

# Golay6 结构径向平移误差分析

沈婷婷<sup>1,2</sup> 吴泉英<sup>1</sup> 王福亮<sup>1,2</sup> 范君柳<sup>1</sup> 钱霖<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009  
<sup>2</sup> 苏州大学信息光学工程研究所, 江苏 苏州 215006  
<sup>3</sup> 苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006

**摘要** 在 Golay6 结构稀疏孔径光学系统中,通过计算和模拟 Golay6 结构主镜存在径向平移(piston)误差时的光瞳函数、点扩展函数以及调制传递函数,研究子镜装调产生的 piston 误差对成像的影响。根据中心点亮度的要求,给出了不同半径、不同填充因子下的最大容许误差,并通过 Matlab 软件进行成像模拟。结果表明:在给出的最大容许误差范围内,piston 误差影响不显著。

**关键词** 成像系统;稀疏孔径;径向平移误差;点扩展函数;调制传递函数

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.091101

## Analysis of Piston Error for the Golay6 Configuration

Shen Tingting<sup>1,2</sup> Wu Quanying<sup>1</sup> Wang Fuliang<sup>1,2</sup> Fan Junliu<sup>1</sup> Qian Lin<sup>3</sup>

<sup>1</sup> School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology,  
Suzhou, Jiangsu 215009, China

<sup>2</sup> Institute of Information Optical Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

<sup>3</sup> College of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

**Abstract** The influence which comes from piston error for the Golay6 sparse-aperture optical system is studied by calculating and simulating the pupil function, point spread function and modulation transfer function. According to Strehl requirements, the piston-error tolerance under the different radii and different filling factors is given and imaging simulation is done by the Matlab software. The results show that the affection is not significant within the piston-error tolerance.

**Key words** imaging system; sparse aperture; piston error; point spread function; modulation transfer function

**OCIS codes** 110.6770; 110.4100; 110.2960

## 1 引言

为了更好地获取信息,空间光学要求光学系统具有高的光学分辨率,要获取高分辨率就要求发展大口径长焦距的光学系统。但是传统的单口径光学系统面临光学材料、制造工艺、成本和体积重量等的限制<sup>[1~4]</sup>。因此人们寻求新的方法来解决这一问题,其中稀疏孔径光学成像是实现大口径高分辨率的途径之一。稀疏孔径是将数个小光学孔径以一定规则排列,构成一个大的光学孔径,整个系统的通光面积比单个大孔径小,但所能捕获的信息和单个大孔径相当<sup>[1~6]</sup>。稀疏孔径子孔径的排列结构主要有环面、环形、Golay 和三臂结构等<sup>[7~11]</sup>。在实际光学系统中,稀疏孔径的子镜是排布在有一定曲率半径的主镜光学面上的<sup>[12]</sup>。本文以子孔径按最小冗余度排列的 Golay6 结构的共次镜结构光学系统为研究对象,研究不忽视曲率半径情况下的成像,并且研究当存在 piston 误差时对成像的影响。

收稿日期: 2012-01-01; 收到修改稿日期: 2012-02-20; 网络出版日期: 2012-06-26

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2009129)、江苏省“333”人才工程项目和江苏省六大人才高峰项目资助课题。

作者简介: 沈婷婷(1986—),女,硕士研究生,主要从事光学仪器和光学设计等方面的研究。

E-mail: 15862502585@139.com

导师简介: 吴泉英(1965—),女,博士,教授,主要从事光学设计与图像信息处理方面的研究。

E-mail: wqcyh00@yahoo.com.cn(通信联系人)

## 2 光瞳函数

稀疏孔径光学系统可以通过多个子镜合成主镜,且共用一个次镜,这种结构可称为共次镜结构;也可以由多个望远物镜组合,多个望远物镜的光束通过光束组合器后,同时到达像面,这种结构称为多望远物镜结构<sup>[2]</sup>。主要研究共次镜结构的望远系统结构,如图 1 所示,其中主镜是以 Golay6 结构排布的,次镜是非球面结构。

