

各向异性等离子体衬底的二维光子晶体带隙特性分析

郑召文 杨利霞

(江苏大学通信工程系, 江苏 镇江 212013)

摘要 利用基于拉氏变换的电流密度卷积(LT-JEC)时域有限差分(FDTD)方法处理等离子体复杂介质;同时通过引入周期边界条件,将无限大周期结构转换为单个元胞的有限区域的计算,实现了抽象模型向实际计算模型的转变,计算了以等离子体为背景的二维等离子光子晶体的功率反射和透射系数。研究了二维等离子体光子晶体带隙特性随等离子体各参数变化的变化规律,为实际制作等离子体光子晶体提供了理论基础。

关键词 光电子学; 等离子体; 时域有限差分; 光子晶体

中图分类号 TN011.5 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.051602

Bandgap Characteristics of Two-Dimensional Magnetoplasma Photonic Crystal

Zheng Zhaowen Yang Lixia

(Department of Communication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract The Laplace Transfer-current density convolution (LT-JEC) finite difference time-domain (FDTD) method is used to deal with the complex magnetized plasma. By using the periodic boundary condition, the abstract model transfers into the practical model which can be calculated by FDTD. The plasma photonic crystals consist of the media embedding in the plasma. The algorithm is applied to calculate their power reflection and transmission coefficients of the different plasma parameters, and some useful conclusions are obtained. This work provides theory basis to make the practical plasma photonic crystals.

Key words optoelectronics; plasma; finite difference time-domain; photonic crystal

OCIS codes 160.5298; 160.5293; 350.5400

1 引言

与传统的晶体概念相类比,在1987年由John^[1]和Yablonovitch等^[2]分别独立地提出了光子晶体这一概念。对介电常数在空间上呈周期性分布的介质,求解麦克斯韦方程可知,只有在某些特定的频率下有解而在另外频率区间无解。这些被禁止的频率区间通常称为光子禁带(PBG),而将具有PBG或者具有特殊色散特性的周期人工材料称作为光子晶体。

2004年,Hojo^[3]和李伟等^[4]将等离子体和光子晶体结合在一起,提出了等离子体光子晶体(PPC)这种新型光子晶体概念。而作为一种特殊种类的光子晶体,等离子体光子晶体不仅具有一般光子晶体的物理性质(如对电磁波有禁带、通带等),而且由于受等离子体物理性质的影响,它还具有一些自己的特性。一方面,等离子体是一种色散介质,其折射率随频率变化而改变,当折射率为负值时等离子体本身呈现阻带特性,当折射率为正值时等离子体又呈现通带特性;另一方面,等离子体也是一种耗散介质,当电磁波进入等离子体内部时,由于等离子体内部各粒子的相互碰撞,入射电磁波的能量将被吸收而转化为等离子体的内能。除此之外,当有外加磁场存在时等离子体呈现各向异性特性以及更加复杂的电磁特性。因此等离子体和介质构成的人工周期性结构的等离子体光子晶体具有常规的介质光子晶体所不具备的独特性质。对其传输特性的研究,对将来构造微波

收稿日期: 2011-12-14; **收到修改稿日期**: 2012-01-06; **网络出版日期**: 2012-03-22

基金项目: 国家自然科学基金(61072002)和江苏大学高级专业人才科研启动基金(1281170014)资助课题。

作者简介: 郑召文(1978—),男,博士,讲师,主要从事计算电磁学和电磁兼容等方面的研究。E-mail: zzwen@ujs.edu.cn

滤波器、等离子体天线、等离子体透镜及开发军事上的等离子体隐身武器都有着重要的意义。

本文采用基于拉氏变换的电流密度卷积(LT-JEC)^[5]的时域有限差分(FDTD)^[6]方法,解决了等离子体各向异性且色散的复杂特性,然后通过加入周期边界(PBC)条件,将无限大周期结构转换为单个元胞的有限区域的计算,实现了抽象模型向实际计算模型的转变。通过计算二维光子晶体层的反射和透射系数,进而加以研究等离子体各参数对光子带隙的影响。

2 等离子体迭代式推导

在各向异性色散介质碰撞磁化等离子体中,麦克斯韦方程组和本构方程为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \nu \mathbf{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \omega_b \times \mathbf{J}, \quad (3)$$

