

利用双曝光全息干涉场测物体微小位移

胡杰¹ 秦艳利¹ 李艇²

(¹ 沈阳理工大学理学院, 辽宁 沈阳 110159; ² 北京交通大学机械与电子控制工程学院, 北京 100044)

摘要 双曝光法是通过两次曝光将标准物光波前和变化后的物光波前,按不同时刻记录在同一张全息图上,形成两个一级干涉场,再现时,两个物光波面形成二级干涉场。通过计算机模拟,并结合实例计算,阐述了二级干涉场与微小位移、光场相位变化及转动角之间的关系。结果表明,用双曝光全息法测刚性漫反射物体时所产生的条纹出现在定域的空间曲线附近,而定域的锐度取决于观测系统的孔径。

关键词 全息;物体微小位移;双曝光;干涉场

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.030902

Measuring Small Displacement of Objects by Using Double-Exposure Hologram Interference Field

Hu Jie¹ Qin Yanli¹ Li Ting²

¹ School of Sciences, Shenyang Ligong University, Shenyang, Liaoning 110159, China;
² School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University,
Beijing 100044, China

Abstract Double-exposure method is a technique in which a standard object is exposed twice and the wavefronts reflected from the object before and after the change are recorded on the same hologram at different time. As a result, two first-order interference fields are produced without the introduction of a reference plane. A second-order interference field is created by the two wavefronts during reconstruction process. The relationship among the second-order interference field, small displacement, light phase change and rotation angle is investigated by using experiments combined with computer simulation. The small displacements of rigid diffuse objects are measured using double-exposure hologram. Experimental results show that the stripes of the objects appear in the vicinity of the localized space curves, and their sharpness depends on the aperture of the observing system.

Key words holography; small displacement of object; double-exposure; interference field

OCIS codes 090.2870; 090.2880; 090.2900

1 引言

全息干涉是近代光测力学的主要方法之一。以激光技术为基础的现代光学的发展,扩展了光测力学的研究和应用领域,形成了以现代光学方法在力学测量中的应用为主要研究内容的现代光测力学。全息干涉法是激光全息的重要应用^[1]。传统的干涉法和波纹法必须对被测物表面做特殊处理,这便限制了它们的应用范围。而全息干涉法的形变测定不仅弥补了这一缺陷(被测物表面无需做光学的特殊处理),还可以得到任意状态下的结果。其主要特点是相干光来自同一光学系统,因而可以消除系统误差。双曝光法是将物体形变前后的物光波前,按不同时刻记录在同一张全息图上,建立两个独立的一级干涉场,再现时,两个独立物光波面形成二级干涉场,即在物像表面附加着干涉条纹,通过条纹的计算,可以确定物体的形变和位移。本文主要通过对刚性漫反射物体干涉场的讨论,阐述二级干涉场与微小位移、光场相位变化和转动角之间的关系。

收稿日期: 2011-07-25; 收到修改稿日期: 2011-08-30; 网络出版日期: 2012-01-12

作者简介: 胡杰(1961—),女,高级实验师,主要从事光学及激光全息等方面的研究。E-mail: hujie790@yahoo.com.cn

2 全息图建立的原理

由全息照相的原理可知,若物体在记录平面上的光波复振幅为^[2]

$$O(x, y) = O_0(x, y) \exp[-j\varphi_0(x, y)], \quad (1)$$

参考光在记录平面上的光波复振幅分布为

$$R(x, y) = R_0(x, y) \exp[-j\varphi_R(x, y)], \quad (2)$$

设第一次曝光时间为 τ_1 , 物光的相位为 ϕ_{01} , 曝光量 E_1 ; 设第二次曝光的时间为 τ_2 , 曝光量 E_2 , 物光的相位为 ϕ_{02} , 则两次曝光的总量 E 为

$$E = E_1 + E_2 = |O_1(x, y) + R(x, y)|^2 \tau_1 + |O_2(x, y) + R(x, y)|^2 \tau_2. \quad (3)$$

