

白光干涉光纤法布里-珀罗腔的拟合求解

王为宇^{1,2} 张敏² 谭峭峰¹

(¹ 清华大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084; ² 清华大学电子工程系光纤传感研究中心, 北京 100084)

摘要 采用 Levenberg-Marquardt 算法(LMA)对光纤法布里-珀罗(F-P)腔的白光干涉光谱进行拟合;通过对光源光谱的高斯拟合处理和对 LMA 拟合参数范围的限定,提高了其对光源波动的抗干扰能力和腔长解调的分辨率;通过研究不同质量、数量的采样数据对解调算法的影响,比较 LMA 相对于相关法的效率优势;最后通过实验得到了装置综合标准偏差(1 nm)和光源功率波动下的 LMA 算法的标准偏差(0.2 nm)。

关键词 光纤光学;光纤传感器;白光干涉;法布里-珀罗腔;拟合算法

中图分类号 TP212.14 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.050602

Fitting Calculation of White-Light Interferometric Optical Fiber Fabry-Pérot Cavity

Wang Weiyu^{1,2} Zhang Min² Tan Qiaofeng¹

¹ State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments,
Tsinghua University, Beijing 100084, China
² Optical Fiber Sensor Laboratory, Department of Electronic Engineering,
Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract The Levenberg-Marquardt (LMA) is used for the demodulation of absolute Fabry-Pérot (F-P) cavity based on the optical fiber white-light interferometry that is more efficient than cross correlation algorithm. High immunity to the perturbation of the source power is achieved by its Gauss-fitting and setting limitation to the parameters of LMA. Signal data selection principle is discussed and standard deviations of experimental device and LMA under the perturbation of power are measured.

Key words fiber optics; optical fiber sensor; white-light interferometry; Fabry-Pérot cavity; fitting algorithm

OCIS codes 060.2310; 060.2370; 120.3180; 120.2230

1 引言

采用宽谱光源的非本征法布里-珀罗(F-P)腔(EFPI)光纤传感器以其体积小、重量轻、不受电磁干扰、对光源功率波动不敏感、可以实现绝对测量等优点得到了快速发展^[1~3]。EFPI传感器由两根单模光纤(SMF)构成:一根入射光纤用于导入宽谱光源,另一根反射光纤的端面作为反射面。这两根光纤被装入与之直径匹配的毛细管中,封装后中间保留一段空气腔构成F-P腔。F-P腔形成的白光干涉光谱由光谱仪获取,并传送给计算机进行分析。这种传感器结构简单,制作方便,被广泛应用于温度、湿度、折射率、厚度和压力^[4~7]等物理量的传感监测中。

基于干涉谱分析实现F-P腔长的高分辨率测量,解调方法非常关键^[8]。波长跟踪法^[9]通过检测干涉条纹峰值波长的移动解调腔长的变化,精度虽然很高,但是动态范围很小,只能实现相对腔长的测量。绝对腔长的解调方法包括^[10]:条纹计数法、傅里叶变换法(FT)、相关法等。条纹计数法是通过计数干涉条纹的周期获得绝对腔长。由于噪声导致波长难以精确定位,解调精度很低。傅里叶变换法是将干涉谱由波长的(非等周期)函数转变为频率的(等周期)函数,经由FT求出周期,得到绝对腔长。FT运算速度快,但是要求等

收稿日期:2012-01-09;收到修改稿日期:2012-01-21;网络出版日期:2012-03-22

基金项目:国家自然科学基金(10776016)资助课题。

作者简介:王为宇(1973—),男,硕士研究生,主要从事光纤传感器方面的研究。E-mail: wwy96@mails.tsinghua.edu.cn

导师简介:谭峭峰(1974—),男,博士,副教授,主要从事信息光学方面的研究。E-mail: tanqf@mail.tsinghua.edu.cn

频率采样,而实际系统往往是等波长采样,因此存在一定的原理误差,精度在几十纳米以上。另外该方法必须对直流分量和高频噪声做滤波处理,为了防止混叠,被测 F-P 腔不能太短,限制了它的测量范围。相关法通过构造数学模型模拟不同腔长的干涉光谱,与实测的干涉光谱求取相关,相关峰对应的腔长即为待测腔长。实验结果表明它具有纳米量级的精度^[11]。但该方法对数学模型的构造有较高的要求,而且受到零点振荡区域的影响,被测腔长也不能太小。