如图 2 建立右手坐标系,由图可知当子镜以 Golay6 结构分布在主镜上时,主镜在光瞳面上的投影为 6 个椭圆如图 3 所示。以此种结构的主镜建立的共次镜望远系统的光瞳函数为

$$P(x,y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \left[ \frac{(x_{ij} - x_i)^2}{a_i^2} + \frac{(y_{ij} - y_i)^2}{b_i^2} \right], \quad (1)$$

其中定义

$$\frac{(x_{ij} - x_i)^2}{a_i^2} + \frac{(y_{ij} - y_i)^2}{b_i^2} = \begin{cases} 1, & \frac{(x_{ij} - x_i)^2}{a_i^2} + \frac{(y_{ij} - y_i)^2}{b_i^2} \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(1)式中各物理量关系可表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ij} & -\sin \theta_{ij} \\ \sin \theta_{ij} & \cos \theta_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ \theta_{ij} = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(i-1) - \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}j \\ x_1 = 0, \quad y_1 = L \sin(\alpha - \beta) \\ x_2 = 0, \quad y_2 = \frac{2y_1}{\sqrt{7}} \\ a_1 = \frac{d}{2}, \quad b_1 = \frac{d}{2} \cos(\alpha - \beta) \\ a_1 = \frac{d}{2}, \quad b_2 = \frac{d}{2} \sqrt{1 - \frac{4\sin^2(\alpha - \beta)}{7}} \end{cases} \quad (2)$$

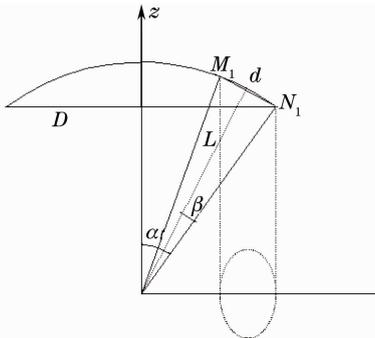


图 2 Golay6 主镜结构

Fig. 2 Configuration of Golay-6 primary mirror

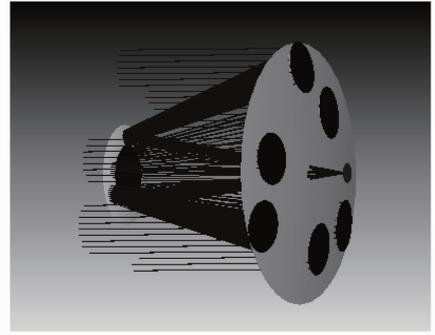


图 1 Golay6 共次镜结构光学系统结构  
Fig. 1 Optical structure of Golay6 common secondary mirror

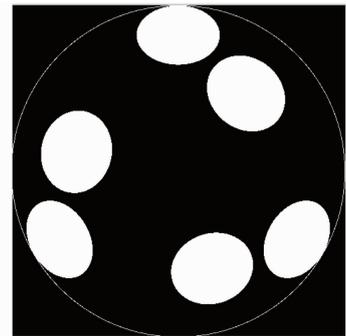


图 3 子镜在光瞳面上投影

Fig. 3 Projection of sub-mirrors at the pupil plane

在以多个子镜以一定规则排列构成主镜的系统中,各个子镜在实际安装过程中必然会存在误差,现以其中一子镜的 piston 误差为例进行计算分析。假设系统理想成像,如图 4 由于其中子镜 1 沿径向有微小偏移产生了 piston 误差。其中  $BC = \Delta h$ ,  $OC = R$ 。由图中的几何关系可以得到由于子镜 1 沿径向的移动产生的光程差

$$l_{OPD} = 2AB \cos^2 i, \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \cos i = \frac{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}}{R} \\ AB = \sqrt{R^2 - y^2 - [x + \Delta h \sin(\alpha - \beta)]^2} - \Delta h \cos(\alpha - \beta) - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{cases}$$

piston 误差使光瞳上的出射波前偏离理想球面引起相位变化,采用广义光瞳函数来表示存在波像差的系统。此时光瞳函数为

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 p_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) + P_{11}(x_{11}, y_{11}) \exp(2jkAB \cos^2 i). \quad (4)$$