经过合适的曝光、显影、定影,在线性条件下全息图的透射率为

$$T(x, y) = T_0 + \beta(E_1 + E_2) = [T_0 + \beta(\tau_1 + \tau_2) |R|^2] + [\beta(\tau_1 |O_1|^2 + \tau_2 |O_2|^2)] + [\beta(\tau_1 O_1 + \tau_2 O_2)R^*] + [\beta(\tau_1 O_1^* + \tau_2 O_2^*)R]. \quad (4)$$

若用原参考光再现,将(4)式中的第三项衍射波展开,用 U_3 表示,此时有

$$U_3 = \beta(\tau_1 O_1 + \tau_2 O_2)R^* R = \beta R_0^2 O_0 \{\tau_1 \exp j[-\varphi_{01}(x, y)] + \tau_2 \exp j[-\varphi_{02}(x, y)]\}. \quad (5)$$

由(5)式可知 U_3 包括两项物光波的复振幅,分别为第一次曝光时的物光和第二次曝光时的物光波复振幅,这两个再现物光波前相互干涉,其光场强度分布用 I_3 表示,即

$$I_3 = (\beta R_0^2 O_0)^2 (\tau_1^2 + \tau_2^2) \left\{ 1 + \frac{2\tau_1 \tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \cos[\phi_{02}(x, y) - \phi_{01}(x, y)] \right\}. \quad (6)$$

对于(6)式,令 $I_{03} = (\tau_1 R_0^2 O_0)^2$, 它为衍射波的平均光强, $V_3 = \frac{2\tau_1 \tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2}$ 为衍射波的干涉条纹衬比。为获得最佳条纹反衬比,取两次曝光时间相等,即 $V_3 = 1$ 。(6)式可化简为

$$I_3 = I_{30} \{1 + \cos[\Delta\phi(x, y)]\} = 2I_{30} \cos^2 \left[\frac{\Delta\phi(x, y)}{2} \right]. \quad (7)$$

(7)式表明在两个一级干涉场产生的衍射光场中,光强按余弦规律变化,这就是两束物光的干涉效应。若略去常数项,由(7)式可知条纹形状完全取决于相位差函数 $\Delta\phi(x, y)$ 。

这里以图 1 所示的实验装置阐述全息双曝光技术测量钢尺在施力情况下的微小位移的过程^[3]。在图 1 中, M1 和 M2 为全反射镜, L1 和 L2 为扩束镜, BS 为分束镜。 l_1, l_2 和 l'_1, l'_2 分别表示位移前后对应点 P 的光程。

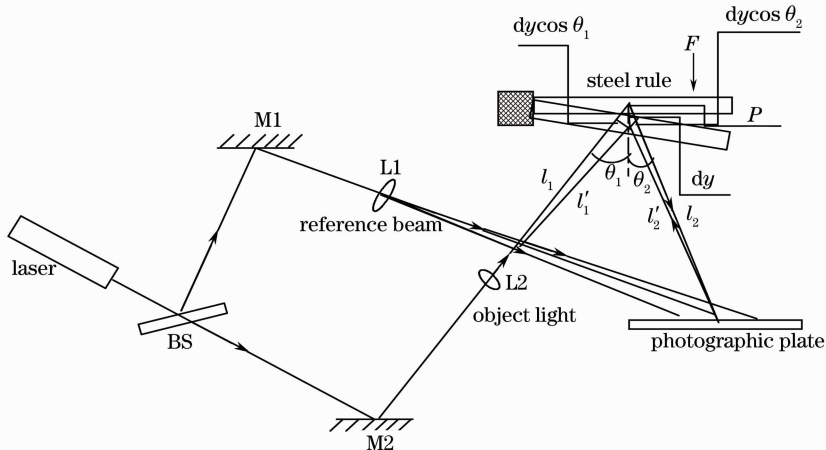


图 1 实验装置图

Fig. 1 Experimental setup

将一把钢尺表面对准全息干板放置,使它们相互平行。将尺的一端固定,可用一螺旋装置,在水平方向逐渐施力(或另一端悬挂砝码在垂直方向施力)使钢尺发生微小位移。钢尺受力发生形变时,尺上某点 P 的位移量为 dy 。从分束镜算起,分别量出物光束与参考光束到达全息干板的光程。考察变形后的两物光束。从扩束镜算起,原物光束光程为 $(l_1 + l_2)$, 发生形变后物光束的光程变为 $(l'_1 + l'_2)$, 因此两物光束的光程差