拟合算法具有精度高、对光源功率波动不敏感、算法简单、测量范围宽、能实现静态绝对测量等优点,近年来受到关注^[12]。但是同相关算法类似,它计算量大,需要尽可能缩小拟合参数的范围来降低运算量。Levenberg-Marquardt 算法(LMA)是利用梯度求最大(小)值的算法。它同时具有梯度法和牛顿法的优点,又被称为阻尼最小二乘法。由于 F-P 干涉信号的余弦周期性,拟合运算会出现众多间隔较小、数值接近的局部极小值,在光源波动及各种光纤损耗的影响下,容易形成“模式跳变”的误差。为同时降低运算量、解决“模式跳变”误差,最新的研究采用了 FT 预估与拟合算法相结合的方法^[13]。但是局部极小值较小的间隔对 FT 预估的误差要求较高,需要对 FT 算法做特别的改进,增加了运算量和解调复杂度。在对局部极小值间隔进行分析的基础上,通过限定 LMA 参数搜索范围,扩大局部极小值间隔的同时加大它们之间的数值差,降低对 FT 预估的精度要求。

另外对于拟合算法,采样数据的多少和质量必定影响到拟合的结果,但是目前尚未看到这方面的公开报道。通过绘制不同质量和数量采样数据对应 LMA 解调结果的图表,考察拟合达到稳定结果的“速度”和“波动”大小,可以比较算法的运算效率,并检测 F-P 传感器的制作缺陷大小(主要是 F-P 腔端面的平面度和倾角)。这对于算法的选择和传感器的制作都具有指导意义。

2 LMA 方法的基本原理

由于 F-P 腔入射光纤和反射光纤的端面都没有镀膜,近于垂直入射,反射率约为 4%,使得法布里-珀罗腔多光束干涉可以简化为双光束干涉,如图 1 所示。

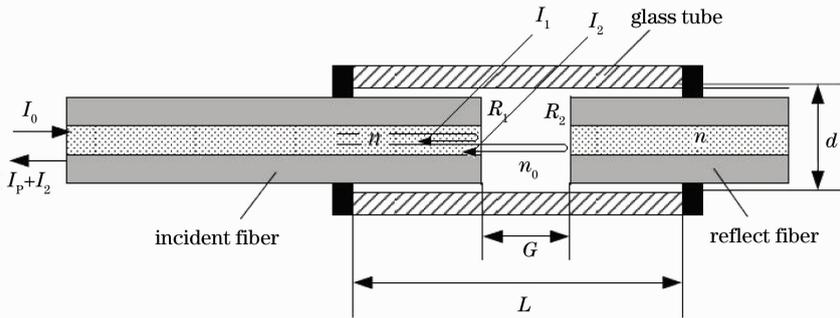


图 1 EFPI 光纤传感器结构示意图

Fig. 1 Structure illustration of EFPI cavity sensor

将测量光束离开入射光纤端面在 F-P 腔中自由传输后,经反射光纤端面反射回入射光纤的耦合效率定义为 η_c (为讨论方便,耦合效率里不考虑两端面的反射率),由此可得在双光束干涉近似下光强的表达式为

$$I = I_0 R_1 \left[1 + \frac{R_2}{R_1} (1 - R_1)^2 \eta_c + 2(1 - R_1) \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \eta_c \cos \delta \right], \quad (1)$$

