

盖革模式雪崩光电二极管光子计数探测原理研究

王弟男 陈长青 王挺峰

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要 分析了盖革模式雪崩光电二极管(APD)工作原理,利用采样间隔内等长时间片的方法,建立了盖革模式APD的激发概率模型。在此基础上进一步分析了光子计数探测概率以及噪声模型,根据噪声模型给出了探测虚警率;针对漫反射和镜面反射两种类型目标,分析了两种反射表面的回波信号模型,结合噪声模型,最终得到了混有噪声信号的光子计数探测概率模型,并且计算了一定阈值条件下的探测概率。

关键词 测量;盖革模式雪崩光电二极管;光子计数;Poisson分布;探测概率

中图分类号 TN24 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.121202

A Study on Photon Counting Detection Principle of Geiger-Mode Avalanche Photodiode

Wang Dinan Chen Changqing Wang Tingfeng

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)

Abstract The working principle of Geiger-mode avalanche photodiode (GAPD) is analyzed, and then the activating model of GAPD via splitting the sample time into even time bin is established. Based on this result, the photon counting detection probability and noise model are enlisted, and according to the noise model the probability of false alarm (PFA) is calculated. The models of signal returned from diffuse target and glint target, are analyzed, finally the detection-probability model of photon counting combined with the noise and probability of detection under the threshold are obtained.

Key words measurement; Geiger-mode avalanche photodiode; photon counting; Poisson distribution; probability of detection

OCIS codes 120.1880; 250.1345; 030.5260; 040.1345

1 引言

近年光电器件的发展,对于新的探测方式起到了极大的促进作用。由于盖革模式雪崩光电二极管(GAPD)对单光子的灵敏性、高效性以及低成本的特点,对光子计数探测体制的发展起到了极大影响。目前GAPD已经成功的应用在了三维成像、激光雷达以及激光测距中^[1,2]。

本文从GAPD的工作原理出发,对于光子计数探测方式进行深入研究。以Poisson分布为基础,给出探测统计特性,计算探测概率以及对应的探测虚警率。

2 盖革模式雪崩光电二极管

2.1 工作原理

雪崩光电二极管(APD)与普通的p-n结光电二极管不同之处在于APD能够承受更高的偏置电压。当光子被APD吸收产生一对电子空穴对,这对电子空穴对被称为主电子^[3]。主电子在高偏置电压产生的强电

收稿日期: 2012-06-10; 收到修改稿日期: 2012-07-03; 网络出版日期: 2012-10-18

基金项目: 中国科学院三期创新项目(O98Y32C100)资助课题。

作者简介: 王弟男(1955—),男,高级工程师,主要从事航海光电探测特备方面的研究。

E-mail: tiemuzhen, xiong@163.com

场的作用下被加速,从而获得足够的能量,然后与晶格碰撞产生另外的电子空穴对,碰撞会损失一些动能,这个过程就是熟悉的碰撞电离。然后电子(或空穴)与二次电子(或空穴)又会被强电场加速,产生更多的电子空穴对,即所谓的“雪崩”现象,电流成指数增长,如图 1 所示。经过几次渡越,电子空穴对的产生率和吸收率就会达到平衡。如果 APD 的偏置电压低于其击穿电压,电子空穴对的吸收率就会大于产生率,使得电子空穴对下降,此时 APD 产生的平均光电流与入射光成正比,比例系数为增益因子 M ,所以称此过程为线性工作模式。利用其中线性比例关系,可以实现对入射光信号强度的测量。

