

# 余弦型相位光瞳滤波器缩小径向偏振光焦斑

郭玲 李劲松

(中国计量学院光电学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要** 基于矢量衍射理论,研究了连续型相位光瞳滤波器对径向偏振光束在焦点区域成像效果的影响。设计了一种余弦函数形式的连续相位型光瞳滤波器,实现了缩小径向偏振光束的横向焦斑。利用 Matlab 优化工具箱,以超分辨率性能参数  $G$  为优化目标,以斯特雷尔比  $S$  为约束条件,对余弦函数形式的连续相位型光瞳滤波器进行优化并给出了几组优化结果。优化结果表明所设计的余弦函数形式的连续相位型光瞳滤波器在数值孔径为 0.8 时对于缩小径向偏振光横向焦斑有明显的效果。关于此种连续相位光瞳滤波器的计算结果,对实际中制作相位光瞳滤波器有一定参考价值。

**关键词** 图像处理;相位光瞳滤波器;超分辨;径向偏振光束;矢量衍射理论

**中图分类号** O43 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.121001

## Phase Pupil Filter with Cosine Function for Sharper Focus of Radially Polarized Beam

Guo Ling Li Jinsong

(College of Optics and Electronics, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)

**Abstract** Based on vectorial diffraction theory, optical imaging system with continuous phase optical pupil filter for radially polarized beam is investigated. A continuous phase filter with cosine function is proposed and a sharper focus of radially polarized beam is obtained. This kind of filter is optimized with Matlab optimization toolbox and the aim of optimization is to reduce the superresolution parameter  $G$  with the Strehl ratio  $S$  as a constraint. Some examples of optimization are given. The optimization results show that there is a significant improvement on sharper focus by using this continuous phase filter with cosine function when the numerical aperture is 0.8. The numerical results about the continuous phase filter with cosine function will also help the manufacturing of actual devices.

**Key words** image processing; phase pupil filter; superresolution; radially polarized beam; vectorial diffraction theory

**OCIS codes** 100.5090; 100.6640; 050.1970

## 1 引言

矢量偏振光束是一种偏振在空间非均匀分布的光束,如轴对称偏振光,它在振幅及偏振态分布上均具有轴对称性。径向偏振光作为矢量光束的一种,由于其特殊的矢量偏振性质,使人们产生了广泛的兴趣。径向偏振光在很多方面都得到了应用,如表面等离子体激发<sup>[1]</sup>、数据存储<sup>[2]</sup>、激光扫描显微系统<sup>[3]</sup>及光镊系统<sup>[4]</sup>等。

许多学者对径向偏振光进行了各种理论和实验研究。Phelan 等<sup>[5]</sup>从理论和实验上验证结合圆锥衍射和马赫-曾德尔干涉仪可以有效地将线偏振高斯光转换为径向偏振光。Hoang 等<sup>[6]</sup>基于球函数的多级展开提出了一种方法来计算径向偏振光的的聚焦场。强聚焦的径向偏振光由于在焦点附近得到强的纵向偏振光

