

# 不对称双量子点系统中电压调控 Kerr 非线性增强

郭洪菊<sup>1</sup> 王春芳<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 上海出版印刷高等专科学校, 上海 200093; <sup>2</sup> 上海理工大学, 上海 200093)

**摘要** 从理论上研究了不对称双量子点系统内的 Kerr 非线性增强效应。系统内量子点间的电压隧穿效应,可以在两个不同的探测频率位置同时诱导电磁感应透明。调节隧穿电压及控制光场可以改变吸收性质,从而得到其中一个透明窗口内无线性和非线性吸收的 Kerr 非线性增强效应。分析表明,量子点间的电压调控引起的隧穿是产生 Kerr 非线性增强的关键因素。

**关键词** Kerr 非线性;电压隧穿;电磁感应透明;量子点

中图分类号 O437 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.051902

## Voltage Control Enhancement of Kerr Nonlinearity in Asymmetric Double Quantum Dots System

Guo Hongju<sup>1</sup> Wang Chunfang<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Shanghai Publishing and Printing College, Shanghai 200093, China  
<sup>2</sup> University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract** A theoretical investigation is carried out into the Kerr nonlinear effect of an asymmetric double quantum dots system. Using voltage tunneling, electromagnetically induced transparency can appear synchronously at two different frequency windows. By tuning tunneling voltage and control field suitably, the absorption property is significantly modified and therefore the enhanced Kerr nonlinearity without linear and nonlinear absorption occurs at one of the transparent windows. Analysis shows that voltage controlling between two quantum dots is key factor of the enhancement of Kerr nonlinearity.

**Key words** Kerr nonlinearity; voltage tunneling; electromagnetically induced transparency; quantum dots

**OCIS codes** 190.3270;270.1670;160.4330

## 1 引言

弱吸收下非线性极化率的增强使得人们可以在低光水平下研究非线性光学<sup>[1,2]</sup>。为得到增强的 Kerr 非线性效应,提出了许多方案<sup>[3~5]</sup>。Schmidt 等<sup>[3]</sup>在四能级 N 型原子系统内通过一个非共振能级干扰理想的电磁诱导透明方案得到了增强的 Kerr 非线性。Nakajima<sup>[4]</sup>发现自电离共振能够引起三阶极化率的增强。Niu 等<sup>[5]</sup>运用双暗态共振原理在一个四能级双暗态共振系统得到了增强的 Kerr 非线性效应。除了上述提到的原子系统的研究方案外,在半导体量子阱内,Kerr 非线性增强也得到了相应的研究<sup>[6~8]</sup>。基于隧穿诱导透明,非对称双量子阱系统内调制出了低光水平下  $\pi$  的交叉相移<sup>[8]</sup>。然而,半导体量子点系统内无吸收的 Kerr 非线性增强效应并未得到研究。而作为光学介质,量子点具有以上介质所不具备的优势:量子点作为固体的实体容易被访问(输入输出);比起真实的原子量子点这个“人造原子”具有较大的偶极矩和较强光的耦合,并且容易操控,甚至实现全光调控;最重要是量子点能运用现有技术生长出大规模的阵列,使它具有可扩展性。因此,量子点作为光学介质近年来得到大量研究。2006 年,Beirne 等<sup>[9]</sup>提出由两个量子点组成量子点分子(QDM)的方案。量子点系统内激子-声子相互作用<sup>[10]</sup>诱导透明,及考虑局域场的影响出现电磁诱导透明<sup>[11]</sup>。最近有人研究了在半导体双量子点分子结构中利用隧穿诱导透明实现超慢光传输<sup>[12]</sup>。

收稿日期: 2011-11-17; 收到修改稿日期: 2012-01-10; 网络出版日期: 2012-04-01

基金项目: 上海市教育委员会优秀青年项目(slg10054)和上海市教育委员会科研创新项目(11YZ118)资助课题。

作者简介: 郭洪菊(1977—),女,博士,讲师,主要从事量子相干调控与非线性光学等方面的研究。

E-mail: guohongju@163.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网(<http://www.opticsjournal.net>)

本文研究了不对称双量子点系统内无吸收的 Kerr 非线性增强效应。双量子点中可以只允许存在一个多余电子。拟在双量子点之间加入隧穿电压。电子存在于其中某个量子点内时,整个系统具有一对无激子态和激子基态<sup>[12]</sup>;而隧穿电压使得电子隧穿到另一个量子点内时,系统将具有另一对不一样的无激子态和激子基态。此时,在两个不同量子点内均加上无激子态和激子基态之间的共振光场,则类四能级原子的量子点分子系统构成。研究发现,在该系统内运用电压隧穿,电磁感应透明同时出现在两个不同的探测失谐位置。在此基础上,调节隧穿电压及控制光场,改变吸收性质,可以得到在其中一个透明位置的无线性和非线性吸收的 Kerr 非线性增强。