$$\delta = dy \cos \theta_1 + dy \cos \theta_2 = dy (\cos \theta_1 + \cos \theta_2), \quad (8)$$

式中 θ_1 为激光束与梁表面法线的夹角,称为照射角; θ_2 为衍射角。所以,由形变引起的两物光束之间的相位角变化 $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$,式中 δ 为两物光束的光程差。由以上分析可知:当用原参考光照射全息图后,人眼不仅能在原物位置上看到钢尺的虚像,而且还可看到钢尺上叠加了明暗条纹。

由(7)式可知,在再现像上出现暗条纹的位置为

$$I_3 = 2I_{30} \cos^2 \left[\frac{\Delta\phi(x,y)}{2} \right] = 0, \quad (9)$$

即

$$\cos \Delta\phi(x,y) = \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot dy(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \right] = -1, \quad (10)$$

则

$$\cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot dy(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \right] = (2k-1)\pi, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

式中 k 表示从零位移(固定点)算起的暗条纹序数,所以有^[4]

$$dy = \frac{(2k-1)\lambda}{2(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)}. \quad (12)$$

只要测出 θ_1, θ_2 , 数出所观察的暗条纹的序数(由固定点算起),就能计算出该点的位移量。

3 光源对干涉条纹的影响

在实际拍摄全息图时,应考虑到如何使一级干涉场再现产生的衍射像清晰,而使二级干涉场能产生清晰的明暗相间的条纹,以便较精确地测出物体的位移。主要考虑的因素有光源的波数宽度、光源的波长、光源入射角。

3.1 光源波数宽度的影响

激光光源具有高亮度、高方向性、高单色性和高相干性。激光的高相干性主要描述光波各个部分的相位关系。而激光光源波数的宽度对干涉场是有影响的。

设光源的波数宽度为 ΔK , 单位波数内的光强为 I_0 。若在波数内取非常小的波数宽度 dK , 那么 dK 范围内的光在干涉场任意点 P 产生的光强为^[5]

$$dI = 2I_0(1 + \cos K\delta)dK, \quad (13)$$

在 P 点总光强等于整个光谱范围内的积分

$$I = \int_{K_0 - (\Delta K/2)}^{K_0 + (\Delta K/2)} 2I_0(1 + \cos K\delta)dK = 2I_0 \left[1 + \frac{\sin(\Delta K\delta/2)}{\Delta K\delta/2} \cos K_0\delta \right]. \quad (14)$$

根据干涉条纹能见度的定义,此时,干涉条纹的能见度为

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left\| \frac{\sin(\Delta K\delta/2)}{\Delta K\delta/2} \right\|. \quad (15)$$

V 随 δ 的变化关系曲线如图 2 所示。当 $\delta = 0$ 时, $V = 1$;

当 $\delta = 2\pi/\Delta K$ 时, $V = 0$ 。

3.2 波长的影响

全息图实际上就是一个衍射光栅。光栅半角宽度的定义为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}, \quad (16)$$

式中 N 是全息图的条纹总数, d 是全息图的空间周期性, 其倒数表示每毫米内有多少条纹, θ 是全息图衍射角。由(16)式可以看出,谱线的半角宽度 $\Delta\theta$ 与 Nd 的乘积成反比, Nd 愈大, $\Delta\theta$ 愈小, 谱线愈窄, 锐度愈好。因为激光的

