

偶极子涡旋光束的光斑及其传输研究

朱牡丹¹ 丁攀峰²

(¹华中光电技术研究所-武汉光电国家实验室, 湖北 武汉 430073)
(²华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)

摘要 在近轴光束传输理论的前提下,推导了偶极子涡旋光束传输一段距离后光电场的解析表达式,同时得到了观测平面上的光强分布。研究表明,偶极子涡旋光束在传输过程中,双核的倾角会逐渐发生改变,拓扑电荷数较大,观测平面上光斑的中心区域越趋近于圆形暗斑,离心参数较大时,观测平面上光斑的中心区域趋近于矩形亮斑。极值理论分析进一步表明,当满足 $mw_0^2 > d^2$ 时,观测平面上存在 7 个光强极值点,否则存在 5 个光强极值点。这些结论对分析和了解偶极子涡旋光束能提供指导作用。

关键词 非线性光学;偶极子涡旋光束;传输;光斑形状;极值

中图分类号 O437 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.062603

Research on Dipole Vortex Beam and Its Propagation

Zhu Mudan¹ Ding Panfeng²

¹Huazhong Institute of Electro-Optics-Wuhan National Laboratory for Optoelectronics,
Wuhan, Hubei 430073, China

²Information Science and Engineering College, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China

Abstract Based on the propagation theory of paraxial approximation for optical beam, the analytical expression of the optical electric field is derived for the dipole vortex beam during propagation. The intensity distribution on the observation plane is obtained at the same time. It is shown that the obliquity of the dipole cores of the beam will change during propagation. While the topological charge is bigger, the center of spot on the observation plane tends to be a circular macula; while the off-center parameter is bigger, the center of the spot on the observation tends to be a rectangular bright spot. Further analysis on the extremum of the intensity reveals that if $mw_0^2 > d^2$, there exists seven extreme points of light intensity on the observation plane; or else there exists five points.

Key words nonlinear optics; dipole vortex beam; propagation; beam shape; extremum

OCIS codes 260.1960; 260.6042; 050.4865

1 引言

涡旋光束是近年来的热门研究课题^[1~4],围绕中心一周,光电场的相位会逐渐改变,其变化为 2π 的整数倍,这种光束在传输中具有螺旋型的轨道角动量,与微粒相互作用后能使其发生转动,因此可应用于光镊等领域^[5,6]。目前对涡旋光束的研究较多,尤其是围绕涡旋光束的产生、检测以及部分相干涡旋等方面^[7~11],其中大多数都是基于单核涡旋光束的研究,注意到一种类似于电偶极子的涡旋光束,该类光束含有两个对称的涡旋中心,其传输会具有与以往涡旋光束不同的特点。本文主要围绕偶极子涡旋光束的光斑演变以及光斑特性进行较为详细的分析。

2 理论分析

通常情况下,偶极子涡旋光束的电场解析表达式为

收稿日期: 2012-02-28; 收到修改稿日期: 2012-03-26; 网络出版日期: 2012-04-28

基金项目: 国家自然科学基金培育计划项目(JB-ZR1126)和福建省自然科学基金(A0810012)资助课题。

作者简介: 朱牡丹(1978—),女,硕士,工程师,主要从事光电技术方面的研究。E-mail: luckymudan@sina.com

$$E(x', y', z = 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2}{w_0^2}\right) \frac{(x' - d + iy')^m (x' + d + iy')^m}{w_0^m}, \quad (1)$$

式中 E_0 为振幅, w_0 为光束束腰半径, 双核的位置分别在点 $(-d, 0, 0)$ 和 $(d, 0, 0)$ 。源平面上偶极子涡旋光束的光斑形状和相位结构如图 1 所示。