式中 ϵ_0 为真空中的介电常数, μ_0 为真空中导磁率, ν 为电子碰撞频率, ω_p 是等离子体频率, $\omega_b = eB_0/m_e$ 为电子旋转频率, B_0 为外部静态磁场, e 和 m_e 各自表示电子电量和电子质量。

为了使 TM 波和 TE 波的 FDTD^[6] 迭代式具有相同的形式,对于 TE 波采用修正的 Yee 元胞形式,另外将电流密度分量放在对于的电场分量格点上。结合 LT-JEC 方法^[5] 处理等离子体的本构方程,可以得到 TM 波的 FDTD 迭代式:

$$H_x \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. = H_x \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} \left[E_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j + 1 \end{matrix} \right. - E_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right. \right], \quad (4)$$

$$H_y \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i + \frac{1}{2}, j \end{matrix} \right. = H_y \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i + \frac{1}{2}, j \end{matrix} \right. + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left[E_z \left| \begin{matrix} n \\ i + 1, j \end{matrix} \right. - E_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right. \right], \quad (5)$$

$$E_z \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j \end{matrix} \right. = E_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right. + \frac{\Delta t}{\epsilon_0} \left[\frac{H_y \left| \begin{matrix} n + (1/2) \\ i + (1/2), j \end{matrix} \right. - H_y \left| \begin{matrix} n + (1/2) \\ i - (1/2), j \end{matrix} \right.}{\Delta x} - \frac{H_x \left| \begin{matrix} n + (1/2) \\ i, j + (1/2) \end{matrix} \right. - H_x \left| \begin{matrix} n + (1/2) \\ i, j - (1/2) \end{matrix} \right.}{\Delta y} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J_z \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j \end{matrix} \right., \quad (6)$$

$$J_z \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j \end{matrix} \right. = \exp(-\nu \Delta t) J_z \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i, j \end{matrix} \right. + \epsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-\nu \Delta t / 2) E_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right., \quad (7)$$

而 TE 波的迭代式为

$$E_x \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. = E_x \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2} \end{matrix} \right. + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left[H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j + 1 \end{matrix} \right. - H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right. \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J_x \left| \begin{matrix} n \\ i, j + \frac{1}{2} \end{matrix} \right., \quad (8)$$

$$E_y \left| \begin{matrix} n + \frac{1}{2} \\ i + \frac{1}{2}, j \end{matrix} \right. = E_y \left| \begin{matrix} n - \frac{1}{2} \\ i + \frac{1}{2}, j \end{matrix} \right. - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \left[H_z \left| \begin{matrix} n \\ i + 1, j \end{matrix} \right. - H_z \left| \begin{matrix} n \\ i, j \end{matrix} \right. \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon_0} J_y \left| \begin{matrix} n \\ i + \frac{1}{2}, j \end{matrix} \right., \quad (9)$$

$$H_z \begin{vmatrix} n+1 \\ i, j \end{vmatrix} = H_z \begin{vmatrix} n \\ i, j \end{vmatrix} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_y \begin{vmatrix} n+(1/2) \\ i+(1/2), j \end{vmatrix} - E_y \begin{vmatrix} n+(1/2) \\ i-(1/2), j \end{vmatrix}}{\Delta x} - \frac{E_x \begin{vmatrix} n+(1/2) \\ i, j+(1/2) \end{vmatrix} - E_x \begin{vmatrix} n+(1/2) \\ i, j-(1/2) \end{vmatrix}}{\Delta y} \right], \quad (10)$$

$$J_x \begin{vmatrix} n \\ i, j + \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \exp(-v\Delta t) \left\{ \cos \omega_b \Delta t \cdot J_x \begin{vmatrix} n-1 \\ i, j + \frac{1}{2} \end{vmatrix} - \frac{1}{4} \sin \omega_b \Delta t \cdot \left[J_y \begin{vmatrix} n-1 \\ i+(1/2), j \end{vmatrix} + J_y \begin{vmatrix} n-1 \\ i+(1/2), j+1 \end{vmatrix} + J_y \begin{vmatrix} n-1 \\ i-(1/2), j \end{vmatrix} + J_y \begin{vmatrix} n-1 \\ i-(1/2), j+1 \end{vmatrix} \right] \right\} - \epsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-v\Delta t/2) \left\{ \cos \frac{\omega_b \Delta t}{2} \cdot E_x \begin{vmatrix} n-\frac{1}{2} \\ i, j + \frac{1}{2} \end{vmatrix} - \frac{1}{4} \sin \frac{\omega_b \Delta t}{2} \cdot \left[E_y \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i+(1/2), j \end{vmatrix} + E_y \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i+(1/2), j+1 \end{vmatrix} + E_y \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i-(1/2), j \end{vmatrix} + E_y \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i-(1/2), j+1 \end{vmatrix} \right] \right\}, \quad (11)$$