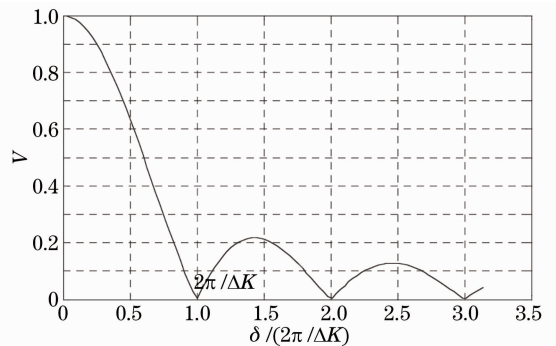


图 2 条纹能见度 V 与光程差 δ 的变化关系

Fig. 2 Relation between stripe visibility V and optical path difference δ

单色性很好,所以全息图给出的光谱是一组很明锐的谱线。衍射的半角宽度 $\Delta\theta$ 与波长 λ 成正比关系,当改变 λ 时,衍射光强的变化规律为:衍射的主极大位置不变,而次极大位置沿两边发生移动,但主(次)极大的半角宽度及主(次)极大条纹的间距均随 λ 的增长而增大^[6],如图 3 所示。

3.3 入射角的影响

当平行光斜入射到全息图上时,设入射方向与全息图平面法线之间的夹角为 θ_0 ,那么相邻条纹的入射光在入射到全息图前就已有光程差 $d\sin\theta$,全息图此时的衍射公式应为

$$d(\sin\theta + \sin\theta_0) = k\lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

仿真结果如图 4 所示。与垂直入射光比较,非垂直入射光产生的衍射光强形状不变,即主极大的半角宽度及主极大条纹的间距等不变,只是随着 θ_0 的增加,衍射光整体平移。当 θ_0 和 θ 在法线异侧时,衍射条纹向右移动;当 θ_0 和 θ 在法线同侧时,衍射条纹向左移动^[6]。

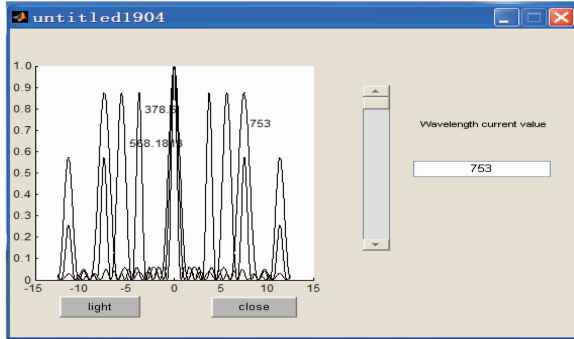


图 3 波长对衍射光强的影响

Fig. 3 Influence of wavelength on the diffraction light intensity

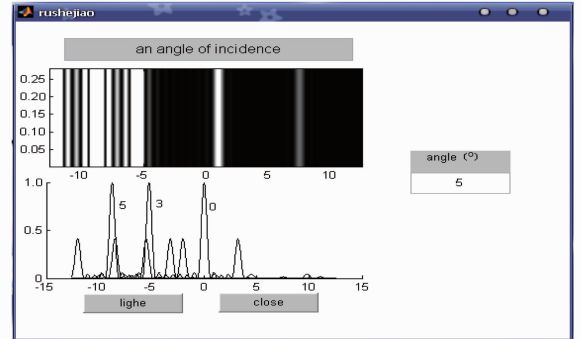


图 4 θ 与 θ_0 在法线同侧时衍射光强随入射角的变化

Fig. 4 Relation between diffraction light intensity and angle of incidence when θ and θ_0 are on the same side of the normal

4 实验结果及分析

利用图 1 所示实验光路,在钢尺非固定端施力为 0.98 N 时,拍摄了双曝光全息图。经过线性冲洗,用与参考光同波长的单色光照射,产生二级干涉场,形成明暗相间的干涉条纹。结果如图 5(a)~(c)所示。

图 5(a)的实验条件是记录时物光和参考光都为平行光,平行光与钢尺表面法线成 45° 入射,干板与钢尺面平行,再现时用平行光照射全息片;对于图 5(b),物光为平行光,入射角任意选取,参考光为扩束平面波,用一般平面波再现;图 5(c)在记录时两束光都不是平行光,入射角任意选取。这里要说明的是,固定端的松紧度不同,零级条纹不在光照区域。