**收稿日期**: 2012-06-28; **收到修改稿日期**: 2012-09-18; **网络出版日期**: 2012-10-24

**基金项目**: 上海市科委资助项目(10595812300)资助课题。

**作者简介**: 郭玲(1987—),女,硕士研究生,主要从事激光技术和矢量衍射等方面的研究。

E-mail: guoleanne@163.com

**导师简介**: 李劲松(1969—),女,博士,副教授,主要从事信息光学、激光技术和矢量衍射等方面的研究。

E-mail: lijinsongsong@yahoo.com.cn

场,因此在焦点处可以得到比线偏振光聚焦得到的焦斑还要小的焦斑尺寸<sup>[7~12]</sup>。对于径向偏振光的这种超分辨特性的研究大多基于光瞳滤波器,借助于不同形式的光瞳滤波器来改变光束的振幅、位相以及偏振态,以实现系统的超分辨效应。Dorn等<sup>[13]</sup>利用环形滤波器将径向偏振光的焦斑缩小到 $0.161\lambda^2$ ,而线偏振光的焦斑尺寸是 $0.26\lambda^2$ ;Kozawa等<sup>[14]</sup>使用一个双环形式的光瞳,通过改变光瞳半径和光束半径之比来获得更好的超分辨性能;Caballero等<sup>[15]</sup>则是使用一个遮挡掩模,不仅提高了径向偏振光的分辨率,同时也降低了旁瓣的强度。国内学者对径向偏振光的研究也相当突出。高兴宇等<sup>[16]</sup>采用了时域有限差分法(FDTD)对径向偏振光通过半球形纳米孔聚焦的问题进行了研究;李东华等<sup>[17]</sup>研究了径向偏振光经大数值孔径聚焦下轴向光阱力随球差系数变化的分布。也有对径向偏振光超分辨性能的研究。Tan等<sup>[18]</sup>通过对 $0, \pi$ 二相位分布的衍射超分辨元件(DSE)进行优化,针对径向偏振光设计了一系列的对应不同分辨性能的DSE。同时他们也优化出了实现径向偏振光的三维超分辨的 $0, \pi$ 纯相位元件<sup>[19]</sup>。陈慧芳等<sup>[20]</sup>设计了一种正切型的连续相位滤波器,实现了径向偏振光的焦斑减小。

大多数对径向偏振光超分辨的研究是基于振幅型滤波器或是不连续的相位滤波器,对连续相位滤波器的研究较少。由于相位型滤波器具有能量利用率高的特点,因此本文针对径向偏振光设计了一种余弦函数形式的连续相位型光瞳滤波器,利用Matlab优化工具箱,对滤波器的参数进行优化。该滤波器的优点是在保持相对较好的超分辨性能的同时,能量利用率较高。

## 2 径向偏振光的聚焦特性

应用矢量衍射原理对径向偏振光在高数值孔径系统中的聚焦特性进行分析。在焦点处建立柱坐标,于是径向偏振光在焦点附近的电场分布可表示为<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{E}(r, z) = E_R \mathbf{e}_r + E_z \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{e}_r$ 和 $\mathbf{e}_z$ 分别是径向和传播方向的单位矢量, $E_R$ 和 $E_z$ 是这两个正交方向的振幅,可以表示如下<sup>[7]</sup>:

$$E_R(r, z) = A \int_0^\alpha U(\theta) \sqrt{\cos \theta} (\sin 2\theta) l_0(\theta) J_1(kr \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (2)$$

$$E_z(r, z) = 2iA \int_0^\alpha U(\theta) \sqrt{\cos \theta} (\sin^2 \theta) l_0(\theta) J_0(kr \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (3)$$

式中 $r$ 和 $z$ 分别是观察点在焦点区域的径向和纵向坐标; $A$ 是一个常数, $k$ 是波数; $\theta$ 对应数值孔径的极角, $\alpha = \arcsin(NA)$ ( $NA$ 为数值孔径); $U(\theta)$ 为衍射元件透射率函数; $l_0(\theta)$ 一般可以描述为 $\theta$ 的函数,在贝塞尔-高斯光束入射时<sup>[7]</sup>,

$$l_0(\theta) = \exp\left[-\beta_0^2 \left(\frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right)^2\right] J_1\left(2\beta_0 \frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right), \quad (4)$$

$\beta_0$ 是入瞳半径与入射光束束腰之比。于是,高数值孔径下径向偏振光焦点区域光场强度分布可以表示为<sup>[7]</sup>

$$I(r, z) = |E_R(r, z)|^2 + |E_z(r, z)|^2. \quad (5)$$

## 3 衍射光学元件优化

超分辨性能参数主要考虑中心强度和中心主瓣的尺寸,常用评价参数有 $G$ 和 $S$ , $G$ 为超分辨因子,定义为加入滤波器后与未加滤波器时半峰全宽(FWHM)之比, $G < 1$ 表示具有超分辨性能, $G$ 越小,中心主瓣尺寸越小,即超分辨性能越好。斯特雷尔比 $S$ 定义为加入滤波器后与未加滤波器时中心强度之比,反映系统的能量利用率。超分辨性能的提高往往是以牺牲斯特雷尔比为代价的,因此衍射光学元件的优化目标是在降低 $G$ 的同时获得最大的斯特雷尔比 $S$ 。

