

基于 D9/7 小波变换的自适应方向提升多小波算法

方志军 高永彬 舒雷 焦焰斌

(江西财经大学信息管理学院, 江西 南昌 330013)

摘要 提出一种自适应方向提升多小波的算法, 结合多小波变换的对称性、正交性、紧支性、高阶消失矩以及自适应算法的方向性特征, 提高图像压缩的性能。传统的多小波变换只考虑水平与垂直两个方向上的变换, 而自适应提升多小波利用图像局部的方向特征寻找像素点之间的相关性, 从而减少编码时的预测误差。利用两个 D9/7 单小波构造提升多小波, 并结合率失真(RD)模型自适应地进行提升方向的选择, 在减少预测误差与编码比特率之间进行折中选择。实验结果表明, 自适应方向提升多小波比传统的提升多小波具有更好的编码性能。

关键词 图像处理; 自适应; 提升多小波; D9/7

中图分类号 TP751.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.071001

Adaptive Direction Lifting Multiwavelet Algorithm Based on D9/7 Wavelet Transform

Fang Zhijun Gao Yongbin Shu Lei Jiao Yanbin

(School of Information and Management, Jiangxi University of Finance and Economic, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract An adaptive direction lifting multiwavelet algorithm is proposed, which combines the symmetry, orthogonality, short support set, high-order vanishing moment of multiwavelet with the directional characteristics of adaptive algorithm, therefore it improves the performance of image compression. The traditional multiwavelet transform only considers the vertical and horizontal direction transform, while adaptive lifting multiwavelet algorithm utilizes more local direction features of the image to look for the correlation between the pixels, so as to reduce the prediction errors of encoding. We use two D9/7 wavelets to construct a lifting multiwavelet, in combination with rate-distortion (RD) model to adaptively choose the lifting direction of the local region of the image, which makes a balance between reducing the prediction error and coding bit rate. Experimental results show that adaptive direction lifting multiwavelet has a better performance than the traditional lifting multiwavelet in image coding.

Key words image processing; adaptive; lifting multiwavelet; D9/7

OCIS codes 100.7410; 100.0100; 100.4994

1 引言

图像压缩编码的主要目的在于消除图像像素间相关数据的冗余。图像压缩技术经历了离散余弦变换(DCT)、小波与多小波变换。DCT变换在大压缩率下容易出现“方块效应”和“边缘效应”,小波变换能够很好地解决这一问题,小波变换具有很好的时频局部能力,它通过伸缩和平移两个基本运算实现对信息的多尺度分析,在过去十多年的发展中,小波变换经历了以傅里叶分析为基础第一代小波变换和以提升技术实现的第二代小波变换,相比第一代小波变换,第二代小波变换具有计算简单、实现整型变换、能够完全重构等优良特征。小波变换具有光滑性、对称性、紧支性和正交性四个特征,然而,单一小波变换难于同时满足上述特征,多小波变换在保持小波变换的时频局部特征同时,能够同时满足上述四个特征,提供较小波变换更大的自由度。传统的小波与多小波变换采用二维离散的方式,即只考虑水平与垂直方向上的变换,这种变换方式不能很好地反映图像的方向特征。自适应方向提升能够很好地解决这个问题。Taubman^[1]提出一种自适应、非分离的方向提升变换用于图像的压缩编码,图像自适应提升变换不局限于水平与垂直方向的提升,而

收稿日期: 2012-02-11; 收到修改稿日期: 2012-03-13; 网络出版日期: 2012-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(60862002)资助项课题。

作者简介: 方志军(1971—),男,博士,教授,主要从事图像通信与多媒体技术等方面的研究。E-mail: zjfang@gmail.com

是根据图像的局部方向特征选择最佳的预测方向进行提升,从而最大程度的利用图像像素间的关系,减少预测误差。Boulgouris^[2,3]提出一种插值金字塔以及自适应提升方案用于图像的无损压缩。Claypoole等^[4]研究了自适应提升变换中预测与更新的顺序问题。Ding等^[5]通过1/2像素、1/4像素或者1/8像素的插值,为自适应提升变换提供更加精细的方向选择,同时,通过引入二叉树的结构对图像进行自适应的分块,使得各个分块更加符合图像局部几何特征。Liu等^[6]提出加权自适应提升小波,解决自适应方案预测与更新的不一致问题,并提出了一种自适应方向插值算法。Fang等^[7]采用一种基于插值法的自适应方向小波,利用拉格朗日插值算法作为预测算子。