### 3 点扩展函数和调制传递函数

点扩展函数(PSF)表征了点光源经过光学系统以后像的光场分布,调制传递函数(MTF)表征了物体通过光学系统后像的对比度,它们反映了物体的成像情况。在非相干照明条件下,强度点扩展函数可表示为<sup>[13]</sup>

$$h_I(x_i, y_i) = |F\{P(x, y)\}|_{\xi=\frac{x_i}{\lambda d_i}, \eta=\frac{y_i}{\lambda d_i}}^2. \quad (5)$$

存在 piston 误差系统的强度点扩展函数可表示为

$$h_I(x_i, y_i) = \left| F\left\{ \sum_{I=1}^2 \sum_{J=1}^3 P(x_{ij}, y_{ij}) \right\} \right|_{\xi=\frac{x_i}{\lambda d_i}, \eta=\frac{y_i}{\lambda d_i}}^2 = \left| \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 \frac{a_i b_i}{\rho_{ik}} J_1(2\pi\rho_{ik}) \exp(-j2\pi\eta_k y_i) \frac{a_1 b_1}{\rho_{11}} J_1(2\pi\rho_{11}) \exp(-j2\pi\eta_{11} y_{11}) + F\{P_{11}(x, y) \exp(2jkAB \cos^2 i)\} \right|_{\xi=\frac{x_i}{\lambda d_i}, \eta=\frac{y_i}{\lambda d_i}}^2, \quad (6)$$

式中  $J_1$  表示一阶贝塞尔函数。

调制传递函数可表示为

$$f_{\text{MTF}} = \left| \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P(x, y) P(x + \lambda d_i \xi, y + \lambda d_i \eta) dx dy}{S_0} \right| = \left| \frac{\left[ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) + P_{11}(x_{11}, y_{11}) \exp(2jkAB \cos^2 i) \right] \otimes \left[ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) + P_{11}(x_{11}, y_{11}) \exp(2jkAB \cos^2 i) \right]}{S_0} \right| = \left| \frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \otimes \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \otimes P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \exp(2jkAB \cos^2 i)}{S_0} + \frac{P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \exp(2jkAB \cos^2 i) \otimes \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \exp(2jkAB \cos^2 i) + P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \exp(2jkAB \cos^2 i) \otimes P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) \exp(2jkAB \cos^2 i)}{S_0} \right|, \quad (7)$$

式中  $\otimes$  表示相关运算。从(7)式可得出单个子镜的相位差,其中 11 个子调制传递函数受影响。

### 4 piston 误差对成像的影响

piston 误差是指子镜沿半径方向产生的偏移。它对成像的影响可以通过研究对点扩展函数和调制传递函数的影响来反映。对稀疏孔径成像系统填充因子是一个重要的特征指标,表征了孔径的稀疏程度,通常各

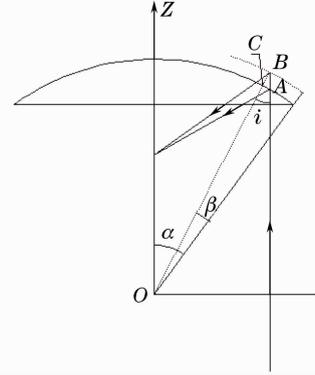


图 4 存在 piston 误差时示意图

Fig. 4 Schematic diagram of existing piston error

个子孔径通光面积之和与包围孔径面积之比来表示<sup>[7]</sup>。

图 5 和图 6 表示当主镜半径为 600 mm, 填充因子  $F=25\%$ , piston 误差分别为 0, 0.1, 0.25 个波长时 piston 误差对点扩展函数和调制传递函数的影响图。图 5 可以看出, 随着单个子镜的 piston 误差增加, 点扩展函数主峰下降, 旁瓣增大。图 6 可以看出, 引入一个子镜的 piston 误差, 影响了其中 11 个子调制传递函数。