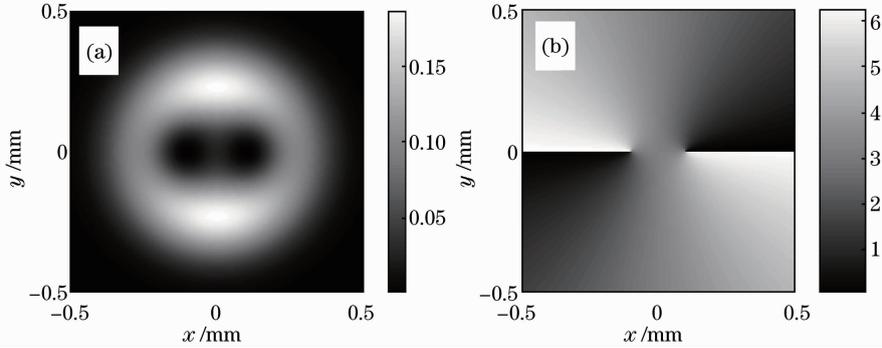


图 1 源平面上偶极子涡旋光束。(a)光强分布;(b)相位结构

Fig. 1 Dipole vortex beam on the source plane. (a) Intensity distribution; (b) phase structure

从图 1 可以看出,光斑中存在两个暗核,暗核之间的连线为光斑图的对称轴。在近轴光束理论条件下,传输一段距离 z 后观测平面上光电场为

$$E(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint E(x', y', z = 0) \exp\left\{\frac{ik}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2]\right\} dx' dy'. \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式可得

$$E(x, y, z) = \gamma_0 \iint \exp\left[-\alpha^2 (x'^2 + y'^2) - \frac{ik(xx' + yy')}{z}\right] (x' - d + iy')^m (x' + d + iy')^m dx' dy', \quad (3)$$

式中参数 $\gamma_0 = -\frac{i \exp(ikz) \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2z}\right] E_0}{(2\pi z w_0^m)}$, $\alpha^2 = \frac{1}{w_0^2} - \frac{ik}{2z}$ 。

设 $u = x' - \frac{ikx}{2\alpha^2 z}$, $v = y' - \frac{iky}{2\alpha^2 z}$, (3)式可以转化为

$$E(x, y, z) = \gamma'_0 \iint [u + iv + k(y - ix)/2\alpha^2 z - d]^m [u + iv + k(y - ix)/2\alpha^2 z + d]^m \times \exp[-\alpha^2 (u^2 + v^2)] dudv, \quad (4)$$

式中参数 $\gamma'_0 = -\frac{ik \exp(ikz) E_0 \exp\left[\frac{ik(x^2 + y^2)}{2w_0^2 \alpha^2 z}\right]}{(2\pi z w_0^m)}$ 。利用如下公式^[12]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta^2 t^2 - iqt) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} \exp\left(-\frac{q^2}{4\beta^2}\right), \quad \text{Re } \beta > 0. \quad (5)$$

(4)式可以变为

$$E(x, y, z) = \frac{\pi}{\alpha} \gamma'_0 [k(y - ix)/2\alpha^2 z - d]^m [k(y - ix)/2\alpha^2 z + d]^m. \quad (6)$$

化简后可以得到观测平面上电场的解析表达式为

$$E(x, y, z) = \frac{E_0}{w_0^m} \left(-\frac{ik}{2\alpha^2}\right)^{2m+1} \left[x - d + i\left(y - \frac{2zd}{k w_0^2}\right)\right]^m \left[x + d + i\left(y + \frac{2zd}{k w_0^2}\right)\right]^m \times \exp\left[ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2w_0^2 \alpha^2 z}\right)\right]. \quad (7)$$

由(7)式可得观测平面上光强分布为

$$I(x, y, z) = E_0^2 \left[\frac{k^2 w_0^4}{k^2 w_0^4 + 4z^2}\right]^{m+1} \left[(x - d)^2 + \left(y - \frac{2zd}{k w_0^2}\right)^2\right]^m \left[(x + d)^2 + \left(y + \frac{2zd}{k w_0^2}\right)^2\right]^m \times \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{\left(1 + \frac{4z^2}{k^2 w_0^4}\right) w_0^2}\right]. \quad (8)$$

3 光斑分析

要了解光斑的具体形状以及光斑形状随传输距离的演变规律,需要较为详细的数值计算,计算中,束腰半径 $\omega_0=0.5$ mm,光源波长 $\lambda=632.8$ nm,图 2 给出了离心参数 $d=0.2$ mm 时拓扑电荷数为 1 的偶极子涡旋光束在传输中的光强分布情况。