上述自适应提升方案都是基于小波实现的。本文提出一种新的基于多小波的自适应提升方案,使其既具有多小波的对称性、正交性、紧支性和高阶消失矩特征,又具有自适应提升变换的方向特性。利用提升的方法也可以用来构造新的多小波^[8],另一方面,通过将多小波的多相位矩阵分解为一系列的预测与更新矩阵,也可以实现多小波的提升变换^[9,10]。但是此种方法需要进行复杂的参数运算,不适合实际的应用场合。曾剑芬等^[11]提出一种利用单小波来构造提升多小波的模式,可以快速地构造出相应的提升多小波。本文提出的自适应多小波变换是基于提升方案实现的,通过提升可以很容易地实现自适应变换,因为提升变换只涉及像素相邻的像素点,并且只需进行简单的预测与更新操作。

2 多小波提升框架

多小波的提升框架与小波的提升框架类似,多小波变换需要先将信号分解为矢量信号,如图1所示为多小波基数 $r=2$ 的多小波提升框架。从图中可以看出,多小波提升包括分割、预测和更新3个步骤。

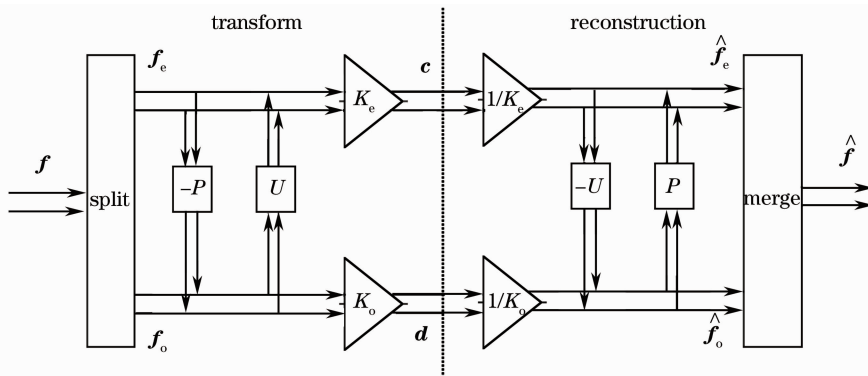


图1 $r=2$ 的多小波提升框架

Fig.1 Lifting multiwavelet framework for $r=2$

1) 分割:将输入的矢量信号 f 进行奇偶分离,设多小波基的个数为 r ,则输入的矢量信号 f 以及分割后的 f_e 与 f_o 均为 r 维序列:

$$f_e(n) = f(2n), f_o(n) = f(2n+1). \quad (1)$$

2) 预测:利用偶序列 f_e 去预测奇序列 f_o ,得到预测残差 d :

$$d = f_o - P * f_e, \quad (2)$$

式中 P 表示多预测器, $*$ 表示卷积。预测残差通常也称为高频系数,它反映的是信号的细节信息,因此 d 也称为细节信号。

3) 更新:利用预测残差更新偶序列 f_e ,得到近似信号 c :

$$c = f_e + U * d, \quad (3)$$

式中 U 为多更新算子。近似信号 c 也称为低频信号,是原数据 f 的粗糙表示。

提升多小波的重构过程是变换过程的逆过程,重构过程需要经历恢复更新、恢复预测和奇偶合并3个步骤。

利用提升的方法可以方便地构造更加复杂的多小波变换,另一方面,将常用的多小波变换转换为提升的格式,可以将复杂的多小波变换转换为一系列简单的预测与更新步骤,并且变换的每一步都是可逆的。采用提升方案来实现多小波变换可以减少计算复杂度,不需要额外的辅助空间,并且能够实现整数提升,消除传

统小波变换中间结果是小数的影响。

计算多小波的提升格式一般采用欧几里得算法将多小波变换的多相位矩阵进行分解,使其变成一系列上三角与下三角的形式,即分别对应于提升多小波的预测与更新步骤。多小波变换的多相位矩阵形式为

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} H_e(z) & H_o(z) \\ G_e(z) & G_o(z) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{cases} H_e(z^2) = \frac{1}{2}[H(z) + H(-z)] \\ H_o(z^2) = \frac{z}{2}[H(z) - H(-z)] \\ G_e(z^2) = \frac{1}{2}[G(z) + G(-z)] \\ G_o(z^2) = \frac{z}{2}[G(z) - G(-z)] \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $H(z)$ 与 $G(z)$ 分别为多小波变换的低通和高通滤波器。采用扩展的欧几里得算法将 $\mathbf{P}(z)$ 分解为如下形式:

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_2(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathbf{S}_k(z) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{W}_k(z) \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathbf{S}_1(z) & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{W}_1(z) \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1(z) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中 $\mathbf{S}_k(z)$ 与 $\mathbf{W}_k(z)$ 是有限次罗兰多项式矩阵, $\mathbf{T}_m(z)$, $m=1,2$ 为单位模矩阵。(6)式的下三角矩阵对应提升多小波变换的预测步骤,上三角矩阵对应提升多小波变换的更新步骤。

通过分解多小波的多相位矩阵可以获得多小波变换的提升格式,然而,此种方法需要经过大量复杂的内部推导以及参数运算,不利于实际应用。本文采用一种实现多小波提升变换的算法^[11],即通过若干个单小波来构造提升的多小波。选用两个单小波来构造提升多小波,如图2所示为D9/7多小波的提升框架。

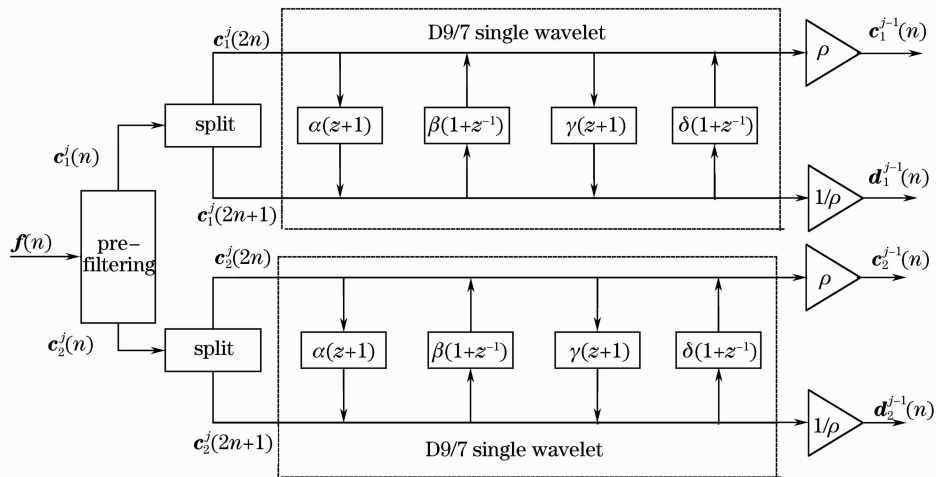


图2 D9/7多小波提升格式模型

Fig. 2 Lifting multiwavelet model for D9/7

从图中可以看出,D9/7提升多小波由两个D9/7单小波的提升格式组成,图中各参数的值分别为 $\alpha = -1.5861$ 、 $\beta = -0.0530$ 、 $\gamma = 0.8829$ 、 $\delta = 0.4435$ 、 $\rho = 1.1496$ 。

3 自适应方向提升多小波

传统的多小波变换都只有两个方向,即对水平和垂直方向分别进行行列变换。自适应方向是指利用图像自身的局部方向特征,从一系列候选方向中选择最符合图像局部特征的方向进行提升多小波变换。自适应方向变换能够更好地利用图像像素间的相关性,提高图像编码的效率。

图3所示为自适应方向提升变换,图中圆点表示像素点,白色是奇数像素点,黑色是偶数像素点,自适应方向提升包括横向提升与纵向提升。从图中可以看出, $h_1 \sim h_5$ 为候选横向提升方向, $v_1 \sim v_5$ 为候选纵向提升方向,从候选横向提升方向与纵向方向中选择一个最佳的方向作为提升多小波的变换方向。由于横向提升与纵向提升的思想是一样的,因此,不失一般性,论文后续部分的介绍都是基于横向提升的,纵向提升变换可以很容易地根据横向提升的方法推导。

自适应方向提升的过程与传统提升多小波的步骤类似,自适应方向提升的每个方向都需要经过分割、预测与更新3个步骤。设选取的提升方向为 θ ,则

- 1) 首先将输入信号 $x(m, n)_{m, n \in Z}$ 分割成偶数序列 $x_e(m, n) = x(m, 2n)$ 与奇数序列 $x_o(m, n) = x(m, 2n+1)$ 。
- 2) 预测过程需要将(2)式中的多滤波器改为

$$P(x_e, m, n) = \sum_i \alpha_i x[m + \text{sign}(i-1) \tan \theta, 2n + i], \quad (i = -1, 1). \quad (7)$$