式中 I_0 为 LED 光源光谱, R_1 和 R_2 分别为入射光纤和反射光纤的反射率, δ 为光程差且 $\delta = \frac{4\pi G}{\lambda} + \pi$, G 为 F-P 腔长, π 为在反射光纤端面反射造成的半波损失。此时假定腔内空气的折射率为 1 且忽略其变化。腔长的拟合求解对 η_c 、 R_1 和 R_2 的精度不敏感(对周期影响小),取 $R_1 = R_2 = 4\%$, 耦合效率可通过多种方法计算得到^[14]。计算结果表明,在光源的谱宽范围之内,耦合效率变化很小可视为常量。由以上参数可计算用于 LMA 算法的参数初值,因此将(1)式简化成

$$I/I_0 = A + B \cos \delta, \quad (2)$$

(2)式用于 LMA 拟合,定义目标函数

$$\varepsilon = \sum_k (I'_k - I_k)^2, \quad (3)$$

当 ε 最小时,得到腔长 G 和常数 A 、 B 三个参数。(对实际干涉光谱数据 I' 用下标 k 区分不同波长下的采样点),拟合结果残余误差的标准差估计写作

$$\sigma = \sqrt{\varepsilon/(n-1)}, \quad (4)$$

式中 n 为采样总数。

需要注意的是:因为 $\delta = \frac{4\pi G}{\lambda} + \pi$,所以每当腔长增加或减少 $\Delta G = \lambda/4$ 时,都有: $B\cos\left(\frac{4\pi G}{\lambda} + \pi\right) = -B\cos\left[\frac{4\pi(G + \Delta G)}{\lambda} + \pi\right]$,如果不对拟合的 B 值正负加以限定,LMA 运算时会造成 ε 局部极小值之间的间隔仅为 $\lambda/4$,因此得到的 ε 局部极小值的大小相差很少,易受光源波动的干扰。限定 B 为正值,可以将 LMA 运算所得 ε 极小值的腔长间隔扩大到 $\lambda/2$ 。这样,仅要求预估腔长的 FT 方法精度在 $\lambda/2$ (对本文所用光源 ± 200 nm) 之内即可,这是容易达到的。精细的研究说明,对于常用的几十微米的 F-P 腔长,(2)式将 ΔG 改变 $\lambda/2$ 后,造成的 $B\cos\delta$ 的变化大于 10%,常用 LED 的功率抖动一般小于这个范围,不会造成“模式跳变”的误差。即如果不考虑运算量的问题,可以每隔 $\lambda/2$ 记录一个局部极小,然后进行全局比较,可以较准确地获得 ε 全局最小值。

拟合过程中,需要输入光源 LED 的光谱,对光源的处理既可以直接将实测的 LED 光谱代入 $I_0(\lambda)$ 中,也可以通过高斯拟合的办法得到 $I_0(\lambda)$ 的近似表达式

$$I_0 = I_c \exp\left[-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{\Delta\lambda^2}\right], \quad (5)$$

式中 I_c 为常数, λ_0 为中心波长, $\Delta\lambda$ 为半峰全宽(FWHM)。高斯拟合的光源光谱具有平滑、平均作用,可部分减轻光源的抖动。

3 实验与数值计算

实验装置如图 2 所示,采用海洋光学公司生产的 HR2000+ 微型光纤光谱仪,光学分辨率可达 0.035 nm。

将光谱仪的分辨率设为 0.084 nm,实测 LED(Honeywell HFE 4222)光源光谱,经高斯拟合得到中心波长约为 859 nm,FWHM 约为 45 nm,如图 3 所示。将实测干涉光谱(图 4)读入计算机进行相关和拟合计算的比较。计算时,关于中心波长对称选取不同周期数目的采样点,以提高数据质量。拟合前通过 FT 算法预估腔长的大小,缩短腔长搜索范围。