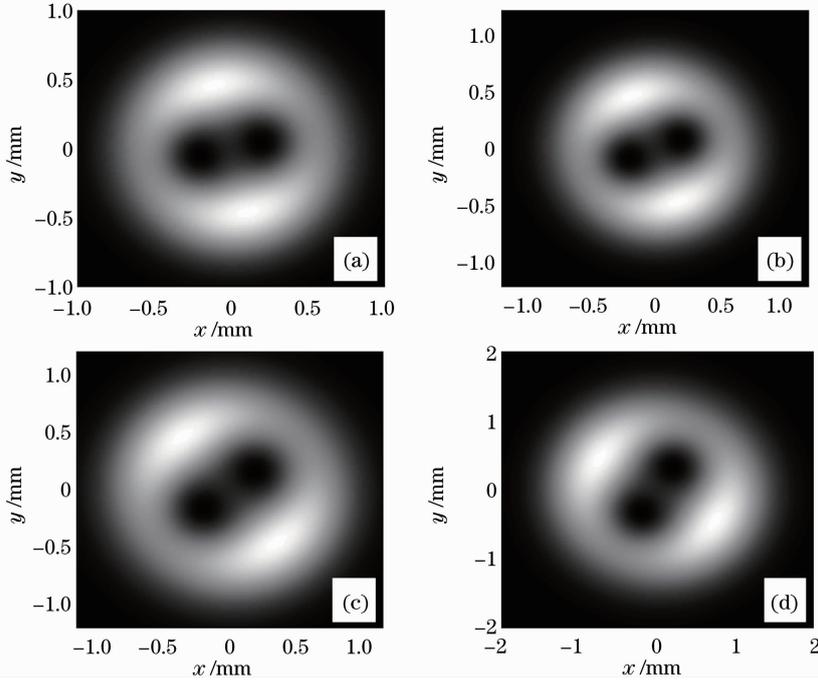


图 2 传输中观测平面上光强分布的演变。(a) $z=0.3$ m; (b) $z=0.5$ m; (c) $z=1$ m; (d) $z=2$ m

Fig. 2 Change of the intensity distribution on the observation plane during propagation.

(a) $z=0.3$ m; (b) $z=0.5$ m; (c) $z=1$ m; (d) $z=2$ m

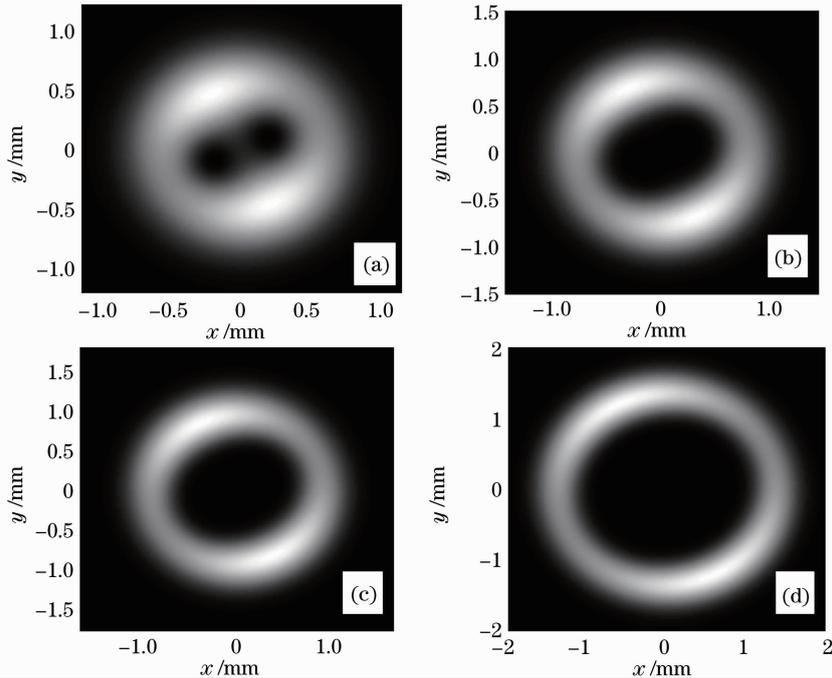


图 3 观测平面上不同拓扑电荷数偶极子涡旋光束光强分布。(a) $m=1$; (b) $m=2$; (c) $m=3$; (d) $m=6$

Fig. 3 Intensity distribution on the observation plane for dipole vortex beam with different topological charges.

