

基于主动-被动法对电光双稳态系统的混沌控制和同步研究

张胜海 赵振华* 杨华

(信息工程大学理学院, 河南 郑州 450001)

摘要 将主动-被动同步法改进后,用于对长延迟状态下电光双稳态系统进行混沌控制和同步研究,分别采用单向驱动方法和驱动-耦合方法研究电光双稳态系统的混沌控制和同步。数值模拟表明,在适当参数条件下应用单向驱动方法,驱动系统可以将响应系统控制到各周期状态,且驱动系统的状态决定了响应系统的状态;适当选取耦合系数和驱动强度,两种方案都可以实现驱动系统与响应系统之间的混沌同步。从同步效果上来看,驱动-耦合方法所需耦合系数更小,可控的耦合系数范围比较广,同步效果更好。

关键词 非线性光学;电光双稳态;单向驱动方法;驱动-耦合方法;混沌控制;混沌同步

中图分类号 O437 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.051901

Chaos Control and Synchronization in Electrical-Optical Bistable Systems Through Active-Passive Method

Zhang Shenghai Zhao Zhenhua Yang Hua

(Institute of Science, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract Chaos control and synchronization in long-delay electrical-optical bistable systems are researched through modified active-passive method. Unidirectional driving method and driving-coupling method are used in the study on chaos control and synchronization, respectively. The results of numerical simulation show that the chaos of driven system is controlled by the driving system through unidirectional driving method. The driven system's periodic state lies on the driving system's periodic state. By adjusting the driving intensity and the coupling coefficient, the chaos synchronization is realized between the driven system and the driving system with these two methods. The effects of driving-coupling method are better than those of unidirectional driving method. Driving-coupling method needs less coupling coefficient and has a larger range of effective coupling coefficient.

Key words nonlinear optics; electrical-optical bistability; unidirectional driving method; driving-coupling method; chaos control; chaos synchronization

OCIS codes 190.1450; 190.3100; 190.4360; 230.2090

1 引言

光学双稳态可分为全光学型双稳态和混合型光学双稳态^[1]。电光双稳态就是一种典型的混合型光学双稳态,1981年,Gibbs等^[2]在实验上观测到电光学双稳态系统混沌。1983年,Gao等^[3]对电光双稳态系统的动力学特性进行了研究。由于该系统结构简单,在实验上易于实现,为混沌研究提供了重要的实验平台。到目前为止,大量能够产生电光双稳态现象的系统被提出^[4,5],且通过调节输入光强对电光双稳态系统稳定性、分岔点和Lyapunov指数等特性的研究也较为广泛^[3,6~9]。牛永迪等^[10]采用并联单向驱动方案对该系统的混沌控制和同步进行了研究。常见的系统混沌控制的方法有很多,如外周期激励控制法^[11]、正弦调制法^[12]、变量旋转法^[13]、间隙反馈控制法^[14]、延迟反馈法^[15]和耦合反馈法^[16]等。本文基于主动-被动同步法思想,分别采用了单向驱

收稿日期: 2011-11-23; 收到修改稿日期: 2011-12-28; 网络出版日期: 2012-03-12

基金项目: 国家自然科学基金(10975047)资助课题。

作者简介: 张胜海(1971—),男,博士,副教授,主要从事光学混沌及其应用等方面的研究。E-mail: ccstshz@163.com

* 通信联系人。E-mail: zhenhua622322@163.com

动方法和驱动-耦合方法对电光双稳态系统的混沌控制和同步进行了研究,数值模拟的结果证明,采用单向驱动方法,在适当参数条件下,驱动系统可以将响应系统控制到各周期状态,也能实现驱动系统和响应系统混沌同步;适当选取耦合系数和驱动强度,驱动-耦合方法能够实现两个响应系统之间的混沌同步。从同步效果上来看,驱动-耦合方法所需耦合系数更小,可控的耦合系数范围比较广,同步效果更好。