一般情况下,衍射光学元件 $U(\theta)$ 可以表示为 $U(\theta) = T(\theta) \exp[i\varphi(\theta)]$ 的形式,其中 $T(\theta)$ 为透射率函数,对于纯相位型滤波器 $T(\theta) = 1$ ,主要由相位来决定最终的聚焦效果。本文提出一种余弦式变化的函数作为滤波器相位函数 $\varphi(\theta)$ 的形式:

$$\varphi(\theta) = \pi[a \cos^n(b\theta)], \quad (6)$$

式中  $a$ 、 $b$  是可优化的两个参数,  $n$  是余弦函数的阶数, 可以根据不同需要改变, 这里选择的是 2 阶, 即  $n = 2$ 。

将(2),(3),(4),(6)式代入(5)式即可对径向偏振光焦点区域光场强度分布进行数值模拟。在成像系统中加入光瞳滤波器以后, 系统的焦点会发生微小的轴向偏移。这个轴向离焦量可用  $u_F$  来表示。假设  $NA = 0.8$ , 利用 Matlab 优化工具箱, 以  $G$  为优化目标, 以斯特雷尔比  $S$  为约束条件, 经计算机多次迭代运算, 给出了四组滤波器的优化结果, 如表 1 所示。

表 1 优化结果

Table 1 Results of optimization

Filter	$a$	$b$	$G$	$S$	$u_F$
1	1.1797	2.3766	0.833	0.7011	-0.5758
2	1.3027	2.1727	0.800	0.6227	-1.0606
3	1.8291	2.3191	0.677	0.5007	-0.6970
4	1.9880	2.0672	0.540	0.4000	-1.8485

## 4 计算结果及讨论

图 1 是 Matlab 优化得到的 4 组相位滤波器函数曲线。从图中可以看出, 4 个滤波器的函数曲线都具有相似的余弦形状:  $\sin \theta < 0.6$  区间相位呈下降趋势,  $\sin \theta$  在  $0.6 \sim 0.7$  之间相位到达零值, 之后会有小幅度回升。以相位 0 值为界点, 可以发现, 超分辨性能较好的曲线, 在相位降为 0 值之前其相位调制范围较大, 可以理解为滤波器对于会聚角较小时的光束 ( $\sin \theta < 0.6$ ), 其相位变化范围更广。这是符合径向偏振光的聚焦特点的: 径向偏振光在会聚角较大时, 聚焦效果更好<sup>[21]</sup>, 因而径向偏振光的衍射分辨极限主要受到小会聚角光束的限制。设计的滤波器满足对会聚角较小的光束进行处理的要求。