## 2 系统结构与基本方程

近年来,通过分子束外延法,在 n 型 GaAs 基底上已经成功生长出自组织沿[001]方向上量子点分子<sup>[12]</sup>。考虑如图 1 所示不对称双量子点分子系统,其中左量子点与右量子点具有不同的能带结构,同时左量子点与近共振探测场  $E_p \exp(-i\omega_p t) + c. c.$  (c. c. 表示表达式前一项的复共轭) 耦合,右量子点与近共振控制场  $E_c \exp(-i\omega_c t) + c. c.$  耦合。 $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 分别代表左右两量子点的无激子态, $|2\rangle$ 和 $|4\rangle$ 分别代表两量子点的激子基态。量子点间加有隧穿电压, $T_e$ 代表隧穿率, $T_e$ 以及 $|2\rangle$ 和 $|4\rangle$ 之间的频差可通过隧穿电压调控<sup>[12]</sup>。该系统的哈密顿量为

$$H = \sum_j \hbar \omega_j |j\rangle \langle j| - \hbar [\Omega_p \exp(-i\omega_p t) |2\rangle \langle 1| + \Omega_p^* \exp(i\omega_p t) |1\rangle \langle 2|] - \hbar [\Omega_c \exp(-i\omega_c t) |4\rangle \langle 3| + \Omega_c^* \exp(i\omega_c t) |3\rangle \langle 4|] + T_e (|2\rangle \langle 4| + |4\rangle \langle 2|). \quad (1)$$

代入薛定谔方程,在旋波近似下得到相互作用表象下的几率幅运动方程:

$$\dot{b}_1 = i\Omega_p b_2, \quad (2)$$

$$\dot{b}_2 = i(\Delta_1 + i\gamma_1) b_2 + i\Omega_p b_1 - iT_e b_4, \quad (3)$$

$$\dot{b}_3 = i(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}) b_3 + i\Omega_c b_4, \quad (4)$$

$$\dot{b}_4 = i(\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2) b_4 + i\Omega_c b_3 - iT_e b_2. \quad (5)$$

式中  $\omega_j$  是能级  $|j\rangle$  ( $j = 1 \sim 4$ ) 的本征频率,  $\Omega_p = \frac{\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{E}_p}{2\hbar}$  和  $\Omega_c = \frac{\mathbf{u}_{34} \cdot \mathbf{E}_c}{2\hbar}$  是作用光场的拉比频率,其中  $\mathbf{u}_{12}$  和  $\mathbf{u}_{34}$  代表电子跃迁偶极矩阵元,  $\mathbf{E}_p$  和  $\mathbf{E}_c$  是光场的慢变振幅,  $\Delta_1 = \omega_p - \omega_{21}$  和  $\Delta_2 = \omega_c - \omega_{43}$  代表光场和激子基态与无激子态共振跃迁频率间的失谐,且  $\omega_{jk} = \omega_j - \omega_k$  为能级  $|j\rangle$  和  $|k\rangle$  间的频率差。 $2\gamma_1$  和  $2\gamma_2$  是能级  $|2\rangle$  和  $|4\rangle$  的衰减速率,代表  $|2\rangle$  和  $|4\rangle$  到其他所有能级的衰减,做了唯象处理。

## 3 一阶吸收与色散

假设该量子点分子初始处于基态  $|1\rangle$ , 则

$$b_1^0 = 1, \quad b_4^0 = b_3^0 = b_2^0 = 0, \quad (6)$$

初始值代入(2)~(5)式,求其稳态解,运用微扰迭代法,得到一阶极化率的表达式

$$\chi^{(1)} = -\frac{2N|\mu_{12}|^2}{\hbar \epsilon_0} \frac{(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})(\Delta_1 + \omega_{24}) - |\Omega_c|^2 + i\gamma_2(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})}{(\Delta_1 + i\gamma_1)[(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})(\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2) - |\Omega_c|^2] - T_e^2(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})}, \quad (7)$$

所有参数都以  $\gamma_1$  为单位。当隧穿效应存在,而右边量子点内不存在激发控制场,即  $\Omega_c = 0$ , 调节隧穿电压使  $T_e = 3, \omega_{24} = 0$  时,吸收色散谱表达式为