2 电光双稳态系统的混沌

电光双稳态系统的动力学方程表示形式如下^[3,6-9]:

$$\frac{dx}{dt} + x(t) = I\{1 - k\cos[x(t - \tau_d) + \theta]\}/2, \quad (1)$$

式中 I 为系统的输入光强, $x(t)$ 是系统的输出光强经过光电转换、放大后反馈到系统上的电压, τ_d 是反馈回路中的有效延迟时间, k 是消光系数, θ 是与系统偏置电压相对应的量。

本文以长延迟情况下由系统参数引发的混沌为研究对象,在长延迟状态下,系统的时间演化方程(1)式可近似表示成一维迭代方程

$$x_{n+1} = I[1 - k\cos(x_n + \theta)]/2, \quad (2)$$

式中 n 代表系统的迭代次数,入射光强 I 是系统的分岔参数(无量纲)。

对(2)式所描述的系统,取参数 $k=0.8, \theta=\pi$,以 I 作为系统的可调参数,可得到系统随参数 I 演化的分岔图,如图 1(a)所示。为进一步明确系统各点处的状态,画出系统最大 Lyapunov 指数随参数 I 演化的情况,如图 1(b)所示。由 Lyapunov 指数的定义可知, Lyapunov 指数小于零时系统处于周期状态, Lyapunov 指数等于零时对应系统分岔点, Lyapunov 指数大于零时系统处于混沌状态。当系统在输入光强满足 $1 < I < 2.55$ 时,系统处于周期一状态,系统最大 Lyapunov 指数小于零;在 $I=2.55$ 处, Lyapunov 指数等于零,分岔图中系统由一周期分岔至二周期状态;当 $2.55 < I < 4.56$ 时,系统处于周期二状态,系统最大 Lyapunov 指数小于零;在 $I=4.56$ 处, Lyapunov 指数等于零,系统由二周期分岔至四周期状态;当 $4.56 < I < 4.8$ 时,系统处于周期四状态,系统最大 Lyapunov 指数小于零;在 $I=4.8$ 处, Lyapunov 指数等于零,系统由四周期分岔至八周期状态。在 $5.7 < I < 5.9$ 时, Lyapunov 指数再次出现小于等于零的情况,即系统会出现周期状态,此时分岔图内出现三周期窗口;在 $I=5.8$ 附近,系统由三周期分岔至六周期,对应 Lyapunov 指数等于零。结合我们已有的研究^[9],在 $I < 5.8$ 附近的混沌是由阵发混沌和倍周期分岔共同作用的结果。随着入射光强 I 的增加,系统分别经历由周期一、周期二、周期四、周期八后跳至混沌态,通过倍周期分岔过程进入混沌,并且在混沌区域内 $I=5.8$ 附近出现了周期三窗口,验证了 Li 等^[7]提出的周期三意味着混沌的理论。两幅图完全吻合,明确了不同输入光强下系统所处的状态以及系统演化分岔点对应的输入光强。

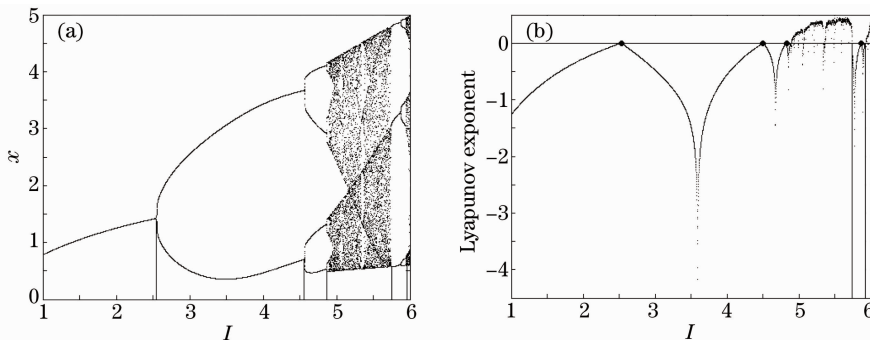


图 1 (a) 电光双稳态系统的分岔图; (b) 电光双稳态系统的最大 Lyapunov 指数图

Fig. 1 (a) Bifurcation diagram of electrical-optical bistable system; (b) largest Lyapunov exponent diagram of electrical-optical bistable system