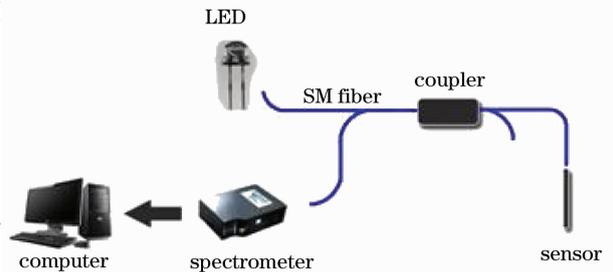


图 2 EFPI 光纤传感器绝对腔长测量装置示意图
Fig. 2 Absolute EFPI cavity length measurement setup

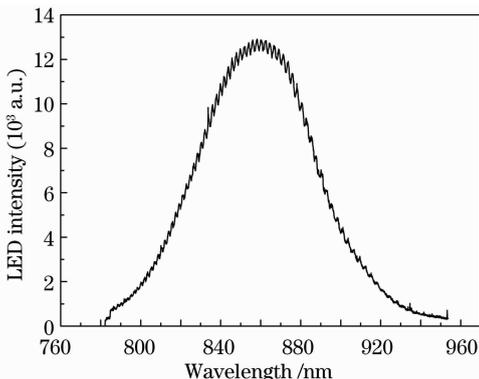


图 3 LED 宽谱光源光谱实测图
Fig. 3 Spectrum of LED light source

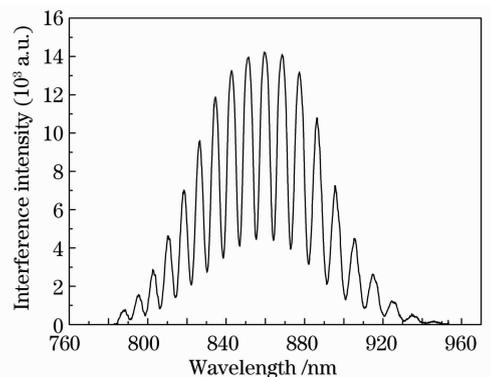


图 4 干涉光谱曲线实测图
Fig. 4 Measured spectrum of interference intensity

为检测 LMA 算法的标准偏差,首先采用机械装置改变腔长(步长约为 $5 \mu\text{m}$),测量各腔长下的干涉光谱并且拟合,求出系统装置的综合标准偏差;其次对一个固定的传感器腔长进行多次测量,计算只在 LED 功率波动下该算法的标准偏差,检测 LMA 算法的抗干扰能力。

4 实验结果与分析

4.1 对固定 F-P 腔长的解调实验

分别采用 LED 宽谱光源的实测和高斯拟合数据,对不同周期数目的采样点进行 LMA 拟合,(3)式拟合得到的干涉光谱与实测干涉光谱曲线如图 5 所示。采用高斯拟合 LED 的数据,得到的干涉光谱更平滑。峰值处的偏差是由于双光束干涉条纹的余弦近似造成的^[5]。