从图 5 可以看出,用不同的平面光源,从不同的观测角度及不同的距离所看到的条纹序数和分辨率都不一样。

在实验中选用的是波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光。取准直光照射物体平面,由干涉计量理论,在二级

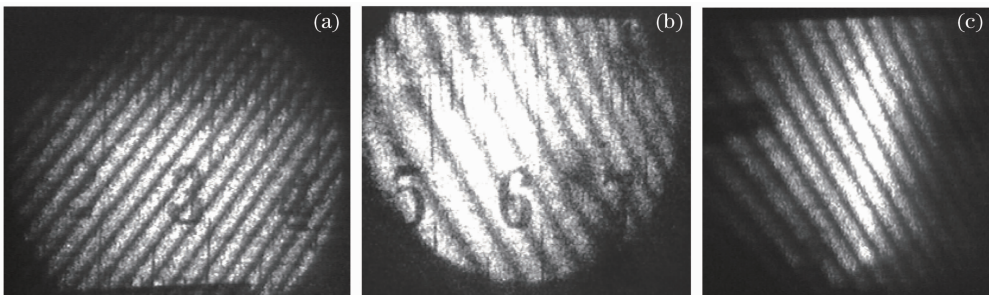


图 5 CCD 采集的双曝光全息图

Fig. 5 Double-exposure holograms acquired by CCD

干涉场中条纹的定域条件为^[7]

$$z_A = e_{2z} \left[\frac{(e_{2y}^2 + e_{2z}^2)d_x - e_{2x}e_{2y}d_y - e_{2x}e_{2z}d_z}{e_{1x}d_x^x + e_{1y}d_y^x + e_{1z}d_z^x} \right], \tag{18}$$

$$z_B = e_{2z} \left[\frac{(e_{2y}^2 + e_{2z}^2)d_y - e_{2x}e_{2y}d_x - e_{2x}e_{2z}d_z}{e_{1x}d_x^y + e_{1y}d_y^y + e_{1z}d_z^y} \right], \tag{19}$$

式中上标表示各量相对应的物点坐标 (x,y) 的偏导数,如: $d_x^x = \frac{\partial d_x}{\partial x}$, e_1 是入射光到物表面的单位矢量, e_2 是物体反射到全息干板上的光的单位矢量, A 和 B 表示两个不同的曲面。

若取入射光与法线成 45° 角,固定点在 O' ,反射光与法线成 0° ,当物体绕 z 轴旋转 α_z ,且照明光、观察方向、物点都在 zx 平面,即 $e_y = 0$,这时有 $d_x = -y\alpha_z$, $d_y = x\alpha_z$, $d_z = 0$, $d_x^x = \frac{\partial d_x}{\partial x} = \alpha_z$, $d_y^y = \frac{\partial d_y}{\partial y} = -\alpha_z$,代入(18),

(19) 式可知, $z_A = \infty$, $z_B = -\sqrt{2}x$,所以此时观察到的条纹是一组平行于“空气楔角”的条纹,如图 5 所示。

若物体位移为 $(0,0,-x\theta_y)$,即 $d_x = d_y = 0$, $d_z = -x\theta_y$, $d_z^z = \frac{\partial d_z}{\partial x} = -\alpha_y$,则 $e_{1x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $e_{1y} = 0$, $e_{1z} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $e_{2x} = e_{2y} = 0$, $e_{2z} = 1$,此时, $z_A = 0$, $z_B = 0$,即此种状态下干涉条纹在物体表面上,如图 5(a) 所示。而图 5(b)、(c) 是钢尺在不同光源照射下两个再现物光波前的干涉图。