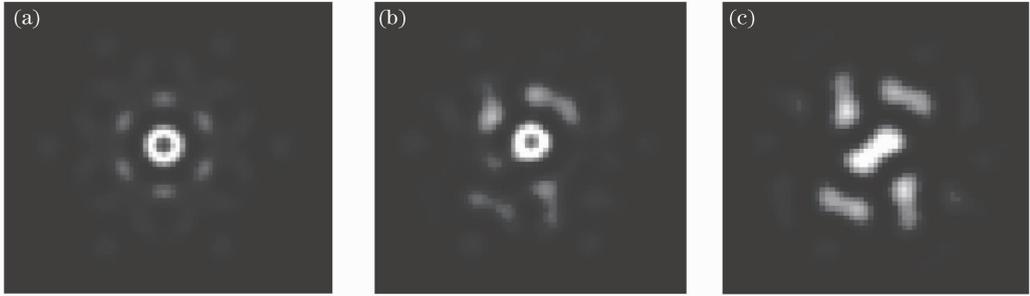


图 5 点扩展函数图。(a)子镜未移动;(b)子镜移动  $\Delta h=0.1\lambda$ ; (c)子镜移动  $\Delta h=0.25\lambda$

Fig. 5 Point spread function. (a) Sub-mirror without moving; (b) moving  $\Delta h=0.1\lambda$ ; (c) moving  $\Delta h=0.25\lambda$

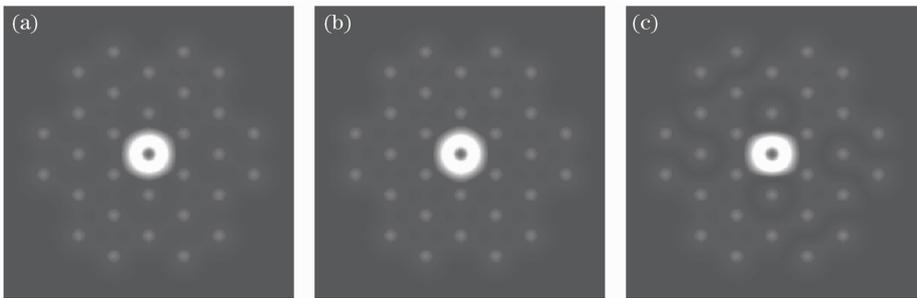


图 6 调制传递函数图。(a)子镜未移动;(b)子镜移动  $\Delta h=0.1\lambda$ ; (c)子镜移动  $\Delta h=0.25\lambda$

Fig. 6 Modulation transfer function. (a) Sub-mirror without moving; (b) moving  $\Delta h=0.1\lambda$ ; (c) moving  $\Delta h=0.25\lambda$

由于误差的影响, 点扩展函数的峰值小于没有误差时的点扩展函数的峰值, 把两个峰值之比作为衡量由误差引起的像差的大小指标。施特雷尔曾提出用有像差时衍射图形中最大亮度与无像差时最大亮度之比来表示成像质量, 这个比值简称中心点亮度, 以 S. D. 表示, 当  $S. D. \geq 0.8$  时, 系统可认为是完善的<sup>[13]</sup>。根据这一标准, 表 1 列出了不同半径在不同填充因子下, 系统成完善像的 piston 误差允许值。从表 1 可看出, 随着半径和填充因子变化, 最大容许误差轻微变化且趋于  $0.14\lambda$ 。