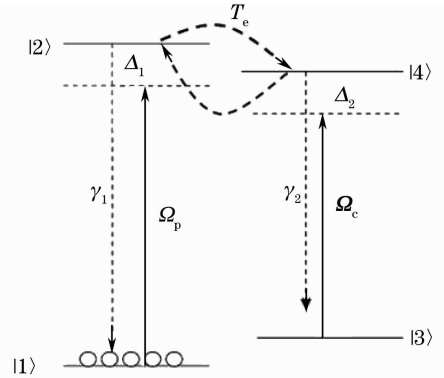


图 1 不对称双量子点分子系统与光场相互作用结构图,其中门电压加在左右量子点之间,导致存在电子隧穿,隧穿率为  $T_e$ 。

Fig. 1 Schematic diagram of asymmetric QDM coupled to control and probe light fields. A bias voltage is added between two quantum dots to tunnel electron with tunneling coefficient  $T_e$ .

$$\chi^{(1)} = -\frac{2N|\mu_{12}|^2}{h\epsilon_0} \frac{1}{\Delta_1 + i\gamma_1 - (T_e^2/\Delta_1)}. \quad (8)$$

将该表达式与电磁感应透明(EIT)的极化率表达式<sup>[13]</sup>进行比较,从  $T_e^2/\Delta_1$  项可以看出,EIT里的强场驱动此时由电压隧穿率  $T_e$  代替。显然,电子隧穿同强场一样,诱导了吸收色散谱线在共振位置出现透明。如图 2(a)所示。虚线代表吸收,实线代表色散。

而当加入激发控制场  $\Omega_c$  在右量子点内,并且存在隧穿电压时,一阶极化率表达式为

$$\chi^{(1)} = -\frac{2N|\mu_{12}|^2}{h\epsilon_0} \frac{\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2 - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})}{(\Delta_1 + i\gamma_1)[\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2 - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})] - T_e^2} = -\frac{2N|\mu_{12}|^2}{h\epsilon_0} \left[ \Delta_1 + i\gamma_1 - \frac{T_e^2}{\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2 - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})} \right]^{-1}. \quad (9)$$

若调控隧穿电压使得  $\omega_{24}$  此时为 0,  $\Omega_c$  的出现诱导了双暗态共振<sup>[9]</sup>,于是出现三峰结构的吸收色散谱,两个对称的透明窗口在不同的频率位置同时出现,如图 2(b)所示。此时对应参数为  $T_e = 3, \omega_{24} = 0, \Delta_2 = 0$ 。该条件下,透明窗口位置三阶 Kerr 非线性近乎为 0。Kerr 非线性较强的位置对应吸收很大不利于应用,因此该图像并未给出。

要得到较强的三阶 Kerr 非线性增强,需将探测场调离透明位置,这必然导致介质对探测场的线性与非线性吸收无法被抑制。而此时调控隧穿电压至  $\omega_{24} \neq 0$ ,并调节  $\Delta_2$  及控制光场  $\Omega_c$ ,使得引起共振的电子跃迁通道不再对称,则透明窗口及吸收峰的位置也不再对称。随着电压调控  $\omega_{24}$  的大小,窗口会一边变宽,另一边变窄,如图 2(c)所示。此时在非对称位置的透明窗口内就有可能得到线性与非线性吸收得到抑制的 Kerr 非线性增强效应。

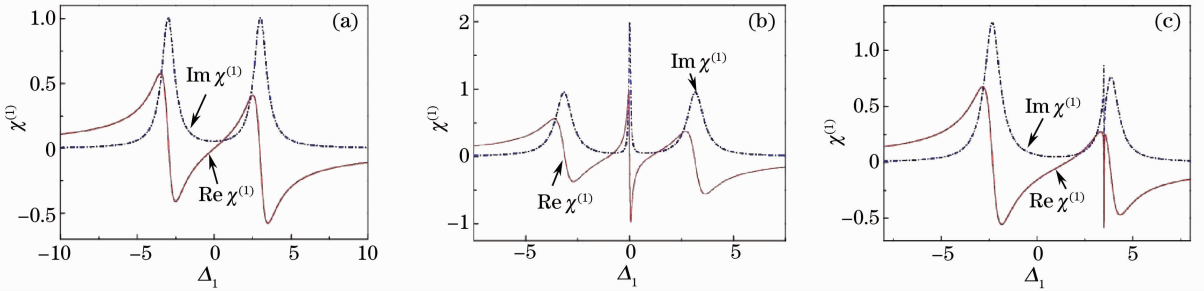


图 2 双量子点系统内的隧穿诱导透明。一阶吸收色散  $\text{Im } \chi^{(1)}$  (点划线) 和  $\text{Re } \chi^{(1)}$  (实线) 对应探测失谐  $\Delta_1$  的演化。参数选择分别为 (a)  $T_e = 3, \omega_{24} = 0, \Omega_c = 0, \Delta_2 = 0$ ; (b)  $T_e = 3, \omega_{24} = 0, \Omega_c = 0.1, \Delta_2 = 0$ ; (c)  $T_e = 3, \omega_{24} = 1.5, \Omega_c = 0.1, \Delta_2 = 2$