3 单向驱动方法控制电光双稳态系统混沌

设有两台相似的电光双稳态系统 S_1 和 S_2 , 将 S_1 系统的输出变量以一定的比例分别耦合到 S_2 系统, 令

S_1 为驱动系统, S_2 为响应系统。在长延迟状态下, 系统单向驱动方案可表示成如下形式:

$$\begin{cases} x_{1,n+1} = I_1 [1 - k_1 \cos(x_{1,n} + \theta_1)] / 2 \\ x_{2,n+1} = I_2 \left[1 - k_2 \cos\left(\frac{x_{2,n} + mx_{1,n}}{1+m} + \theta_2\right) \right] / 2 \end{cases} \quad (3)$$

式中 n 代表系统的迭代次数, m 为耦合系数。

由图 1 可知, 不同输入光强 I_1 对应驱动系统 S_1 处于不同的状态, 为了研究单向驱动方案对电光双稳态系统混沌的控制效果, 使驱动系统分别处于不同的周期状态, 取 $I_2 = 5.5, k_1 = k_2 = 0.8, \theta_1 = \theta_2 = \pi$, 根据混沌系统对初值的敏感性, 驱动系统 S_1 和响应系统 S_2 选取不同的初值 $x_{1,1} = 0.10, x_{2,1} = 0.12$ 。

图 2(a) 为输入光强 $I_1 = 2$, 即驱动系统 S_1 处于周期一状态时, 响应系统 S_2 随耦合系数 m 的演化图, 随着耦合系数的增大, 系统经倒倍周期分岔进入稳定的各周期状态, 直至周期一状态。由图 1(a) 可知, 当 $1 < I_1 < 2.55$ 时, 驱动系统都处于周期一状态。在此参数区间内, 选取不同的输入光强重复此过程, 响应系统都最终被控制在周期一状态, 即控制响应系统至周期一状态的输入光强范围为 $1 < I_1 < 2.55$ 。图 2(b) 为输入光强 $I_1 = 4$, 即驱动系统 S_1 处于周期二状态时, 响应系统 S_2 随耦合系数 m 的演化图, 随着耦合系数的增大, 系统经倒倍周期分岔进入周期二状态。由图 1(a) 可知, 当 $2.55 < I_1 < 4.56$ 时, 驱动系统都处于周期二状态。同样选取不同的输入光强重复该实验, 响应系统都最终被控制在周期二状态, 即控制响应系统至周期二状态的输入光强范围为 $2.55 < I_1 < 4.56$ 。图 2(c) 为输入光强 $I_1 = 4.6$, 即驱动系统 S_1 处于周期四状态时, 响应系统 S_2 随耦合系数 m 的演化图, 随着耦合系数的增大, 系统经倒倍周期分岔进入周期四状态。由图 1(a) 可知, 当 $4.56 < I_1 < 4.8$ 时, 驱动系统都处于周期四状态。同样选取不同的输入光强重复该实验, 响应系统都最终被控制在周期四状态, 即控制响应系统至周期四状态的输入光强范围为 $4.56 < I_1 < 4.8$ 。这样响应系统 S_2 分别被控制到各周期稳定状态, 且驱动系统的状态决定了响应系统的状态。