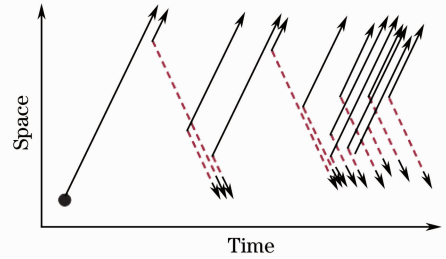


图 1 GAPD 电流增长示意图

Fig. 1 GAPD exponential growth of current

但是如果 APD 的偏置电压高于其击穿电压时,APD 由于碰撞电离产生电子空穴对的速率就会大大加快,比电子空穴对的吸收率快,这就会使电流随着时间按指数级增长,从而发生雪崩,产生电流脉冲。光电流的增加会减弱 APD 由于高偏置电压形成的强电场,这会使雪崩的速率下降,使得光电流下降,最终达到平衡,平衡后光电流不会再发生变化。平衡过程的形成,主要是由于 APD 上的等效电阻会提供一个负反馈,光电流的上升会使得等效电阻上的压降升高,从而抵消一部分偏置电压,使得 APD 上的偏压下降,这就导致雪崩速率下降,从而光电流减小,这又会使等效电阻上的压降下降,就会出现刚才的逆过程,使得光电流上升,一段时间后,就形成了平衡状态。如果光电流稳定后大于几百微安,光电流将一直保持不变,即一直保持这种平衡状态,且此时不再响应入射光子。这就是盖革模式,这种模式最显著的特点就是能够响应单光子事件,它与线性模式最大的区别在于只响应光子的有无,而无法区分光子个数,这也是 GAPD 的最大特点。为了能够响应下一次光子事件,必须将 APD 连接在熄灭电路^[4]中进行熄灭,然后重新充电,才能使 APD 正常工作。在理想状态下,熄灭过程中 APD 不响应任何光子,直到充电完成,这段时间被称为“盲时间”。根据熄灭电路的不同,盲时间也有长有短,一般而言,被动熄灭电路的盲时间较长(几百纳秒到几微秒),而采用主动熄灭电路的 GAPD 的盲时间只有几十到几纳秒。

2.2 GAPD 探测模型

讨论在单脉冲照射下利用 GAPD 进行光子计数探测的模型。采用门控原理,假设探测器 APD 只在一定距离范围内打开,进行采样,且在每个采样时间间隔内工作在盖革模式下,由第一个主电子激发产生雪崩电流。实验中只讨论采用被动熄灭电路的模式,即 GAPD 有较长的盲时间。为了研究方便将采样时间间隔分成多个连续的小时间片。

在讨论探测模型前,先做一些必要的假设。首先假设对目标进行照明的脉冲激光器的脉宽小于 GAPD 的盲时间,即对于一个激光脉冲,GAPD 最多只激发一次,而且激发后,在下一个脉冲到来之前已经完成了重新充电。

对于导致 GAPD 发生雪崩的主电子,一般有 3 种产生方式:1) 吸收反射回的信号光子;2) 吸收背景光子,如背景光,目标反射回的太阳光,还有由于大气原因对激光产生的后向散射等;3) 内部热噪声即暗电流。

由于目标反射回的散斑信号光强度的随机分布,而 GAPD 吸收光子产生主电子的过程是随机过程,所以造成了主电子的产生服从负二项式分布^[6]。当负二项式分布中的 $d/M \gg 1$ (d 为散斑自由度, M 为测量时间内的主电子平均值)时,负二项式分布简化为 Poisson 分布,在文献[7]中证明使用负二项式分布来代表主电子分布时与使用 Poisson 分布近似主电子统计分布基本没有多大区别。所以假设 $d/M \gg 1$,即在一定时间内由吸收反射回信号光子产生的主电子服从 Poisson 分布。

实验证明如果由信号光产生的主电子服从 Poisson 分布^[6,8],则由于暗电流和非相干光产生的主电子服从指数分布。而且,气溶胶对激光的后向散射回的光子产生的主电子数也服从 Poisson 分布,因为气溶胶后向散射形成的散斑的 d/M 比目标反射形成的散斑的 d/M 更大。所以由暗电流和背景光产生的主要电子的过程都服从 Poisson 统计分布。