$$J_y \begin{vmatrix} n \\ i + \frac{1}{2}, j \end{vmatrix} = \exp(-v\Delta t) \left\{ \cos \omega_b \Delta t \cdot J_y \begin{vmatrix} n-1 \\ i + \frac{1}{2}, j \end{vmatrix} + \frac{1}{4} \sin(\omega_b \Delta t) \cdot \left[J_x \begin{vmatrix} n-1 \\ i, j - (1/2) \end{vmatrix} + J_x \begin{vmatrix} n-1 \\ i, j + (1/2) \end{vmatrix} + J_x \begin{vmatrix} n-1 \\ i+1, j - (1/2) \end{vmatrix} + J_x \begin{vmatrix} n-1 \\ i+1, j + (1/2) \end{vmatrix} \right] \right\} + \epsilon_0 \omega_p^2 \Delta t \exp(-v\Delta t/2) \left\{ \cos \frac{\omega_b \Delta t}{2} \cdot E_y \begin{vmatrix} n-\frac{1}{2} \\ i + \frac{1}{2}, j \end{vmatrix} + \frac{1}{4} \sin \frac{\omega_b \Delta t}{2} \cdot \left[E_x \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i, j - (1/2) \end{vmatrix} + E_x \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i, j + (1/2) \end{vmatrix} + E_x \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i+1, j - (1/2) \end{vmatrix} + E_x \begin{vmatrix} n-(1/2) \\ i+1, j + (1/2) \end{vmatrix} \right] \right\}. \quad (12)$$

3 数值验证

将等离子体板看成任意周期长度的周期结构,厚度 $d=9.375$ mm,等离子体参数为 $\omega_p=50$ GHz, $v=20$ GHz, $\omega_b=0$,纵向(y 轴)方向采用各8个网格的单轴各向异性完全匹配层(UPML)边界, x 轴方向采用切向波数不变法的PBC条件,空间步长 $\delta=0.25$ mm,时间步长 $dt=\delta/2c$,入射波源中带宽 $W_B=20$ GHz,计算结果图1和图2所示。可以看出,FDTD计算结果同解析解吻合相当好,表明该周期边界条件计算等离子体周期结构是有效的。

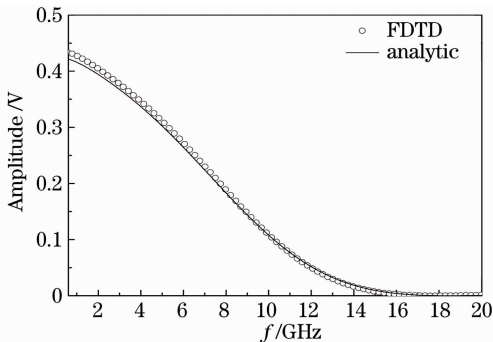


图1 TM波的功率反射系数图
Fig. 1 Reflection power of TM wave

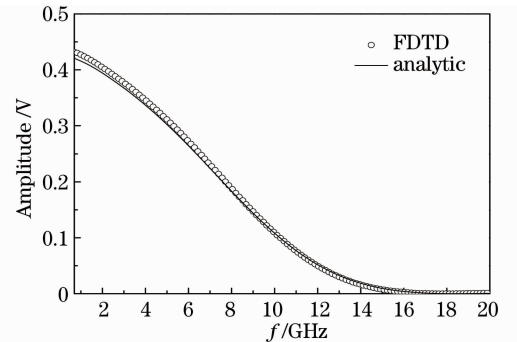


图2 TE波的功率反射系数图
Fig. 2 Reflection power of TE wave

4 PPC 结构的带隙特性分析

空间步长 $\delta = 0.25 \text{ mm}$, 时间步长 $\Delta t = \delta/2c$, 计算 20000 步时间步, 设入射电磁波为微分高斯脉冲, 取 $\tau = 150 \Delta t$, $t_0 = 0.8 \tau$, 计算模型为 6 个完全相同的边长为 18δ 的介质 (ϵ_{3r}) 方柱嵌入到厚度为 240δ 的无限大等离子体板中, 左右两边为 PBC 条件, 上下为占 6 个网格的 UPML 吸收边界, 入射平面波自上而下垂直入射到整个计算区域, 如图 3 所示。