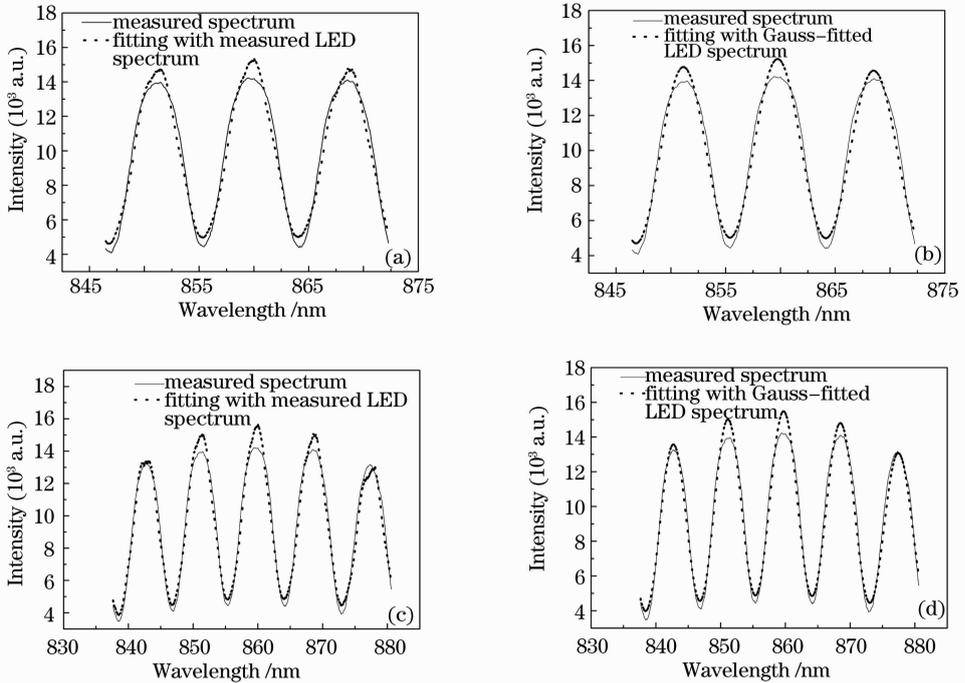


图 5 白光干涉光谱的拟合。(a),(b) 300 个样品;(c),(d) 500 个样品

Fig. 5 Fitting curves of white-light interference intensity. (a), (b) 300 samples; (c), (d) 500 samples

图 6 绘制了采样数目与腔长的关系。为加以比较,相关法的结果也绘在图中。图 6(a)中,对 LED 光谱直接采样和高斯拟合所计算出来的两条曲线重合,当采样数据多于 250 点(约 2.5 个干涉条纹周期)后,拟合

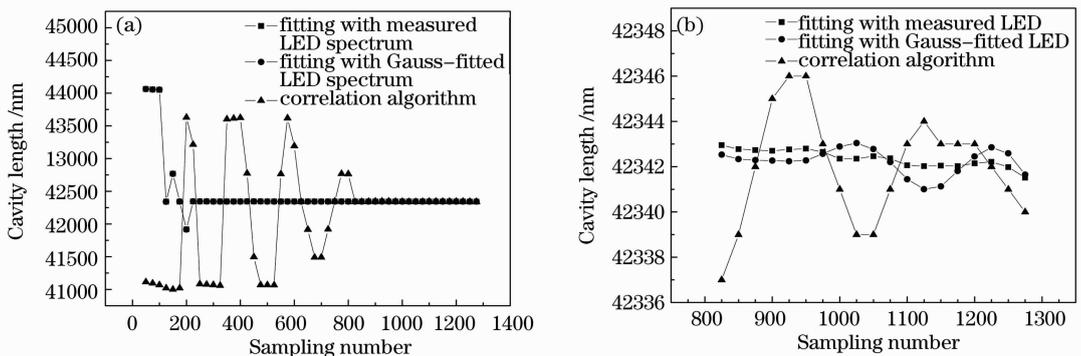


图 6 拟合法与相关法计算腔长与采样点数的关系。(a) 50~1275 采样数据下的拟合曲线;

(b) 825~1275 采样数据下的拟合放大

Fig. 6 Comparison between fitting and correlation algorithm. (a) 50~1275 sampling data; (b) enlarged view of 825~1275 sampling data

结果稳定;而相关法得到的腔长曲线多于 825 个采样数据才稳定。这意味着拟合法需要较少的采样数据(干涉条纹周期),并且具有较快的计算速度。图 6(b)所示的局部放大图中(825~1275 个采样点),相关法得到的腔长值抖动仍然在 ± 5 nm 以上,而拟合法仅 ± 1 nm。

在稳定区内对不同采样点计算的结果平均后得到的腔长值如表 1 所示,两种方法仅有 1 nm 的偏差。图 7 拟合标准差估计 σ 的走势,说明了受 LED 谱宽所限,在远离中心波长的波段,数据的信噪比下降。实验中对 LED 的高斯拟合只局限在中心波长附近(小于 800 个采样区域),所以其拟合出来的标准偏差开始比较平稳,而后突然快速增加,说明 LED 高斯拟合对平滑光源波动是有益的。图 8 中,相应地可以看到 800 采样点前后拟合结果有了明显的变化。

表 1 拟合法与相关法解调结果的比较

Table 1 EFPI cavity length demodulated by LMA fitting and correlation algorithm

	LMA fitting (>250 data)		Correlation algorithm (>1000 data)
	With measured LED spectrum	With Gauss-fitted LED spectrum	
Average cavity length / nm	42343	42343	42342