对于 Poisson 过程在时间 t_1 和 t_2 发生 m 次事件的概率为

$$p(m; t_1, t_2) = \frac{1}{m!} [M(t_1, t_2)]^m \exp[-M(t_1, t_2)], \quad (1)$$

式中

$$M(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} r(t) dt, \quad (2)$$

式中 $r(t)$ 是过程的率函数, 实验中事件代表产生一个主电子。这个概率分布的均值为 $M(t_1, t_2)$ 。在时间间隔 t_1 和 t_2 内没有产生主电子 ($m=0$) 的概率为 $\exp[-M(t_1, t_2)]$, 产生一个或多个主电子的概率为 $1 - \exp[-M(t_1, t_2)]$ 。

Poisson 分布的特点: 均值和方差相等; 相互统计独立的 Poisson 随机变量的和的分布仍是 Poisson 分布, 和的分布的均值为各随机变量均值的和; 不同时间间隔内的事件数是相互独立的。

2.3 GAPD 激发概率

对于 3 种(目标反射回光子的吸收, 背景光子的吸收及暗电流的激发)产生主电子 Poisson 过程, 实验中假设他们相互统计独立。所以由 Poisson 分布的性质可知, 3 种相互独立的 Poisson 随机过程的和, 仍然是 Poisson 分布, 且均值为 3 种 Poisson 过程均值之和。

由于采用被动熄灭电路, 所以 GAPD 在一个激光脉冲采样时间间隔内, 只激发一次或者不激发, 而不会发生多次激发的情况, 且 APD 探测器在激发过程中不会出现饱和现象。对每个脉冲采样时间间隔内, 把它分为多个连续的小时间片, 这些小时间片间隔相等, 这些片之和为采样时间。将时间间隔 (t_1, t_2) 定义为第 i 个时间片, 将(1)式中的 $M(t_1, t_2)$ 表示为 M_i , 代表在第 i 个时间片内产生主电子的均值, $P(m; t_1, t_2)$ 表示为 $P(m; i)$, 代表第 i 个时间片探测到 m 个主电子的概率^[7]。

对于一个激光脉冲, GAPD 由主电子激发, 由于一个脉冲只能激发一次, 所以在采样时间间隔内, 要想在第 j 个时间片内产生主电子, 则要求第 $j-1$ 个时间片之前就不能产生主电子, 而第 j 个时间片内至少有一个主电子。则第 j 个时间片内产生主电子的概率为

$$P_j = \left[\prod_{i=1}^{j-1} P(m=0; i) \right] P(m \geq 1; j) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{j-1} M_i\right) [1 - \exp(-M_j)], \quad (3)$$

因为每个时间片是相互独立的, 所以前 $j-1$ 个时间片的联合统计概率密度为每个时间片的概率密度乘积。对于盖革模式 APD, 在第 j 个时间片的激发概率不仅取决于 M_j 也取决于之前所有时间片内的主电子均值 M_i 。

定义 S 为采样时间间隔内信号光子产生的主电子数均值, N 为噪声(背景光子和暗电流)产生主电子均值。假设在采样时间间隔内, 由吸收背景光子和暗电流产生的主电子速率为常量。则每个激光脉冲采样时间间隔内由噪声产生的主电子数均值 N 是恒定的。设 b 是一个脉冲采样时间间隔内时间片的数目, 所以每个时间片内主电子数均值 M_i 中包含的噪声主电子数为 $n = N/b$ 。

为了方便讨论假设一个激光脉冲反射回的光子全部落在一个时间片内, 称为目标区。定义 f 为目标区之前时间片占的所有时间片的比例。则 GAPD 在目标区激发的概率为

$$P_{\text{TGT}} = \exp(-fN) [1 - \exp(-S - n)]. \quad (4)$$

(4)式显示了在目标区内探测器激发的概率被因子 $\exp(-fN)$ 减小, 其中 $-fN$ 为脉冲采样时间间隔内目标区之前噪声产生的主电子数。要想噪声对 P_{TGT} 的影响减小, 则要求 $-fN$ 远小于一个主电子。