由于对方向 θ 进行预测时,预测方向不一定在整数像素位置,因此(7)式中 $m + \text{sign}(i-1) \tan \theta$ 不一定为整数值,如图4所示,对于非整数像素位置的点是不存在的,因此需要通过插值来确定这些非整数像素位置的值。本文采用拉格朗日插值来确定非整数像素点的值,即

$$x[m + \text{sign}(i-1) \tan \theta, 2n + i] = \sum_k \phi_k x(m+k, 2n+i), \quad (8)$$

式中 k 表示 $x[m + \text{sign}(i-1) \tan \theta, 2n + i]$ 在方向 $\text{sign}(i-1) \tan \theta$ 上的点, ϕ_k 表示插值系数。

- 3) 更新过程需要将(3)式中的多更新算子改为

$$U(d, m, n) = \sum_i \beta_i d[m + \text{sign}(i) \tan \theta, 2n + i], \quad (i = -1, 1). \quad (9)$$

对于更新过程中的非整数像素点也通过拉格朗日插值来取值。

上述3个步骤是针对某个特定的方向 θ 进行方向提升的过程,自适应方向提升中最重要的一步是选择最佳的方向进行提升,因此 θ 的选择是算法的关键。本文采用基于块的方向选择,即一个块选择一个最佳的方向,同一块中所有像素点的提升方向一致。

提升多小波变换前需要对图像进行预处理,预处理后的图像分为4个子图像,这4个子图像的大小是一样的,且4个子图像的方向信息是一致的,如图5所示。分别对4个子图像进行分块,选取块的大小为 16×16 ,且4个子图像中相同位置的块选择相同的提升方向,提升方向的选择包括横向提升与纵向提升方向的选择。本文只介绍横向提升的算法。

采用率失真(RD)模型来决定最佳的提升方向,设图像 I 预处理后分为4个子图像 I_1, I_2, I_3, I_4 ,每个子图像分为 N 个块,每个块的大小为 16×16 , $B_{i,j}$ 表示第 i 个子图像的第 j 个块,则图像选择方向时的代价函数 J 用 RD 模型表示为

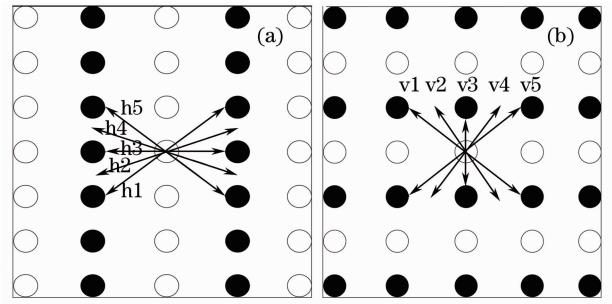


图3 自适应方向提升。(a) 横向提升; (b) 纵向提升
Fig. 3 Adaptive direction lifting. (a) Horizontal lifting; (b) vertical lifting

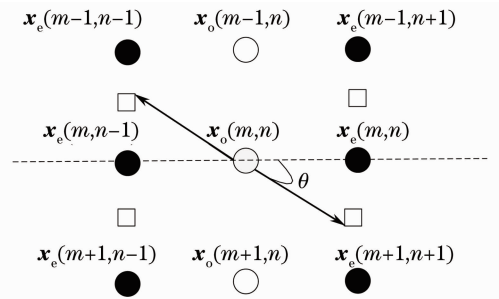


图4 非整数像素插值
Fig. 4 Interpolation of non-integer pixels

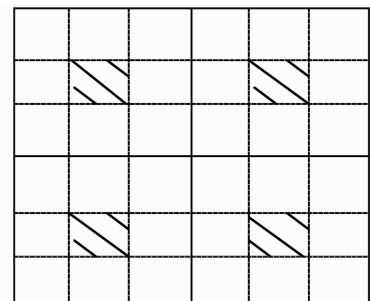


图5 自适应提升多小波子图像方向选择
Fig. 5 Direction choice of sub-image for adaptive lifting multiwavelet

$$J = D_R(\vartheta) = D(I, \vartheta) + \lambda R(\vartheta), \vartheta = \theta_{B_{1,1}}, \theta_{B_{1,2}}, \dots, \theta_{B_{i,j}} (i = 1 \dots 4, j = 1 \dots N), \quad (10)$$