5 计算机模拟

5.1 钢尺在面内转动

随着计算机越来越广泛的应用,各种数学工程软件提供了直观的现象观察和精确的数据分析工具。这里用 Matlab 模拟钢尺在面内纯转动时的再现像干涉场强度在观察点的分布,很直观地反映面内纯转动角改变时光强度的分布^[8]。

由图 6 可推导出光程差与相位差之间的解析关系。为简化说明,这里将入射光和物体反射光取在同一平面(即 A 点和干板在一直线上)。因为物体在面内位移很小,可将两个再现像看成一个有很小角度的“双缝”,可认为观察点到全息干板的 E 点平均光强相等,于是有

$$I = 2I_0(1 + \cos \Delta\phi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}. \tag{20}$$

因为 PP' 很小,我们设 $dy = PP'$,从图 6 可知 $dy = \alpha y$,也有 $dy = D\beta$, $\delta = l_2 - l_1 = ydy/D$,相邻极大值间距为 $\Delta y_{max} = D\lambda/dy$,于是可将(20)式写成

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi y}{\Delta y_{max}} \right) = 4I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi y(\alpha x)}{\lambda D} \right]. \tag{21}$$

图 7 为由 Matlab 模拟得到的在观察屏上(全息片)距轴线 x 处光场的光强分布^[9],随面内转角 α 变化的情况。

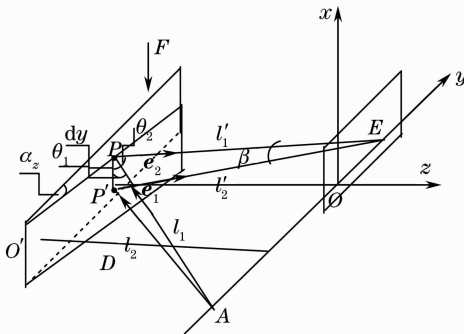


图 6 光程差、相位与旋转角度的关系

Fig. 6 Relation among optical path difference, phase and rotation angle

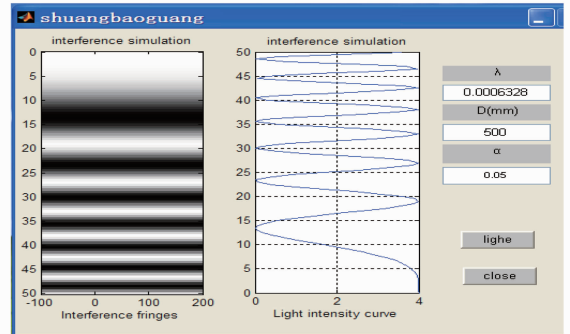


图 7 Matlab 模拟光强分布随转角的变化

Fig. 7 Variation of light intensity distribution with the change of rotation angle simulated with Matlab

5.2 钢尺只作离面位移

设物平面为 xy 平面,物体作以 y 轴为转轴的离面位移时,物光为平行光。如图 8 所示,这相当于两个再现物光波形成一个空气“劈尖”。物体位移前后的光程差可写成 $\Delta\delta = d(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$,由图 8 可知, $\cos\theta_1 = \frac{l_x}{EP}$, $\cos\theta_2 = \frac{a-l_x}{PQ}$,在 $\triangle POE$ 中, $l_x^2 + D^2 = EP^2$,在 $\triangle POH$ 中, $(a-l_x)^2 + D^2 = HP^2$ 。设 $dy = PP'$,则有

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} dy \left[\frac{D}{\sqrt{l_x^2 + D^2}} + \frac{D}{\sqrt{(a-l_x)^2 + D^2}} \right], \quad (22)$$

式中 dy 就是物体位移前后双曝光形成的一级干涉场(全息片)再现时两个物光波所形成“空气楔”的厚度(即离面位移量)^[10],由劈尖干涉原理可得到, $dy = \alpha l_x$, α 为楔角,旋转面平均光强仍如(7)式所示。

用 Matlab 模拟以 y 轴为轴作离面位移的两物波干涉场,两个再现物光波形成的是空气“劈尖”,空气折射率 $n=1$,所以光程差 $\delta = 2ndy$, $dy = \alpha l_x$, α 为楔角, l_x 为楔长,如图 8 所示。用 Matlab 模拟了物体在一端固定,作离面位移时不同 α 角的再现二级干涉场的光强分布,结果如图 9 所示。