3 光子计数探测概率和虚警率

3.1 光子计数探测方式

对于光子计数直接探测方式, 信号计数值为 $S = \eta_s E_s / (h\nu)$, E_s 是信号能量或者是信号功率的积分, 正比于光场的强度, 与之对应的是噪声计数值 N 。且信号计数值服从 Poisson 分布^[8],

$$p_s(k_s) = \frac{S_s^{k_s}}{k_s!} \exp(-S), \quad (5)$$

因此, 可以定义光子计数直接探测器的信噪比(SNR)为

$$R_{\text{SN}} = \frac{S^2}{S+N}, \quad (6)$$

式中 S 和 N 分别为一个采样间隔内信号和噪声计数值的均值。可以看出,当 $N=0$ 时, $R_{\text{SN}}R=S$, 当 $N \gg S$ 时, $R_{\text{SN}}=S^2/N$ 。

3.2 光子计数噪声模型和虚警率

由前文分析可知,光子计数接收器在每个采样时间内对噪声光电流的计数 k_n , 是一个离散的随机变量,且服从 Poisson 分布^[10,11]:

$$p_n(k_n) = \frac{N^{k_n}}{k_n!} \exp(-N). \quad (7)$$

在采样间隔内,噪声均值和方差都为 N 。对于 l 次采样间隔的噪声光子计数求和,由于每次采样间隔的随机过程是相互独立的,所以 l 次相互独立的服从 Poisson 分布的随机过程求和仍然是 Poisson 分布,且均值和方差变为 lN , 即其概率密度为

$$p_n(k_n) = (lN)^{k_n} \frac{\exp(-lN)}{k_n!}, \quad (8)$$

因此,虚警率(PFA)为

$$P_{\text{FA}} = \sum_{k=K_{\text{th}}}^{\infty} p_n(k) = 1 - \sum_{k_n=0}^{K_{\text{th}}} p_n(k_n) = 1 - \frac{\Gamma(K_{\text{th}}, lN)}{(K_{\text{th}}-1)!}, \quad (9)$$

当设阈值 $K_{\text{th}}=1$ 时,

$$P_{\text{FA}} = 1 - \exp(-lN). \quad (10)$$

3.3 探测统计分布

3.3.1 漫反射目标

对于漫反射目标的回波信号的统计分布为连续分布^[10,11]。而光子计数探测器的输出信号是离散随机过程,所以要对相应的连续随机过程的概率密度函数进行 Poisson 变换^[6,8],以得到光子计数探测器输出的离散随机过程的概率密度分布。漫反射回的随机信号的平均强度的概率密度服从 Gamma 分布

$$p_s(I) = \Gamma(l)^{-1} \left(\frac{l}{2\sigma^2} \right)^N I^{l-1} \exp\left(-\frac{lI}{2\sigma^2}\right), \quad (11)$$

由 Poisson 变换可得

$$p(k) = \int_{-\infty}^{\infty} [x^k \exp(-x)/k!] p(x) dx, \quad (12)$$

式中 $p(x)$ 为连续随机过程的概率密度分布,而 $p(k)$ 就是对应的离散随机过程的概率密度分布。所以漫反射目标的回波信号经光子计数探测器后,输出的离散随机信号的概率密度分布为

$$p_s(k_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{I^{k_s} \exp(-I)}{k_s!} \right] p(I) dI. \quad (13)$$