4.1 等离子体频率对带隙的影响

图 4(a)、(b) 分别为 TM 波功率反射和透射系数, 其散射体的介电常数为 $\epsilon_{3r} = 2$, 等离子体参数为 $\nu = 0$, $\omega_p = 30, 60, 100 \text{ GHz}$ 。图 5(a)、(b) 分别为 TE 波功率反射和透射系数, 其散射体的介电常数为 $\epsilon_{3r} = 4$, 等离子体参数为 $\nu = 2 \text{ GHz}$, $\omega_b = 10 \text{ GHz}$, $\omega_p = 1, 3, 5 \text{ GHz}$ 。

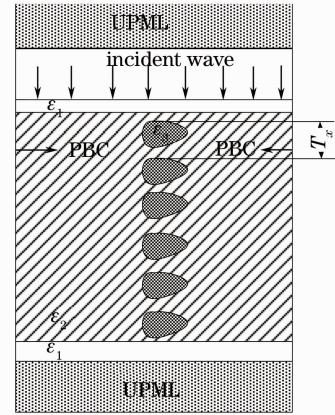


图 3 FDTD 模型计算示意图

Fig. 3 Diagram of FDTD calculation model

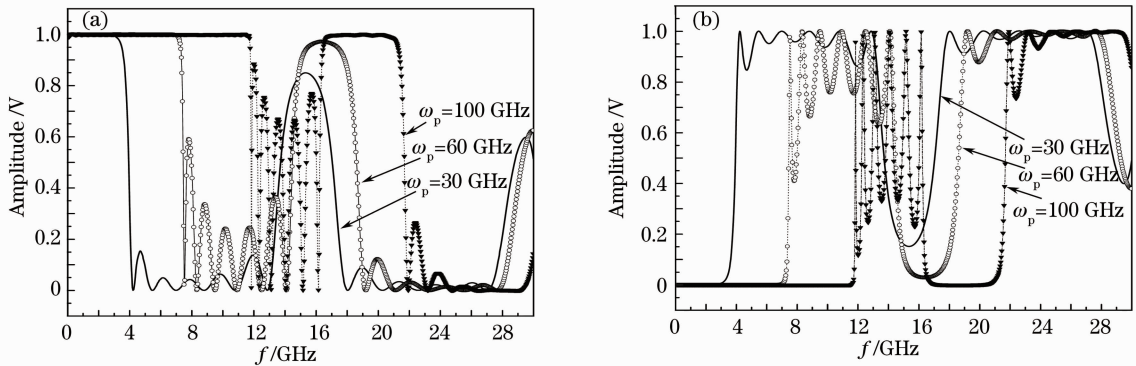


图 4 TM 波的 (a) 功率反射和 (b) 透射系数

Fig. 4 (a) Reflection power and (b) transmission factor of TM wave

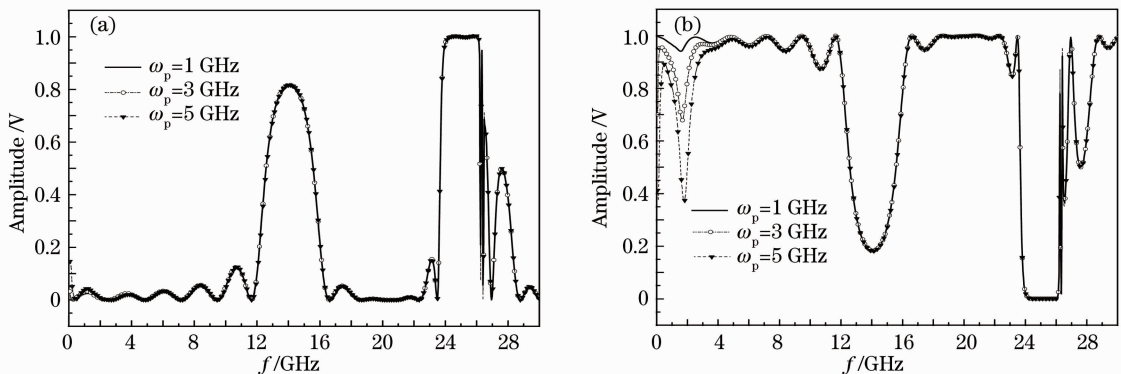


图 5 TE 波的 (a) 功率反射和 (b) 透射系数

Fig. 5 (a) Reflection power and (b) transmission factor of TE wave

从图 4 中可看出, 随着等离子体频率的不断增大, TM 波的 PBG 得到明显展宽, 其中心频率不断向高频移动。对 TE 波而言, 从图 5 中可以看出, 等离子体频率的改变对反射和透射系数几乎没有影响, 因此等离子体频率对 TE 波的 PBG 宽度和周期特性没有任何影响。所以, 该等离子体光子晶体对 TM 和 TE 波模的 PBG 具有完全不同的影响效果。