(a) $m=1$; (b) $m=2$; (c) $m=3$; (d) $m=6$

从图 2 可以看出,随着传输距离的增加,偶极子涡旋光束的光斑在逐渐展宽,从 0.3 m 到 2.0 m 的传输过程中,光斑的整体半径尺寸从 0.6 m 扩展到 1.5 m;另一方面,双核连线的倾角在逐渐变大,在传输距离为无穷大时,倾角趋近于 90° 。

为了分析拓扑电荷数对偶极子涡旋光束在传输中光斑形状的影响,计算了在同一传输距离处 ($z = 0.6$ m),不同拓扑电荷数的偶极子涡旋光束的光强分布情况,如图 3 所示,其他参数与图 2 相同。

图 3 中拓扑电荷数为 1 时,双核基本上分离的状态,随着拓扑电荷数的增加,双核的间隔逐渐模糊,中心呈现出类似椭圆形状的光斑,随着拓扑电荷数的进一步增大,中心区椭圆的长半轴和短半轴的差距逐渐缩小,当拓扑电荷数为 6 时,中心区域已经接近于圆形。虽然拓扑电荷数对光斑的形状影响明显,但图 3(a)~(d)也存在着相似点:双核之间连线(椭圆长轴)的倾角完全相同。

除了拓扑电荷数的影响之外,离心参数 d 也会影响到偶极子涡旋光束光斑的形状,图 4 给出了 $z = 1.5$ m 处,拓扑电荷数为 1、不同离心参数的偶极子涡旋光束的光强分布,光源其他参数与图 1 相同。