表 1 piston 误差允许值

Table 1 Allowable error of piston error

$R / \text{mm}$	$F / \%$	$\Delta h$	S. D. / %
400	15	$0.1484\lambda$	80
	20	$0.1472\lambda$	80
	25	$0.1461\lambda$	80
	30	$0.1451\lambda$	80
600	15	$0.1433\lambda$	80
	20	$0.1424\lambda$	80
	25	$0.1415\lambda$	80
	30	$0.1406\lambda$	80
800	15	$0.1420\lambda$	80
	20	$0.1412\lambda$	80
	25	$0.1402\lambda$	80
	30	$0.1395\lambda$	80
1000	15	$0.1412\lambda$	80
	20	$0.1405\lambda$	80
	25	$0.1395\lambda$	80
	30	$0.1389\lambda$	80

## 5 模拟成像

不考虑次镜像差影响,采用一放射状鉴别率板通过 Golay6 主镜模拟成像,具体参数为: $R=600\text{ mm}$ , $D=260\text{ mm}$ , $d=53.3\text{ mm}$ , $F=25\%$ 。未引入 piston 误差时如图 7(a)所示,引入 piston 误差且  $\Delta h=0.14\lambda$ ,  $\Delta h=0.25\lambda$  时,如图 7(b)、(c)所示。

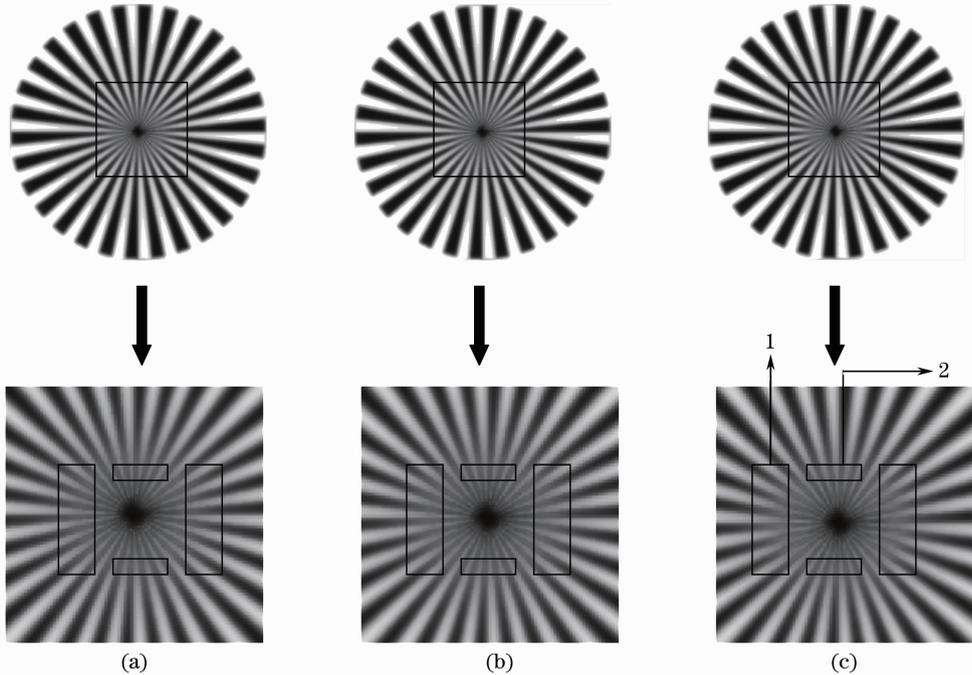


图 7 稀疏孔径成像图。(a)  $\Delta h=0\lambda$ ; (b)  $\Delta h=0.14\lambda$ ; (c)  $\Delta h=0.25\lambda$

Fig. 7 Imaging of the sparse aperture. (a)  $\Delta h=0\lambda$ ; (b)  $\Delta h=0.14\lambda$ ; (c)  $\Delta h=0.25\lambda$