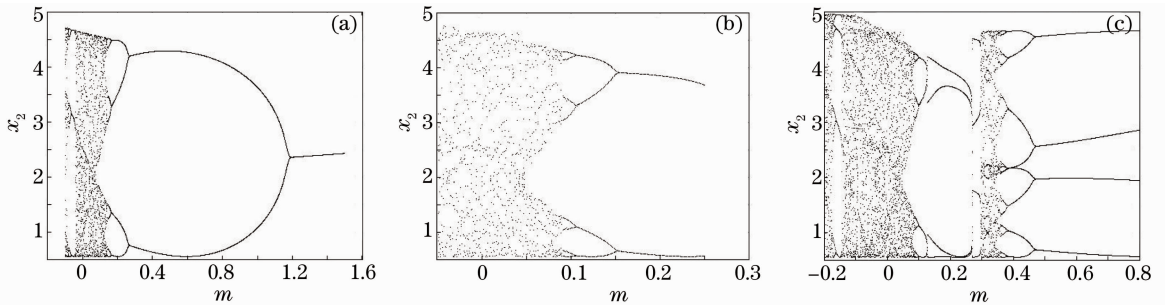


图 2 不同输入光强 I_1 对应单向驱动方法响应系统 S_2 随耦合系数 m 的演化图。(a) $I_1 = 2$; $I_1 = 4$; $I_1 = 4.6$

Fig. 2 Evolution of driven system S_2 with coupling coefficient m based on unidirectional driving method with different I_1 .

(a) $I_1 = 2$; $I_1 = 4$; $I_1 = 4.6$

4 混沌同步

4.1 单向驱动方法实现电光双稳态系统混沌同步

由图 1 可知, 不同输入光强 I_1 对应驱动系统 S_1 处于不同的状态, 为了说明混沌同步效果, 将驱动系统置于混沌状态, 取 $I_1 = I_2 = 5.5, k_1 = k_2 = 0.8, \theta_1 = \theta_2 = \pi$, 驱动系统 S_1 和响应系统 S_2 选取不同的初值 $x_{1,1} = 0.10, x_{2,1} = 0.12$ 。

取输入光强 $I_1 = 5.5$ 时, 驱动系统处于混沌状态, 图 3(a) 为驱动系统 S_1 的时间序列图, 显然处于混沌状态。图 3(b) 为耦合系数 $m = 0.41$ 时, 响应系统 S_2 的时间序列图, 也是处于混沌状态。图 3(c) 为耦合系数 m 与系统 S_2 和系统 S_1 之差的关系图, 发现当耦合系数满足 $0.33 < m < 0.36$ 及 $m > 0.38$ 时, 驱动系统 S_1 与响应系统 S_2 之差等于零, 即驱动系统 S_1 与响应系统 S_2 实现了混沌同步。图 3(d) 为耦合系数 $m = 0.41$ 时, 驱动系统 S_1 与响应系统 S_2 的关系图, 系统 S_1 与系统 S_2 实现了混沌同步。证明适当选取耦合系数 m , 满足 $0.33 < m < 0.36$ 及 $m > 0.38$ 时, 采用单向驱动方法可以实现电光双稳态系统的混沌同步。