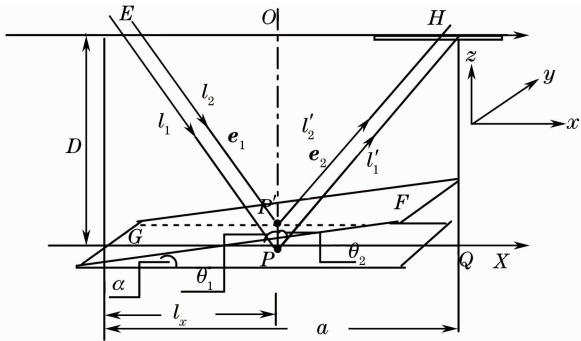


图 8 相位与角度的关系

Fig. 8 Relation between phase and angle

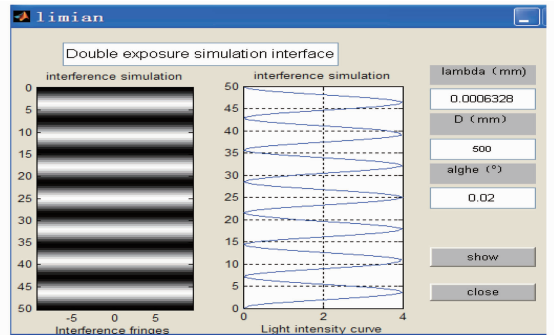


图 9 Matlab 模拟离面位移时再现二级干涉场的光强分布

Fig. 9 Light intensity distribution of the reconstructed second-order interference field for the case of out-of-plane displacement simulated with Matlab

6 根据干涉条纹计算钢尺的位移

因为在两次全息曝光过程中,参考光没有发生改变的,物光的强度也没有改变,所以只要分析物光的光程与相位之间的变化关系就可以解决位移问题。对于刚性物体,无论是作面内转动还是离面位移,光程差与相位差的关系都可表示为

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot dy(\cos\theta_1 + \cos\theta_2). \quad (23)$$

如图 10 所示,取钢尺上“3”为计算点。该图片在做全息记录时,取入射光与钢尺平面法线成 45° 角,物体反射光垂直照射到干板,固定点在钢尺“1”处。利用 Image-pro plus 折算出从固定点到“3”中心的亮条纹序数为 12。即 $k=12$, $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$,由(23)式得 $dy =$

$$k\lambda \left(\frac{1}{1 + \cos\theta_1} \right) = 4.448 \times 10^{-3} \text{ mm}.$$

此外,

$$\frac{\partial dy}{\partial \theta_1} = k\lambda \left[-\frac{\sin\theta_1}{(1 + \cos\theta_1)^2} \right] = -1.8 \times 10^{-3} \text{ mm},$$

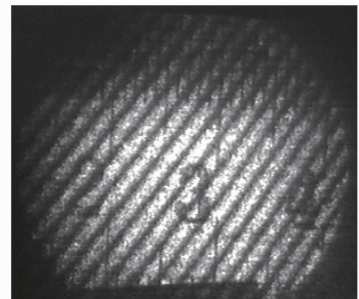


图 10 以“3”为计算点

Fig. 10 Calculation point “3”

$$u(\theta_1) = 15' \times \frac{3.1415}{60 \times 180} = 0.0044, u(dy) = \sqrt{\left[\frac{\partial dy}{\partial \theta_1} u(\theta_1)\right]^2 + \left[\frac{\partial dy}{\partial \theta_2} u(\theta_2)\right]^2} = 0.0079 \times 10^{-3} \text{ mm},$$

