd ed.)*[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2008. 59~62
- 石顺祥, 王学恩, 刘劲松. 物理光学与应用光学(第二版)[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2008. 59~62