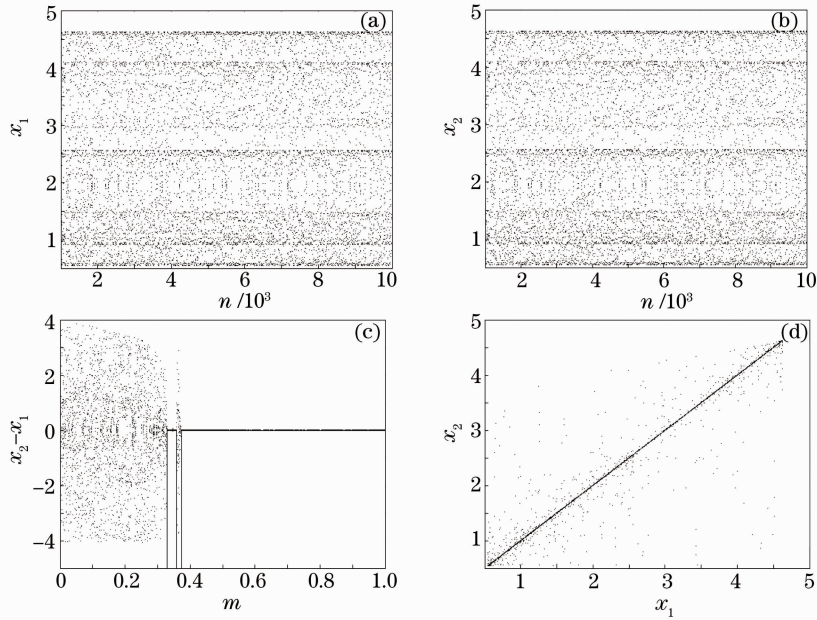


图3 (a)驱动系统和(b)响应系统时间序列;(c)两系统之差与耦合系数 m 的关系;(d) $m=0.41$ 时两系统关系
Fig. 3 Time series of (a) the driving system and (b) the driven system; (c) difference between systems S_1 and S_2 versus coupling coefficient m ; (d) relation between systems S_1 and S_2 when $m=0.41$

4.2 驱动-耦合方法实现电光双稳态系统混沌同步

为了进一步提高混沌同步效率,再添加一台相似的电光双稳态系统 S_3 作为响应系统与 S_2 并联,用于产生差值耦合控制项,按一定的比例分别作用于两个响应系统,如图4所示。

同样以长延迟情况下系统的混沌为研究对象,根据以上方案驱动系统 S_1 和响应系统 S_2 和 S_3 的时间演化方程可近似表示成如下形式:

$$\begin{cases} x_{1,n+1} = I_1 [1 - k_1 \cos(x_{1,n} + \theta_1)] / 2 \\ x_{2,n+1} = I_2 \left[1 - q(x_{3,n} - x_{2,n}) - k_2 \cos\left(\frac{x_{2,n} + mx_{1,n}}{1+m} + \theta_2\right) \right] / 2, \\ x_{3,n+1} = I_3 \left[1 - q(x_{2,n} - x_{3,n}) - k_3 \cos\left(\frac{x_{3,n} + mx_{1,n}}{1+m} + \theta_3\right) \right] / 2 \end{cases} \quad (4)$$

式中 q 为反馈项对系统 S_2 和 S_3 的驱动强度。

由图1可知,不同输入光强 I_1 对应驱动系统 S_1 处于不同的状态,同样将驱动系统置于混沌状态,取 $q = 0.1, I_1 = I_2 = I_3 = 5.5, k_1 = k_2 = k_3 = 0.8, \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi$,驱动系统 S_1 和响应系统 S_2, S_3 选取不同的初值 $x_{1,1} = 0.10, x_{2,1} = 0.12, x_{3,1} = 0.13$ 。

图5(a)为耦合系数 $m=0.15$ 时响应系统 S_2 的时间序列图,显然响应系统 S_2 处于混沌状态。图5(b)为耦合系数 $m=0.15$ 时响应系统 S_3 的时间序列图, S_3 也处于混沌状态。图5(c)为响应系统 S_2 和 S_3 之差与耦合系数的关系图,当耦合系数满足 $0.14 < m < 0.17$ 及 $m > 0.17$ 时,响应系统 S_2 与 S_3 之差等于零,即两系统实现了混沌同步。图5(d)为耦合系数 $m=0.15$ 时,响应系统 S_2 与 S_3 的关系图,发现响应系统 S_2 与 S_3 实现了混沌同步。证明适当选取耦合系数 m ,即满足 $0.14 < m < 0.17$ 及 $m > 0.17$ 时,驱动-耦合方法也可以实现电光双稳态系统的混沌同步。相对于单向驱动同步方案,驱动-耦合方案所需耦合系数 m 值更小,同步效果更好。