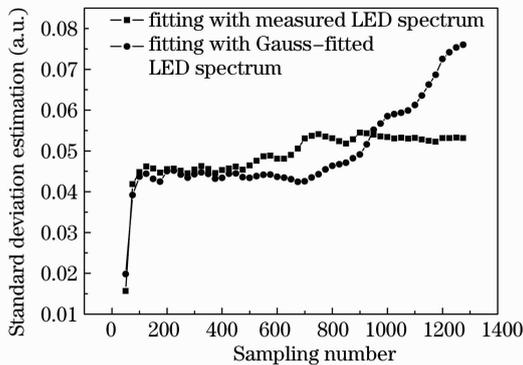


图 7 拟合标准偏差估计随数据采样数的变化

Fig. 7 Standard deviation estimation with different LED spectrum processing methods

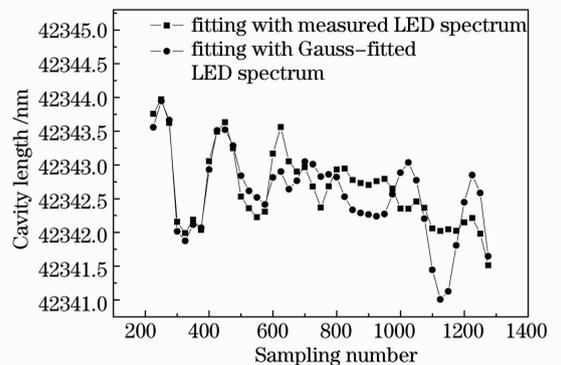


图 8 腔长拟合结果的详细分析

Fig. 8 Detail illustration of cavity length calculated by fitting algorithm

由于 F-P 腔端面的反射率低、LED 功率的波动大,所得干涉谱数据信噪比较低。一方面为了降低单个数据粗大误差对测量结果的影响,应获取尽可能多的数据进行计算;另一方面受 LED 谱宽局限,在远离中心波长的区域,采样数据的信噪比下降很快,影响拟合精度。因此选择采样数据的波段和数据的多少对拟合法有重要意义。图 8 说明对于实验所用 F-P 传感器,采样数据 600~800 是最优 LMA 采样数据量,对应拟合腔长抖动范围小于 0.25 nm,而且基本处于腔长拟合结果的平均线上,超过 800 个数据之后,拟合结果开始减小,超过 1200 点后,迅速减小。

4.2 对可调 F-P 腔长的解调实验

利用机械机构改变 EFPI 腔长,经拟合后如图 9(a)所示。图 9(b)是 101~110 点测量数据及线性拟合的放大图(其斜率表明了实验机构的机械漂移),可得测量装置的综合标准偏差约为 1.0 nm。这主要是由于机械结构和温度的不稳定造成的。

4.3 F-P 腔长和采样数据量固定条件下的解调实验

固定 EFPI 腔长和参与拟合运算的采样点数,仅在 LED 功率波动下(室温),考察拟合算法的标准偏差及其抗干扰能力。图 10(a)中显示了对 20 次 LED 功率采样的叠加图,半高谱宽内功率抖动约为 6.2%。图 10(b)中计算结果的标准偏差约为 0.2 nm,与考虑弯曲损耗的拟合结果^[12]0.228 nm 近似。说明光纤的弯曲损耗不是误差的主要来源,因为这个损耗基本是固定的,通过光信号的归一化可以得到很好的处理;同时也说明 LMA 对光源功率波动的抗干扰能力很强,验证了前述的理论分析。