于是,扩展不确定度为

$$U = 2 \times u(dy) = 0.016 \times 10^{-3} \text{ mm}.$$

最后得出钢尺的位移为

$$dy = (4.448 \pm 0.016) \times 10^{-3} \text{ mm}.$$

从上面的计算可知,不确定度主要来源于角度测量及条纹序数测量不确定度。所以在角度测量时应考虑精度高的角度测量仪,条纹序数的测量可在 CCD 采集后利用像素转换来完成。

7 结 论

通过实际测量和观察,得到的结果与刚性漫反射物体双曝光全息图所产生的二级干涉条纹的定域在某一空间曲线(面)上,而锐度取决于观测系统的孔径的理论是相符的。用平面光源照射全息图时,其在定域内两个成一小角度的物虚像表面的干涉条纹数目(即二级干涉场)取决于光源的波数宽度、波长、入射角、光源距离及尺寸,前几个因素影响干涉场的质量,光源距离愈大或光源尺寸越小,可分辨的干涉条纹数目就愈多。因此,在全息干涉计量中,要观察到一定数目的可分辨干涉条纹,应合理地掌握这些因素对干涉场的影响。

参 考 文 献

- 1 Wang Qiufen. Measuring micro-displacement of metal bar using laser holographic interferometry [J]. *Physics Experimentation*, 2006, **26**(8): 8~12
王秋芬. 利用激光全息干涉测量梁的微小位移[J]. 物理实验, 2006, **26**(8): 8~12
- 2 Feng Ying, Wu Ping, Cai Jing. Measuring direction of mechanical micro-deformation by laser holographic interferometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(2): 248~252
冯颖, 吴平, 蔡静. 利用激光全息干涉法测量微小机械变形方向[J]. 中国激光, 2006, **33**(2): 248~252
- 3 Ma Jiasheng, Chen Guoying, Jiang Yide. Physical Experiment of College 50 Cases[M]. Shanghai: East China Normal University Press, 1992. 238~242
马葭生, 陈国英, 江一德. 大学物理选题实验 50 例[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1992. 238~242
- 4 V. B. Prabhune, N. S. Shinde, V. J. Fulari. Studies on electrodeposited silver sulphide thin films by double exposure holographic interferometry[J]. *Appl. Surf. Sci.*, 2008, **255**(9): 1819~1823
- 5 Liang Zhu. Optical Principle Tutorial[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005. 78~96
梁柱. 光学原理教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005. 78~96
- 6 Li Songbai, Wu Jiagui, Lu Mengchun *et al.*. Emulation and research of experiments of diffractive gratings based on Matlab [J]. *J. Southwest University for Nationalities (Natural Science Edition)*, 2010, **36**(5): 795~802
李松柏, 吴加贵, 卢孟春等. 基于 Matlab 的光栅衍射实验仿真与研究[J]. 西南民族大学学报(自然科学版), 2010, **36**(5): 795~802
- 7 Xiong Bingheng. Holographic Interference Measurement-Principle and Method[M]. Beijing: Science Press, 2009. 309~431
熊秉衡. 全息干涉计量-原理和方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009. 309~431
- 8 Liu Jinglong. Analytic research on the localization of the fringes of wedge interference[J]. *Physics and Engineering*, 2008, **18**(4): 54~57
刘金龙. 劈尖干涉条纹定域的解析研究[J]. 物理与工程, 2008, **18**(4): 54~57
- 9 Wang Jingzheng, Liu Xianlong, Yin Wenjin *et al.*. Simulation research of light interference and diffraction phenomena based on Matlab[J]. *J. Yanbian University (Natural Science)*, 2009, **35**(4): 319~322
王竞争, 刘显龙, 殷文金等. 基于 Matlab 的光的干涉和衍射现象的模拟研究[J]. 延边大学学报(自然科学版), 2009, **35**(4): 319~322
- 10 Ren Bijun, Hu Wei, Li Zuzhang. Computer simulation of physics experiment based on Matlab[J]. *J. Zhejiang University of Science and Technology*, 2008, **20**(2): 87~92
任弼军, 胡炜, 李祖樟. 基于 Matlab 的大学物理实验模拟[J]. 浙江科技学院学报, 2008, **20**(2): 87~92