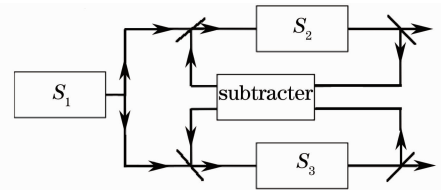


图4 驱动-耦合混沌同步方案图
Fig. 4 Scheme of the driving-coupling chaos synchronization

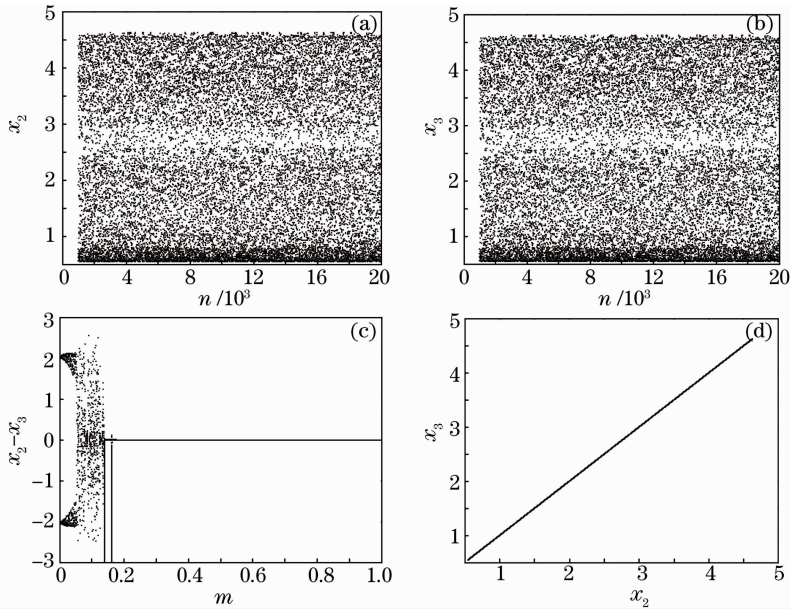


图5 响应系统(a) S_2 和(b) S_3 时间序列;(c) S_2 和 S_3 之差与耦合系数 m 的关系;(d) $m=0.15$ 时 S_2 与 S_3 之间的关系
Fig. 5 Time series of the driven systems (a) S_2 and (b) S_3 ; (c) difference between S_2 and S_3 versus coupling coefficient m ; (d) relation between S_2 and S_3 when $m=0.15$

5 结 论

对长延迟状态下电光双稳态系统的混沌同步进行研究。基于主动-被动同步法,分别采用单向驱动方法和驱动-耦合方法对电光双稳态系统的混沌控制和同步进行了研究。数值模拟的结果表明,适当选取耦合系数 m ,通过单向驱动方法可以实现驱动系统和响应系统的混沌控制,选取不同的输入光强可以将响应系统控制到不同的周期轨道上,即驱动系统的周期状态决定了响应系统最终被控制的状态。适当选取耦合系数 m ,通过单向驱动方法可以实现驱动系统和响应系统之间的混沌同步。适当选取驱动强度 q ,改进后的驱动-耦合方案也实现了驱动系统和响应系统之间的混沌同步,且驱动-耦合方法所需耦合系数更小,可控的耦合系数范围较广,同步效果更好。发现了单向驱动同步法在混沌控制上的应用价值,并为混沌同步研究提供了一个高效的驱动-耦合同步方案。