引入 piston 误差后,在图 7(b)、(c)的两个方向上,中高频信息退化可见。为了定量说明对比度变化,选取鉴别率板上框 1 区域和方框 2 区域分别作平均对比度计算,结果如表 2 所示。

表 2 平均对比度

Table 2 Average contrast

Location	$\Delta h$	Average contrast
Rectangular frame 1	0	0.81
	$0.14\lambda$	0.75
	$0.25\lambda$	0.58
Rectangular frame 2	0	0.84
	$0.14\lambda$	0.80
	$0.25\lambda$	0.74

由表 2 和图 7 可知,当误差为  $0.14\lambda$  时,中高频退化不明显,当误差为  $0.25\lambda$  时,中高频退化明显。

## 6 结 论

本文研究了子镜装调产生的 piston 误差对成像的影响(不忽略存在曲率半径情况),计算了 Golay6 结构主镜存在 piston 误差时的光瞳函数,点扩展函数以及调制传递函数,给出了不同半径,不同填充因子下的最大容许误差,并进行成像模拟。由模拟分析可知,在给出的最大容许误差范围内,piston 误差影响不显著,增大单个子镜的 piston 误差,可在几个相关方向引起中高频信号的退化。

## 参 考 文 献

- 1 D. F. Robert, A. T. Theodore. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing[J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**(8): 1957~1968

- 2 A. B. Meinel, P. M. Meinel. Large sparse-aperture space optical systems[J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**(8): 1983~1994
- 3 M. J. E. Golay. Point arrays having compact, nonredundant auto correlations[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1971, **61**(2): 272~273
- 4 David De Young, James Dillow, Stephen Corcoran. Ground demonstration of an optical control system for a space-based sparse aperture telescope[C]. *SPIE*, 1998, **3356**: 1156~1167
- 5 Liang Shitong, Yang Jianfeng, Xue Bin. A new phase diversity wave-front error sensing method based on genetic algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1016~1019  
梁士通, 杨建峰, 薛彬. 基于遗传算法的改进相位差法波前误差传感技术研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1016~1019
- 6 Zhou Pu, Wang Xiaoling, Ma Yanxing *et al.*. Aperture filling —— an important technique in coherent beam combining of fiber laser array [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(2): 021401  
周朴, 王小林, 马阎星等. 孔径填充——光纤激光阵列相干合成中的关键技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(2): 021401
- 7 Wu Quanying. Study on the Sparse Aperture Optical Systems[D]. Suzhou: Soochow University, 2006. 29~31  
吴泉英. 稀疏孔径光学系统成像研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2006. 29~31
- 8 Qian Lin, Wu Quanying, Wu Feng *et al.*. Study on sparse-aperture imaging of dual three sub-apertures design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1030~1035  
钱霖, 吴泉英, 吴峰等. 复合三子镜的成像研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1030~1035
- 9 Wu Quanying, Qian Lin, Shen Weimin. Imaging research on sparse-aperture systems of symmetrical configuration[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(8): 1259~1261  
吴泉英, 钱霖, 沈为民. 对称型稀疏孔径系统的成像研究[J]. *光子学报*, 2006, **35**(8): 1259~1261
- 10 Quanying Wu, Lin Qian, Weimin Shen. Configuration optimization of a kind of sparse-aperture system[C]. *SPIE*, 2005, **6024**: 602420
- 11 Wu Quanying, Qian Lin, Shen Weimin. Imaging research of two kinds of sparse-aperture systems[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, **14**(1): 26~33  
吴泉英, 钱霖, 沈为民. 两种稀疏孔径的成像研究[J]. *光学精密工程*, 2006, **14**(1): 26~33
- 12 Wu Quanying, Wu Feng. Characteristic analysis of Golay6 multiple-mirror telescope[C]. *SPIE*, 2008, **7156**: 71560H
- 13 Zhang Yimo. Applied Optics[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010. 660~661  
张以模. 应用光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010. 660~661