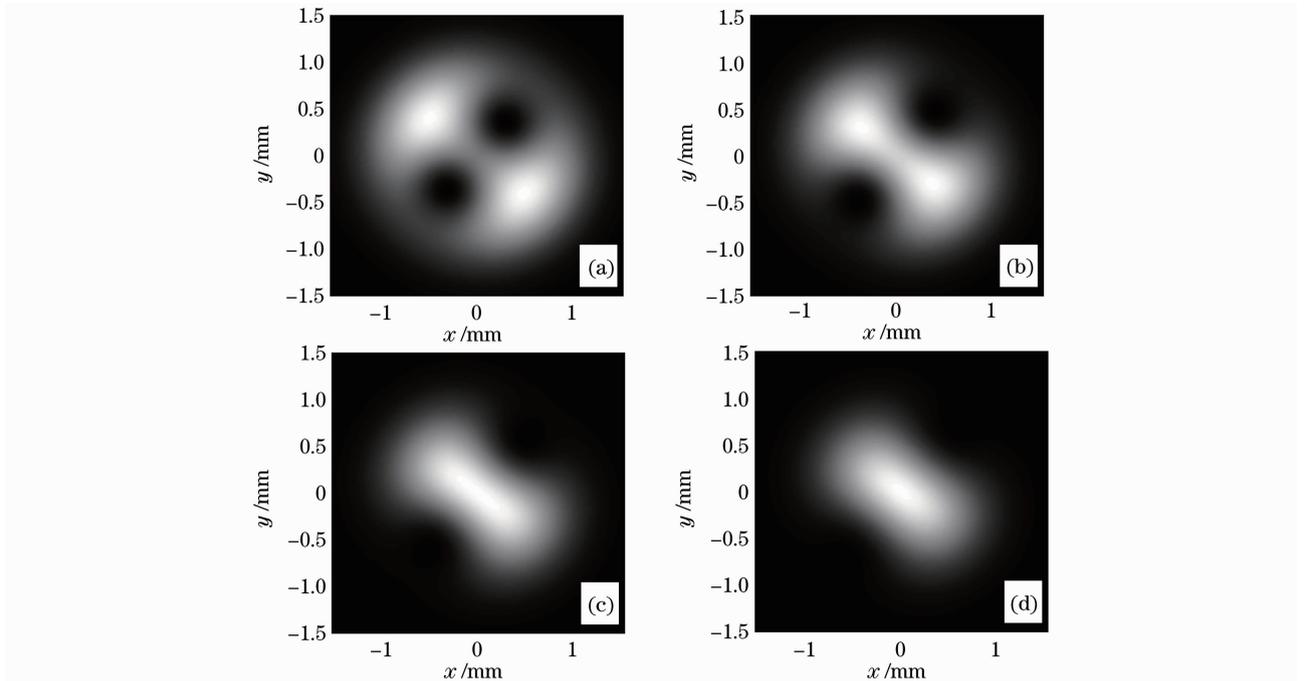


图 4 观测平面上不同离心参数偶极子涡旋光束光强分布。(a) $d=0.3$ mm; (b) $d=0.4$ mm; (c) $d=0.05$ mm; (d) $d=0.06$ mm

Fig. 4 Intensity distribution on the observation plane for dipole vortex beam with different off-center parameters.

(a) $d=0.3$ mm; (b) $d=0.4$ mm; (c) $d=0.05$ mm; (d) $d=0.06$ mm

图 4 中,当离心参数较小时,双核的位置非常明显,随着离心参数的增大,双核连线之间的光强逐渐变大,而连线两端的光强逐渐减小,当离心参数进一步增大时,双核连线之间的光强几乎类似如倾斜的矩形光斑,连线两端的光强非常低,以至于双核的位置变得难以分辨,图 4(c)中还可以直接看出双核的位置,而图 4(d)中则难以直接分辨。和图 3 中的规律一样,虽然离心参数对光斑的形状影响明显,但在其他参数相同的情况下,传输相同的距离,两个暗核连线的倾角完全相同。

4 光强极值分析

以上是针对光斑形状的数值计算,在计算中可以看到光斑图上存在光强较亮和较暗的区域,这些位置都是光强的极值位置,为了分析这些极值位置,需要进行严格的理论证明。由光强的表达式直接可以看出,传输一段距离后,观测平面上存在着两个光强为零的位置,分别位于点 $(d, \frac{2zd}{kw_0^2})$ 和 $(-d, -\frac{2zd}{kw_0^2})$, 这两点的光强为极小值,为了找寻全部的极值位置,必须依据函数的极值理论,光强的极值位置满足如下方程

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

将(8)式代入(9)式,无论源平面上光束的参数如何,方程组(9)一定存在 5 对实数解,即存在 5 个极值位置

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm d \\ y_{1,2} = \pm \frac{2zd}{kw_0^2} \end{cases}, \quad \begin{cases} x_{3,4} = \pm \sqrt{mw_0^2 + d^2} \\ y_{3,4} = \pm \frac{2z}{kw_0^2} \sqrt{mw_0^2 + d^2} \end{cases}, \quad \begin{cases} x_5 = 0 \\ y_5 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中正负号分别对应。通过对方程组(9)的求解可以发现,如果 $mw_0^2 > d^2$,方程组(9)还存在另外两对实数解,即观测平面上还存在另外的两个极值位置

$$\begin{cases} x_{6,7} = \mp \frac{2z}{kw_0^2} \sqrt{mw_0^2 - d^2} \\ y_{6,7} = \pm \sqrt{mw_0^2 - d^2} \end{cases} \quad (11)$$

对比(10)式和(11)式可以看出,在 $mw_0^2 = d^2$ 的情况下,第 5,6,7 三个极值点将会重合在一起,即:总的极值位置仍然是 5 个。综合以上分析,可以得出如下结论:观测平面上光强分布一定存在 5 个极值位置,除原点外,其余的极值位置关于原点中心对称,当 $mw_0^2 > d^2$ 时,还存在另外一对极值点,也关于原点中心对称分布。为了验证以上结论,计算了图 2(a)对应的光强等高线图,如图 5 所示。

图 2(a)中的参数满足条件 $mw_0^2 > d^2$,但只能直接观察到 5 个极值位置:上端和下端的两个较亮点、坐标原点、两个暗核,左端和右端的两个极值位置在光斑图上不能直观表示,但光强等高线图上可以较为清晰的显示出来(图 5 中用“+”表示极值的位置),总共存在 7 个极值点。