4.2 碰撞频率对带隙的影响

图 6(a)、(b) 分别为 TM 波功率反射和透射系数, 其等离子体参数为 $\omega_b = 0$, $\omega_p = 60 \text{ GHz}$, $\nu = 0, 10, 25 \text{ GHz}$, 散射体的介电常数为 $\epsilon_{3r} = 5$ 。图 7(a)、(b) 分别为 TE 波功率反射和透射系数, 其等离子体参数为

$\omega_b = 10$ GHz, $\omega_p = 5$ GHz, $\nu = 2, 8, 30$ GHz, 散射体的介电常数为 $\epsilon_{3r} = 4$ 。

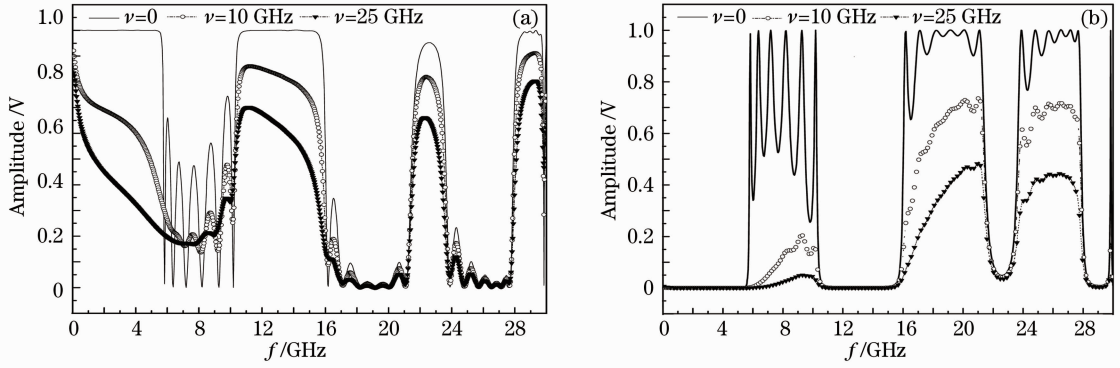


图 6 取不同 ν 时的(a)TM波功率反射和(b)透射系数

Fig. 6 (a) Reflection power and (b) transmission factor of TM wave with different ν

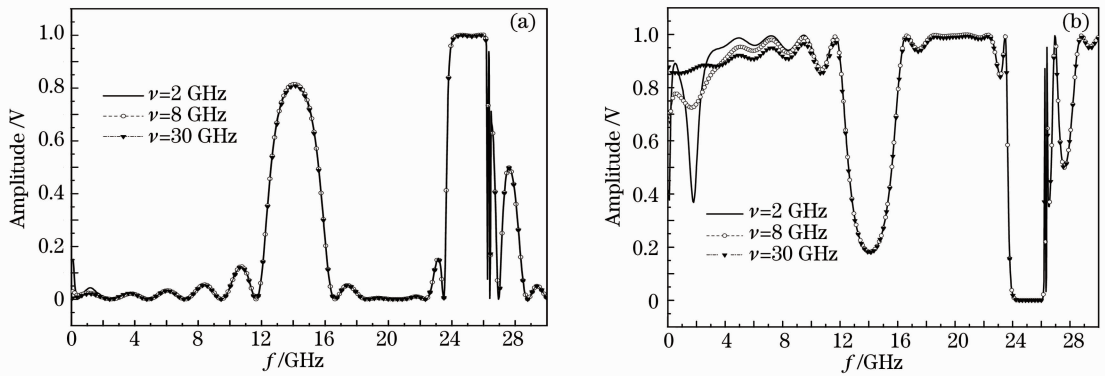


图 7 取不同 ν 时的(a)TE波功率反射和(b)透射系数

Fig. 7 (a) Reflection power and (b) transmission factor of TE wave with different ν