参 考 文 献

- 1 Shen Ke. Chaos in Optics[M]. Changchun: Northeast Normal University Press, 2000. 200~201
沈 柯. 光学中的混沌[M]. 长春: 东北师范大学出版社, 2000. 200~201
- 2 H. M. Gibbs, F. A. Hopf, D. L. Kaplan *et al.*. Observation of chaos in optical bistability[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **46**(7): 474~477
- 3 J. Y. Gao, L. M. Narducci, L. S. Schulman *et al.*. Route to chaos in a hybrid bistable system with delay[J]. *Phys. Rev. A*, 1983, **28**(5): 2910~2914
- 4 Sun Ping, You Bingxin. Experiment of optical bistability and chaos[J]. *Physics Experimentation*, 2010, **30**(9): 1~6
孙 萍, 尤秉信. 光学双稳与混沌实验[J]. *物理实验*, 2010, **30**(9): 1~6
- 5 Wang Bing, Yan Shaoping, Wu Xiuqing. Effects of cross correlated noises on the mean first-passage time of optical bistable system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(8): 5191~5195
王 兵, 严少平, 吴秀清. 交叉关联噪声对光学双稳系统平均首通时间的影响[J]. *物理学报*, 2009, **58**(8): 5191~5195
- 6 Bing Wang, Xiuqing Wu, Jianfa Qian. Stochastic resonance in an optical bistable system subjected to cross-correlated additive white noise and multiplicative colored noise[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(12): 1160~1162
- 7 F. A. Hopf, D. L. Kaplan, M. H. Rose *et al.*. Characterization of chaos in a hybrid optically bistable device[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**(12): 1394~1397
- 8 Zhang Ying, Li Jianbin, Zheng Zhiren *et al.*. Dynamic storage function by chaos control in a hybrid bistable system[J].

- Phys. Rev. E*, 1998, **57**(2): 1611~1614
- 9 Zhao Zhenhua, Zhang Shenghai, Yang Hua *et al.*. The analysis for chaotic characteristics in electrical-optical bistable systems[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1464~1468
赵振华, 张胜海, 杨 华 等. 电光双稳态系统的混沌特性分析[J]. 光子学报, 2011, **40**(10): 1464~1468
- 10 Niu Yongdi, Ma Wenqiang, Wang Rong. Chaos control and synchronization in electrical-optical bistable systems[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **58**(5): 2934~2938
牛永迪, 马文强, 王 荣. 电光双稳态系统的混沌控制与同步[J]. 物理学报, 2009, **58**(5): 2934~2938
- 11 Zhang Tao, Liu Yuhuai, Gao Minguang *et al.*. Add an external periodic stimulation signal to control an acousto-optical bistable system chaos[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(3): 231~234
张 涛, 刘玉怀, 高闽光 等. 声光双稳态系统混沌的外周期激励控制[J]. 光子学报, 2000, **29**(3): 231~234
- 12 Tian Xiaohua, Guo Qizhi. Controlling chaos in nondegenerate optical parametric oscillator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1761~1766
田晓华, 郭奇志. 非简并光学参变振荡器的混沌控制[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1761~1766
- 13 Lü Ling, Du Zeng, Luan Ling. Realization of chaos control in the acousto-optical bistable system by the variable rotation transformation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(12): 1437~1440
吕 翎, 杜 增, 栾 玲. 用变量旋转变换实现声光双稳态系统的混沌控制[J]. 中国激光, 2004, **31**(12): 1437~1440
- 14 Lü Ling, Li Gang, Cao Haijing. Chaos control of acousto-optical bistable system[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(2): 161~163
吕 翎, 李 钢, 曹海静. 声光双稳态系统混沌的控制[J]. 中国激光, 2004, **31**(2): 161~163
- 15 Lin Keyu, Lu Jing, Li Jianping. Chaotic control of erbium-doped fiber ring laser with delay feedback[J]. *Laser Technol.*, 2011, **35**(3): 319~325
蔺玉珂, 卢 静, 李建平. 单环掺铒光纤激光器光反馈的混沌控制[J]. 激光技术, 2011, **35**(3): 319~325
- 16 Wu Fei, Kuang Minmin, Sun Yuchao. Coupling feedback phase-shift controlling chaos for dual-ring erbium-doped fiber laser[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, **22**(1): 165~170
吴 飞, 邝敏敏, 孙宇超. 双环掺铒光纤激光器混沌耦合反馈相移控制[J]. 强激光与粒子束, 2010, **22**(1): 165~170
- 17 Tian Yien Li, James A. Yorke. Period three implies chaos[J]. *The Am. Math. Monthly*, 1975, **82**(10): 985~992