式中 $R(\vartheta)$ 为编码图像的比特率; λ 是拉格朗日乘数, 它根据压缩图像的质量来取值, 通常比特率越低, λ 取值越大; $D(I, \vartheta)$ 为图像的预测误差, 它的计算公式为

$$D(I, \vartheta) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^N \sum_{m,n} |d_{B_{i,j}, \theta_{B_{i,j}}}(m, n)|, \quad (11)$$

式中 $d_{B_{i,j}, \theta_{B_{i,j}}}(m, n)$ 表示块 $B_{i,j}$ 上的像素点在方向 $\theta_{B_{i,j}}$ 上的预测误差。

4 仿真结果及讨论

首先对 Baboon 图像分别进行提升 D9/7 多小波变换和自适应提升 D9/7 多小波变换, 图 6 所示为编码变换后图像与重构图像。图 6(a) 为 Baboon 的原始图像, 图 6(b)、(c) 分别为压缩比 (CR) 为 0.1 与 0.02 时提升 D9/7 多小波的变换重构图像, 图 6(d) 为自适应提升 D9/7 一级多小波分解后的能量分布图, 图 6(e)、(f) 分别为压缩比为 0.1 与 0.02 时自适应提升 D9/7 多小波的变换重构图像。从图中可以看出, 在同等压缩比与分解级数的情况下, 自适应提升多小波比提升多小波具有更丰富的方向特征。

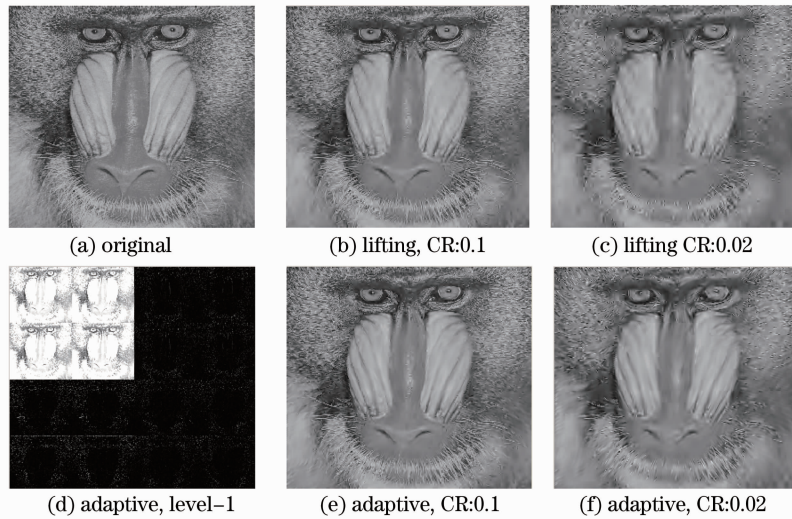


图 6 提升 D9/7 多小波与自适应提升 D9/7 多小波编码比较

Fig. 6 Comparison between lifting multiwavelet and adaptive lifting multiwavelet based on D9/7

接着分别对 Barbara 图像、Lena 图像、Baboon 图像进行提升 D9/7 多小波和自适应提升 D9/7 多小波变换, 分解级数为 1 级, 并统计变换后图像各子带占总图像能量的比例, 结果如表 1、表 2 所示。表 1 所示为各图像进行一级分解后低频能量占总能量的百分比, 表 2 所示为 Barbara 图像进行一级分解后各子带的能量分布比较, 可以看出, 与提升 D9/7 多小波相比, 自适应提升 D9/7 多小波能量更加集中在低频, 其 LL 子带能量所占比例更高。

表 1 各图像一级分解低频能量比

表 2 Barbara 一级分解各子带能量比

Table 1 Energy percentage of low-frequency for first-level transform (unit: %)

Table 2 Energy percentage of each sub-band for first-level transform of Barbara (unit: %)

Algorithm	Barbara	Lena	Baboon
Lifting D9-7	98.4153	99.6534	98.3225
Adaptive lifting	99.0654	99.6965	98.4257

	LL	LH	HL	HH
Lifting D9-7	98.41	0.83	0.28	0.50
Adaptive lifting	99.06	0.62	0.23	0.11

最后比较了 Barbara、Baboon、Girl、Lake、Couple、Zelda 图像在不同的压缩比下进行一级提升 D9/7 多小波与自适应提升 D9/7 变换后的重构图像的峰值信噪比 (PSNR), 表 3 所示为上述测试图像的实验结果。从图可以看出, 自适应提升多小波在大的压缩比下比传统的提升多小波有更好的压缩性能, 而在低的压缩比