从图 6 和图 7 中可看出,随着等离子体碰撞频率的不断增大,无论是 TM 波还是 TE 波其反射和透射系数振幅明显减小。可见,等离子体碰撞频率的增大使 TM 波的反射系数在所有频率上均有减少,而 TE 波的反射系数仅仅在 PBG 内减少较为明显,在禁带外却微乎其微。因此,通过改变等离子体碰撞频率很难改变光子带隙的宽度。

4.3 电子回旋频率对带隙的影响

图 8(a)、(b)分别为 TE 波功率反射和透射系数,其等离子体参数为 $\nu = 5$ GHz, $\omega_p = 30$ GHz, $\omega_b = 0, 50, 100$ GHz, 散射体的介电常数为 $\epsilon_{3r} = 4$ 。从图 8 可看出,电子回旋频率对 TE 波的反射和透射系数没有任何影响,这是一个相当有趣并且值得注意的现象,这似乎表明此时等离子体的各向异性介质特性并没有对电

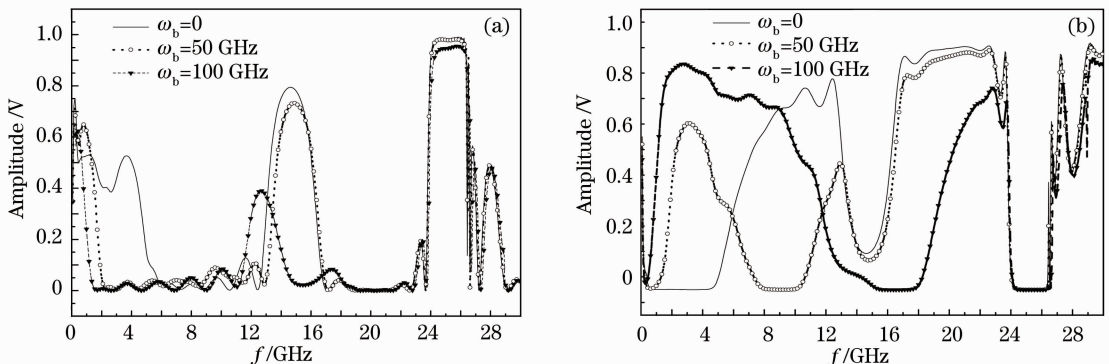


图 8 TE 波的(a)功率反射和(b)透射系数, $\nu = 5$ GHz

Fig. 8 (a) Reflection power and (b) transmission factor of TE wave with $\nu = 5$ GHz

磁波产生任何作用。这可以解释为在 z 方向无穷大且外加磁场沿 z 轴方向时,电磁波仅在 xoy 平面内传播,同时当垂直入射情况时,此时 TE 波的电场分量仅仅只存在一个方向(x 轴或者 y 轴)上,此时的 TE 波类似于 TM 波,而 TM 波又与电子回旋频率无关。因此 TE 波也应该与电子回旋频率无关。

5 结 论

利用 FDTD 方法,计算背景为等离子,散射体为普通介质的等离子体光子晶体结构的功率反射系数和透射系数,分析了等离子随频率、碰撞频率、电子回旋频率对光子带隙的影响,结果表明等离子体各参数对 TM 波影响较为明显,其 PBG 的宽度和中心频率都有较大改变,但是对 TE 波却影响较小,很难通过改变等离子各参数改变 PBG。

参 考 文 献

- 1 S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(23): 2486~2489
- 2 E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20): 2059~2062
- 3 H. Hojo, A. Mase. Dispersion relation of electromagnetic wave in one-dimensional plasma photonic crystals[J]. *Plasma Fusion Res.*, 2004, **80**(2): 89~90
- 4 Li Wei, Zhang Haitao, Gong Mali *etal.*. Plasma photonics crystal[J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(3): 263~267
李 伟, 张海涛, 巩马理 等. 等离子体光子晶体[J]. *光学技术*, 2004, **30**(3): 263~267
- 5 Yang Lixia, Xie Yingtao. LTJEC-FDTD simulation for electromagnetic wave transmission by magnetized plasma[J]. *Computer Simulation*, 2009, (11): 360~363
杨利霞, 谢应涛. 电磁波传输时域有限差分方法及仿真[J]. *计算机仿真*, 2009, (11): 360~363
- 6 Ge Debiao, YanYubo. Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetic Waves[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2005
葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005