通过查表^[6]知,Gamma 分布 Poisson 变换的结果为负二项式分布

$$p_s(k_s) = \binom{l+k_s-1}{k_s} \frac{S_s^{k_s}}{(S+1)^{l+k_s}}. \quad (14)$$

式中 S 是一次采样间隔内的计数均值, l 次采样间隔计数均值为 lS , 方差为 $lS(S+1)$ 。当只讨论单一采样间隔时,即 $l=1$, 对应的 Poisson 变换^[6,8]为

$$p_s(k_s) = \frac{S_s^{k_s}}{(S+1)^{k_s+1}}. \quad (15)$$

则信号加噪声 $k=k_s+k_n$ 的概率密度分布为

$$p_{\text{sn}}(k) = p_s(k) p_n(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_s(n) p_n(k-n) = \sum_0^{\infty} p_s(n) p_n(k-n). \quad (16)$$

利用 Goodman^[6]的研究结果,

$$p_{\text{sn}}(k) = \frac{\exp(-lN)}{(S+1)^l(l-1)!} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(lN)^j}{j!} \frac{(k+l-j-1)!}{(k-j)!} \left(\frac{S}{S+1}\right)^{k-j}. \quad (17)$$

所以,对应的探测概率为

$$P_D = P(k > K_{\text{th}}) = \sum_{k=K_{\text{th}}}^{\infty} p_{\text{sn}}(k) = 1 - \sum_0^{K_{\text{th}}} p_{\text{sn}}(k), \quad (18)$$

当 $K_{\text{th}}=1$ 时,

$$P_D = 1 - \exp\left[-\frac{lN}{(S+1)^l}\right], \quad (19)$$

当 $K_{\text{th}} \ll 1$ 时,

$$P_D = 1 - (S+1)^{-l}, \quad (20)$$

当 l 非常大时,

$$P_D = 1 - \exp(-lN). \quad (21)$$

由于阈值 K_{th} 只能取离散值,为了对比不同信噪比条件下漫反射目标的探测概率,文中计算了在取不同采样次数和不同探测阈值条件下的探测概率,进行分析对比,计算结果如图 2 所示。由图 2 中曲线对比可知,探测概率随着信号增强而增大,随着信号增强,探测概率趋于饱和。在同等信噪比条件下,提高阈值可以明显增大探测概率。

3.3.2 镜面反射目标

对于镜面反射目标的回波信号,是 lS 处的 $\delta(x)$ 函数^[8~11]。通过 Poisson 变换求得响应离散随机过程的概率密度分布为

$$p_s(k_s) = (lS)^{k_s} \frac{\exp(-lS)}{k_s!}, \quad (22)$$

仍然是 Poisson 分布。

所以,信号加噪声之和仍然是 Poisson 分布,不同的是均值和方差

$$\langle k \rangle = \text{Var}[k] = l(S+N), \quad (23)$$

$$p_{\text{sn}}(k) = [l(S+N)]^k \frac{\exp[l(S+N)]}{k!}, \quad (24)$$

相应的探测概率为

$$P_D = P(k > K_{\text{th}}) = \sum_{k=K_{\text{th}}}^{\infty} p_{\text{sn}}(k) = 1 - \frac{\Gamma[K_{\text{th}}, l(S+N)]}{\Gamma(K_{\text{th}})}. \quad (25)$$