Fig. 2 Tunneling-induced transparency in asymmetric double quantum dots system.  $\text{Im } \chi^{(1)}$  (dashed) and  $\text{Re } \chi^{(1)}$  (solid) versus the probe detuning  $\Delta_1$ . The parameters are chosen to be (a)  $T_e = 3, \omega_{24} = 0, \Omega_c = 0, \Delta_2 = 0$ ; (b)  $T_e = 3, \omega_{24} = 0, \Omega_c = 0.1, \Delta_2 = 0$ ; (c)  $T_e = 3, \omega_{24} = 1.5, \Omega_c = 0.1, \Delta_2 = 2$

## 4 三阶吸收与色散

令

$$Z = (\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})(\Delta_1 + i\gamma_1)(\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2) - |\Omega_c|^2(\Delta_1 + i\gamma_1) - T_e^2(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}), \quad (10)$$

则三阶极化率的表达式为

$$\chi^{(3)} = -\frac{2N|\mu_{12}|^4}{3h^3\epsilon_0 Z^2} \{ T_e^2 |\Omega_c|^2 [(\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2)(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}) - |\Omega_c|^2] + [(\Delta_1 + \omega_{24})(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}) - |\Omega_c|^2]^2 [(\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2)(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}) - |\Omega_c|^2] + (T_e^2 + \gamma_2^2) [(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})^3 (\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2) - |\Omega_c|^2 (\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})^2] \}, \quad (11)$$

对于  $\Omega_c \neq 0, T_e \neq 0, \omega_{24} \neq 0$  的情况,三阶极化率的表达式可以简化为

$$\chi^{(3)} = -\frac{2N|\mu_{12}|^4}{3h^3\epsilon_0} \frac{[\Delta_1 + \omega_{24} - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})]^2 + T_e^2 \{ 1 + [|\Omega_c|^2/(\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})^2] \} + \gamma_2^2}{|(\Delta_1 + i\gamma_1)[\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2 - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})] - T_e^2|^2} \times \frac{\Delta_1 + \omega_{24} - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24}) + i\gamma_2}{(\Delta_1 + i\gamma_1)[\Delta_1 + \omega_{24} + i\gamma_2 - (|\Omega_c|^2/\Delta_1 - \Delta_2 + \omega_{24})] - T_e^2}, \quad (12)$$

结合一阶极化率的(9)式和三阶极化率的(12)式,调节各参数至  $T_e = 3, \Delta_2 = 2, \omega_{24} = 1.5, \Omega_c = 0.1$  时,如图 2(c)所示,一阶吸收色散谱不再对称。右边的透明窗口对应探测失谐  $\Delta_1 = 3.5$  的位置,其放大图如图 3(a)所示。右边窗口附近的三阶吸收色散谱线如图 3(b)所示,虚线代表三阶吸收,实线代表三阶色散。此时对应  $\Delta_1 = 3.5$  位置,线性吸收为 0,三阶非线性吸收也为 0,同时在该位置得到很大的三阶色散,即  $\text{Re } \chi^{(3)} = 343$ ,如图 3(b)中绿线所标识。这说明,通过调节隧穿率  $T_e$ 。同时调谐控制场失谐及拉比频率,可以在双量子点分子内,通过隧穿诱导相干,得到无吸收条件下大的 Kerr 非线性增强。并且,把量子点系统内的电子数密度以及带间电偶极矩<sup>[12]</sup>大小与原子系统相比较,可以看出,量子点系统具有更好的巨 Kerr 效应。对于量子计算和量子信息的存储具有更好的应用价值。