5 结 论

研究了偶极子涡旋光束在传输中的光斑演变情况,数值计算表明,偶极子涡旋光束在传输过程中双核连线的倾角会逐渐发生改变,观测平面上的光斑形状与拓扑电荷数和离心参数有关,此外,通过极值分析发现,观测平面上一定存在 5 个光强的极值点,如果参数 $mw_0^2 > d^2$,则存在 7 个光强的极值点,这些结论对于分析和了解偶极子涡旋光束能提供指导作用。

参 考 文 献

- 1 L. Z. Rao, J. X. Pu. Spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(8): 2242~2247
- 2 Z. Y. Chen, J. X. Pu. Stochastic electromagnetic vortex beam and its propagation[J]. *Phys. Lett. A*, 2008, **372**(15): 2734~2740
- 3 A. L. Yang, E. T. Zhang, X. L. Ji *et al.*. Propagation properties of partially coherent Hermite-Cosh-Gaussian beams through atmospheric turbulence[J]. *Opt. Laser Technol.*, 2009, **41**(6): 714~722
- 4 Georgi Maleshkov, Dragomir N. Neshev, Alexander Dreischuh. Nonlinear beam steering by fractional vortex dipoles[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **80**(5): 053828
- 5 M. Babiker, C. R. Bennett, D. L. Andrews *et al.*. Orbital angular momentum exchange in the interaction of twisted light with molecules[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(14): 143601
- 6 Lu Xuanhui, Huang Huiqin, Zhao Chenliang *et al.*. Optical vortex beams and optical vortex[J]. *Laser & Optoelectron. Progress*, 2008, **45**(1): 50~56
- 7 陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良 等. 涡旋光束和光学涡旋[J]. *激光与光电子学进展*, 2008, **45**(1): 50~56
- 8 Wu Huiyun, Huang Zhihe, Wu Wuming *et al.*. Analysis of Gaussian-vortex beam and its application in a relay mirror

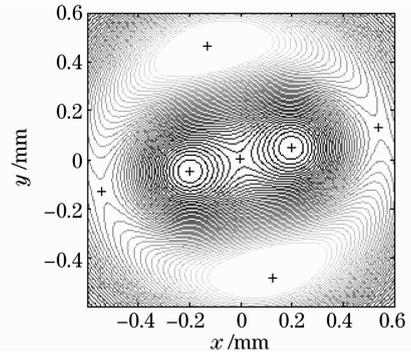


图 5 观测平面上偶极子涡旋光束光强等高线图
Fig. 5 Contour of intensity of the dipole vortex beam on the observation plane

- system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0414002
- 吴慧云, 黄值河, 吴武明 等. 高斯涡旋光束分析及其在中继镜系统中的应用[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0414002
- 8 Liu Yongxin, Chen Ziyang, Pu Jixiong. Diffraction characteristics of vortex beams by a fork-shaped grating[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(3): 0302012
- 刘永欣, 陈子阳, 蒲继雄. 涡旋光束经叉形光栅的衍射特性[J]. *中国激光*, 2011, **38**(3): 0302012
- 9 Zhao Zhaoxiong, Liu Yong. Effect of primary coma aberration on focusing of a circularly polarized vortex Bessel-Gaussian beams[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 739~742
- 赵肇雄, 刘 勇. 初级慧差对圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响[J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 739~742
- 10 Liang Chongqing, Tang Zhilie, Guo Lina. Effect of primary spherical aberration on tight focusing of elliptically polarized vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3317~3322
- 梁重庆, 唐志列, 郭利娜. 初级球差对椭圆偏振涡旋光束深聚焦场的影响[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3317~3322
- 11 Li Hailian, Yang Dexing, Ren Xiaoyuan *et al.*. Experimental investigation of optical vortex generated by volume holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **31**(2): 503~507
- 李海莲, 杨德兴, 任小元 等. 体全息产生光学涡旋的实验研究[J]. *光学学报*, 2010, **31**(2): 503~507
- 12 L. Mandel, E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 289