下,传统的提升多小波具有比自适应方向更好的性能。这是由于在压缩比较低的时候,图像的低频信息保存较完好,并且此时传统的提升多小波比自适应方向具有更多的高频能量,因此自适应方向提升重构后图像的PSNR比传统的提升多小波更差,但在压缩比较大时,由于图像高频信息基本消失,并且此时自适应方向比提升多小波具有更多的低频能量以及方向性,因此,在大的压缩比下,自适应方向比传统提升多小波具有更好的压缩性能。

表3 各图像一级分解重构图像的PSNR

Table 3 PSNR of reconstructed images after first-level transform

(unit: dB)

Images	Algorithnm	0.05	0.1	0.2	0.25	0.5
Babara	Lifting D9-7	10.8685	19.339788	24.1046	28.8921	44.2164
	Adaptive lifting	11.0378	19.680114	29.0687	29.0687	43.8932
Baboon	Lifting D9-7	10.542	19.664144	22.9436	26.8899	38.0487
	Adaptive lifting	10.5641	19.703085	23.0124	26.8317	37.915
Girl	Lifting D9-7	10.347	18.3965	23.7818	28.1435	44.6195
	Adaptive lifting	10.347	18.472	23.8277	28.0443	44.4264
Lake	Lifting D9-7	13.6518	18.3715	28.6593	28.6593	44.2028
	Adaptive lifting	13.6523	18.3733	28.6547	28.6547	44.1943
Couple	Lifting D9-7	12.4794	19.1725	28.5993	28.5993	44.2162
	Adaptive lifting	12.4874	19.1964	28.5946	28.5946	44.1545
Zelda	Lifting D9-7	10.5028	19.4958	31.7737	31.7737	43.4754
	Adaptive lifting	10.5108	19.5194	31.8428	31.8428	43.4118

5 结 论

提出了一种自适应提升多小波算法,结合多小波的对称性、正交性、紧支性、高阶消失矩以及自适应算法的方向性特征,采用两个D9/7单小波构造提升多小波,并利用RD模型使算法在减少预测误差与编码比特率间达到平衡。实验结果表明,算法在大的压缩比下,比传统的提升多小波有更好的压缩性能。

参 考 文 献

- 1 D. Taubman. Adaptive, non-separable lifting transforms for image compression[C]. Proc. Int. Conf. Image Processing, 1999, **3**: 772~776
 - 2 N. V. Boulgouris, M. G. Strintzis. Orientation-sensitive interpolative pyramids for lossless and progressive image coding [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2000, **9**(4): 710~715
 - 3 N. V. Boulgouris, D. Tzovaras, M. G. Strintzis. Lossless image compression based on optimal prediction, adaptive lifting, and conditional arithmetic coding[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2001, **10**(1): 1~14
 - 4 R. L. Claypoole, G. M. Davis, W. Sweldens *et al.*. Non-linear wavelet transforms for image coding via lifting[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2003, **12**(12): 1449~1459
 - 5 W. Ding, F. Wu, X. Wu. Adaptive directional lifting-based wavelet transform for image coding[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2007, **16**(2): 416~427
 - 6 Y. Liu, K. Ng Ngan. Weighted adaptive lifting-based wavelet transform for image coding[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2008, **17**(4): 500~511
 - 7 Z. Fang, J. Yuan, S. Li. Interpolation method based adaptive directional lifting wavelet transform[C]. International Symposium on Computer Network and Multimedia Technology, 2009. 18~20
 - 8 Amir Z. Averbuch, Valery A. Zheludev. Lifting scheme for biorthogonal multiwavelets originated from Hermite splines [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2002, **50**(3): 487~500
 - 9 W. Sweldens. The Lifting Scheme: a Custom-Design Construction Biorthogonal Wavelets[R]. "Industrial Mathematics Initiative" Tech. Rep. Univ. South Carolina, Columbia, 1994
 - 10 I. Daubechies, W. Sweldens. Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps[R]. Technical Report, Bell Laboratories, Lucent Technologies, Madison, 1996
 - 11 Zeng Jianfen, Ma Zhengming. A lifting scheme for multiwavelet transforms and its application to image coding[J]. *J. Image and Graphics*, 2002, **7**(7): 704~708
- 曾剑芬, 马争鸣. 多小波变换的提升格式及其在图象编码中的应用[J]. 中国图象图形学报, 2002, **7**(7): 704~708