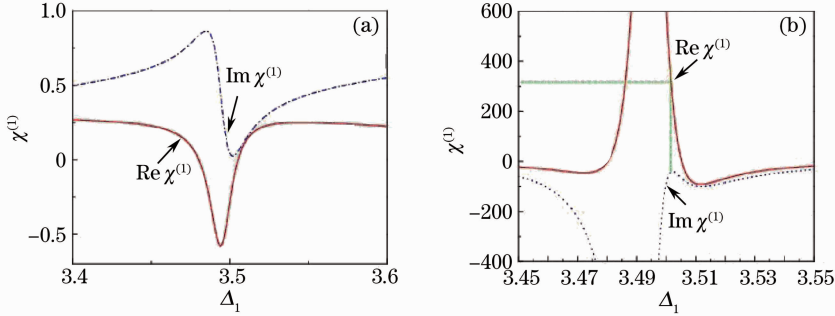


图 3 双量子点系统内无吸收的 Kerr 非线性增强。参数为  $T_e = 3, \omega_{24} = 1.5, \Delta_2 = 2, \Omega_c = 0.1$ 。(a)对应图 2(c)中所示右边透明窗口放大的吸收色散谱;(b)对应(a)所示窗口内的  $\text{Im } \chi^{(3)}$ (点划线)和  $\text{Re } \chi^{(3)}$ (实线)对探测失谐  $\Delta_1$  的演化  
Fig. 3 Enhancement of Kerr nonlinearity in asymmetric double quantum dots system. The parameters are chosen to be  $T_e = 3, \omega_{24} = 1.5, \Delta_2 = 2, \Omega_c = 0.1$ . (a) Enlarged figure of the right window in Fig. 2 (c); (b)  $\text{Im } \chi^{(3)}$  (dashed) and  $\text{Re } \chi^{(3)}$  (solid) versus the probe detuning  $\Delta_1$  for the window of (a)

## 5 结 论

本文基于电压隧穿诱导透明探讨了非对称双量子点分子系统中的 Kerr 非线性增强效应。对该系统的一阶吸收色散和三阶吸收色散分析表明,通过在本系统内调节隧穿电压,调节右量子内的激发控制光场,以及双量子点激子基态间的失谐,可以在该系统内得到无线性及非线性吸收条件下大的 Kerr 非线性增强。这一 Kerr 非线性增强效应,可以用来实现在量子点系统内的时间及空间亮孤子和暗孤子传输<sup>[14]</sup>,对于量子信息过程中有重要的潜在应用。

## 参 考 文 献

- 1 A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods *et al.*. Strongly interacting photons in a nonlinear cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(8): 1467~1470
- 2 S. E. Harris, L. V. Hau. Nonlinear optics at low light levels[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(23): 4611~4614
- 3 H. Schmit, A. Imamoglu. Giant Kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(23): 1936~1938
- 4 T. Nakajima. Enhanced nonlinearity and transparency via autoionizing resonance[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(11): 847~849
- 5 Y. P. Niu, S. Q. Gong, R. X. Li *et al.*. Giant Kerr nonlinearity induced by interacting dark resonances[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(24): 3371~3374
- 6 H. Sun, Y. P. Niu, R. X. Li *et al.*. Tunneling-induced large cross-phase modulation in an asymmetric quantum well[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(17): 2475~2477
- 7 H. Sun, S. Q. Gong, Y. P. Niu *et al.*. Enhancing Kerr nonlinearity in an asymmetric double quantum well via fano interference[J]. *Phys. Rev. B*, 2006, **74**(15): 155314
- 8 Hongju Guo, Lichun Wang, Yueping Niu *et al.*. Tunneling-induced  $\pi$ -phase shift with a single-photon signal field in asymmetric double quantum wells[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **10**(10): 886~890
- 9 G. J. Beirne, C. Hermannstädtler, L. Wang *et al.*. Quantum light emission of two lateral tunnel-coupled (In, Ga) As/GaAs quantum dots controlled by a tunable static electric field[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(13): 137401

- 10 Yiwen Jiang, Zuojie Wu, Xiaozhong Yuan *et al.*. Electromagnetically induced transparency in quantum dot systems[J]. *J. Phys. B*, 2006, **39**(12): 2621~2632
  - 11 Y. W. Jiang, K. D. Zhu. Local field effects on phonon-induced transparency in quantum dots embedded in a semiconductor medium[J]. *Appl. Phys. B*, 2008, **90**(1): 79~85
  - 12 Chunhua Yuan, Kadi Zhu. Voltage-controlled slow light in asymmetry double quantum dots[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(5): 052115
  - 13 M. O. Scully, M. S. Zubairy. *Quantum Optics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997
  - 14 Qi Yihong, Niu Yueping, Ni Cui *et al.*. Study on nonlinear propagation effects of special laser beams[J]. *Laser & Optoelectron. Progress*, 2010, **47**(7): 071902
- 祁义红, 钮月萍, 崔妮等. 特殊激光光束的非线性传输特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(7): 071902