同样计算镜面反射目标在不同条件下的探测概率,计算结果如图 3 所示。整体而言镜面反射目标与漫反射目标具有相同的变化趋势,信噪比与阈值的提高可以提升整体探测概率。

对比漫反射目标和镜面反射目标在同等信噪比及相同阈值条件下的探测概率,可以看出镜面目标的探测概率明显优于漫反射目标,特别是对在弱信号条件下。

4 结 论

本文描述了盖革模式下 APD 的工作原理,根据 GAPD 的雪崩方式,以及特有的熄灭时间特性,通过将

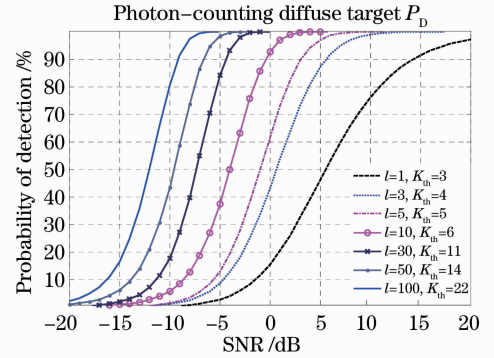


图 2 漫反射目标探测概率

Fig. 2 Photon counting detection probability of diffuse target

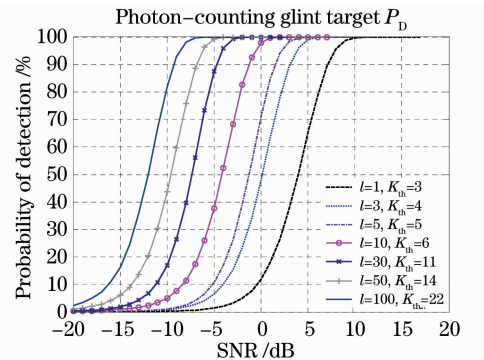


图 3 镜面反射目标探测概率

Fig. 3 Photon counting detection probability of specular reflection target

采样间隔分解为等距时间片的方式,建立了 GAPD 在采样间隔内激发概率数学模型。在此基础上,分析了利用 GAPD 的光子计数直接探测模式,根据探测噪声的产生方式建立了光子计数噪声模型,并且计算了探测虚警率。结合噪声模型以及目标表面特性,分别计算了漫反射目标和镜面反射目标两种条件下光子计数直接探测方式的探测概率,对比了不同信噪比及阈值条件下的探测概率。

参 考 文 献

- 1 R. M. Marino, W. R. Davis. Jigsaw: a foliage-penetrating 3D imaging laser radar system[J]. *Lincoln Lab. J.*, 2005, **15**(1): 23~36
- 2 M. A. Albota, R. M. Heinrichs, D. G. Kocher *et al.*. Three-dimensional imaging laser radar with a photon-counting avalanche photodiode array and microchip laser[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(36): 7671~7678
- 3 B. F. Aull, A. H. Loomis, P. A. Besse *et al.*. Geiger-mode avalanche photodiodes for three-dimensional imaging[J]. *Lincoln Lab. J.*, 2002, **13**(2): 335~350
- 4 Tian Yuzhen, Zhao Shuai, Guo Jin. Analysis of non-cooperative target photon counting laser ranging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0514002
田玉珍, 赵 帅, 郭 劲. 非合作目标光子计数激光测距技术研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0514002
- 5 Mingguo Liu, Chong Hua *et al.*. A novel quenching circuit to reduce after pulsing of single photon avalanche diodes[C]. *SPIE*, 2008, **6900**: 69001F
- 6 J. W. Goodman. *Statistical Optics*[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1985
- 7 D. G. Fouche. Detection and false-alarm probabilities for laser radars that use Geiger-mode detectors[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(27): 5388~5398
- 8 B. Saleh. *Photoelectron Statistics*[M]. New York: Springer Verlag, 1978
- 9 P. Gatt, S. Johnson, T. Nichols. Analysis of Geiger-mode APD laser radars[C]. *SPIE*, 2003, **5086**: 359~368
- 10 Tian Yuzhen, Zhao Shuai, Guo Jin. Heterodyne detection laser radar statistical characteristics[C]. Tianjin: the Ninth Photoelectric Technology Proceedings of Academic Exchange, 2010. 473~476
田玉珍, 赵 帅, 郭 劲. 激光雷达外差探测统计特性[C]. 天津: 第九届全国光电子学术交流会, 2010. 473~476
- 11 Zhao Shuai, Tian Yuzhen, Guo Jin. Direct detection laser radar statistical characteristics [C]. Tianjin: the Ninth Photoelectric Technology Proceedings of Academic Exchange, 2010. 477~480
赵 帅, 田玉珍, 郭 劲. 激光雷达直接探测统计特性[C]. 天津: 第九届全国光电技术学术交流会论文集, 2010. 477~480