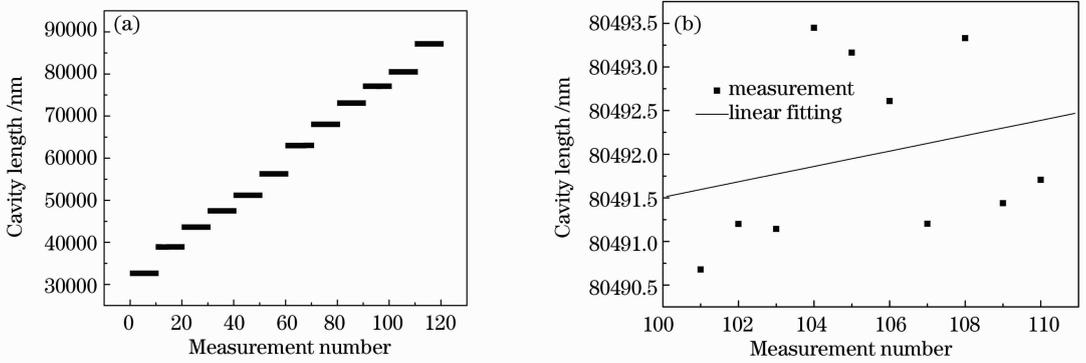


图9 利用机械结构改变 EFPI 腔长进行测量。(a)通过机械结构改变的 EFPI 腔长；
(b) 101~110 点测量数据及其线性拟合放大图

Fig. 9 Measurements of EFPI cavity length adjusted by a mechanism. (a) Cavity length adjusted by a mechanism; (b) enlarged view of measurement data 101~110 and linear fitting

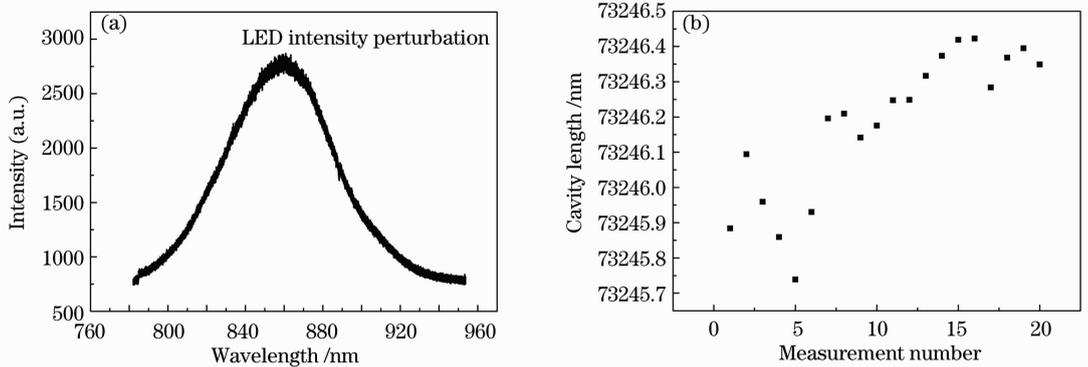


图10 LED 功率波动下拟合算法的标准偏差。(a) LED 功率波动；(b)腔长拟合结果

Fig. 10 Fitting standard deviation with perturbation of LED power. (a) Perturbation of LED power; (b) cavity length fitted

5 拟合法的测量范围

由于 FT 需要带通滤波、相关法会受到零点振荡区域的影响,这限制了可测量的最小腔长^[10]。所以在测量范围方面,LMA 比上述两种解调方法在原理上更有优势。LMA 的分辨率主要受限于传感器的制作工艺、光源的带宽和稳定度。对于本实验所用的光纤传感器,采样数据达到余弦信号的 2.25 个周期后,拟合的腔长值稳定下来(说明此传感器的制作较好),由此估算出最小可测腔长为

$$4\pi G \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \geq 2.25 \times 2\pi, \quad (6)$$

式中 $\lambda_1 = \lambda_p - \frac{1}{2}\lambda_B$; $\lambda_2 = \lambda_p + \frac{1}{2}\lambda_B$ 。若 λ_p 为中心波长, λ_B 为带宽。

由此可得最小可测腔长 G 应大于 $16.254 \mu\text{m}$ 。增加光源带宽,或者提高数据质量,都可降低达到稳定区所需要的数据量(周期数),降低最小测量值。

拟合法最大测量值是由光谱仪的分辨率决定的,假定一个周期至少需要 3 个数据点(大于香农最少采样原理的规定)。设干涉条纹一个整周期的起点为 λ_0 , 终点为 λ_T , 根据 $\lambda_T - \lambda_0 = \frac{\lambda_T \lambda_0}{2G} \geq 0.035 \times 3 \text{ nm}$, 由 $\lambda_T \lambda_0 \approx \lambda_p^2$ 近似可得到最大可测腔长 G 应小于 3.44 mm 。

6 结 论

针对光纤 EFPI 腔白光干涉光谱的 LMA 拟合,详细探讨了采样数据的选择、光源光谱的处理方式对

LMA 的影响,并通过实验得到装置综合标准偏差和光源功率波动下 LMA 的标准偏差,并且证明这种算法精度高,抗干扰能力强,对硬件系统要求低。对采样数据与拟合结果的分析方法为算法的选择和传感器的制作提供了新的思路。

参 考 文 献

- 1 T. Yoshino, K. Kurosawa, K. Itoh. Fiber-optic Fabry-Perot interferometer and its sensing applications[J]. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1982, **10**(30): 1612~1621
- 2 Kent A. Murphy, Michael F. Gunther, Anbo Wang. Extrinsic Fabry-Perot optical fiber sensor[C]. Proceedings of OFS-8, 1992, 193~196
- 3 Ph. M. Nollon, H. Pierhofer, R. Broennimann. Absolute strain measurements with multiplexed low coherence demodulated fiber Fabry-Perot Sensors[C]. *SPIE*, 1994, **2360**: 518~521
- 4 Zhu Tao, Xu Min, Rao Yunjiang *et al.*. Miniature humidity sensor based on all-fiber Fabry-Pérot interferometer formed by hollow core fiber[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1592~1596
朱 涛,徐 敏,饶云江 等. 基于空芯光纤的集成式全光纤法珀干涉式湿度传感器[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1592~1596
- 5 Ke Tao, Zhu Tao, Rao Yunjiang *et al.*. All-fiber Fabry-Pérot interferometer refractive index sensor formed by ring reflector [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1608~1612
柯 涛,朱 涛,饶云江 等. 基于环形反射面的全光纤法珀干涉式折射率传感器[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1608~1612
- 6 Tao Lü, Suping Yang. Extrinsic Fabry-Perot cavity optical fiber liquid-level sensor[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **16**(48): 3682~3687
- 7 Luo Zhenyue, Xue Hui, Zhang Shuna *et al.*. Novel algorithm for retrieve thin film reflection phase and physical thickness from white-light interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1835~1840
罗震岳,薛 晖,张淑娜 等. 从白光干涉曲线获取光学薄膜反射相位和物理厚度的新算法[J]. 光学学报, 2010, **30**(6): 1835~1840
- 8 Jiang Yi. Progress in fiber optic white-light interferometry[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1413~1420
江 毅. 光纤白光干涉测量术新进展[J]. 中国激光, 2010, **37**(6): 1413~1420
- 9 V. Bhatia, M. B. Sen, K. A. Murphy *et al.*. Wavelength-tracked white light interferometry for highly sensitive strain and temperature measurements[J]. *Electron. Lett.*, 1996, **32**(3): 247~249
- 10 Jin Wei, Ruan Shuangchen. New Development of Optical Fiber Sensor Technology [M]. Beijing: Science Press, 2005. 257~259
靳 伟,阮双琛. 光纤传感技术新进展[M]. 北京:科学出版社,2005. 257~279
- 11 Zhen Yang, Min Zhang, Yanbiao Liao. A modified cross-correlation method for white-light optical fiber extrinsic Fabry-Perot interferometric hydrogen sensors[C]. *SPIE*, 2009, **7508**: 75081O
- 12 Ming Han, Yan Zhang, Fabin Shen *et al.*. Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry-Perot interferometric sensors[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(15): 1736~1738
- 13 Xinlei Zhou, Qingxu Yu. Wide-range displacement sensor based on fiber-optic Fabry-Perot interferometer for subnanometer measurement [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2011, **11**(7): 1602~1606
- 14 Vivek Arya, Marten De Vries, Kent A. Murphy. Exact analysis of the extrinsic Fabry-Perot interferometric optical fiber sensor using kirchhoff's diffraction formalism [J]. *Optical Fiber Technology*, 1995, **1**(4): 380~384