图 2 所示为未加入滤波器以及分别加入 4 组优化滤波器后焦平面上的归一化强度分布。从图 2 可以看

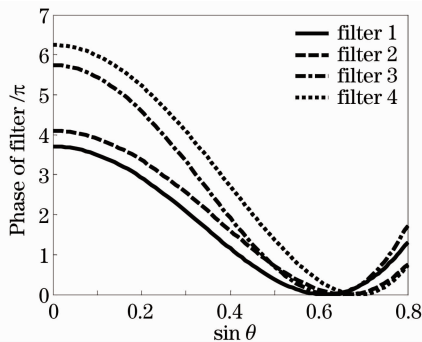


图 1 四组滤波函数曲线

Fig. 1 Curves of four filters functions

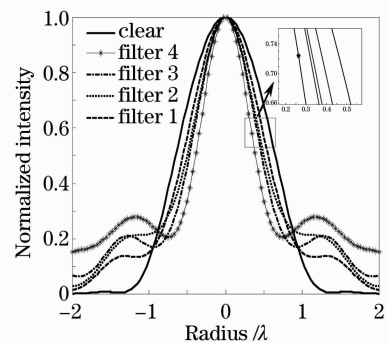


图 2 分别加入 4 组优化滤波器后焦平面上的归一化强度分布

Fig. 2 Normalized intensity in the focal plane with the four optimized filters

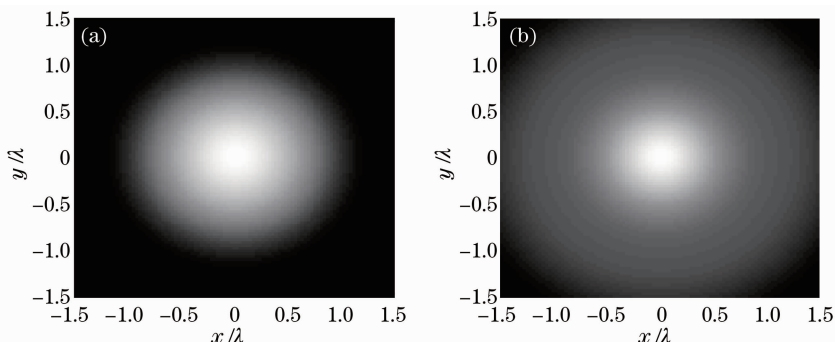


图 3 (a) 未加入滤波器以及 (b) 加入滤波器 4 后的焦点区域归一化强度

Fig. 3 Normalized intensity in the focal plane (a) without filter and (b) with the filter 4

出滤波后中心主瓣尺寸变小了。最外面的曲线是未加入滤波器时的强度曲线,其余四条曲线从外到里超分辨率性能逐级提高,而斯特雷尔比逐级降低,其参数分别为  $S = 0.7011, G = 0.833$ ;  $S = 0.6227, G = 0.800$ ;  $S = 0.5007, G = 0.677$ ;  $S = 0.4000, G = 0.540$ 。可见超分辨率性能的提高是以牺牲斯特雷尔比为代价的。与文献中的滤波器相比,如文献[16]中的两个滤波器,转换成相同的比较方法后  $S = 0.65, G = 0.85$ ;  $S = 0.6, G = 0.84$ (原参数为  $S = 0.39, G = 0.65$ ;  $S = 0.36, G = 0.64$ ,是与线偏振光焦斑相比所得的参数),由此可见该滤波器在保持较好的斯特雷尔比时超分辨能力更强。

为了更直观地显示滤波器的效果,图3给出了未加入滤波器以及加入滤波器4后的模拟横向焦斑图。从图中可以看出,主瓣尺寸被压缩,即尺寸明显减小,而旁瓣强度和范围有所提升。

在成像系统中加入光瞳滤波器以后,系统的焦点会发生微小的轴向偏移,这个轴向离焦量可用  $u_F$  来表示,四个滤波器的轴向偏移如图4所示。图5给出了未加入滤波器以及加入滤波器4后轴向区域的模拟焦斑图,从图中可以看出不仅轴向区域的强度焦点向光瞳方向偏移,并且强度分布的形状也发生了改变。

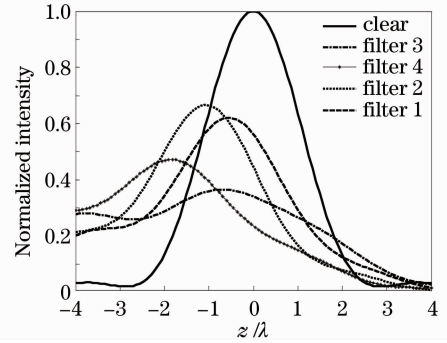


图4 分别加入四组滤波器后轴向归一化强度  
Fig. 4 Axial normalized intensity with the four optimized filters

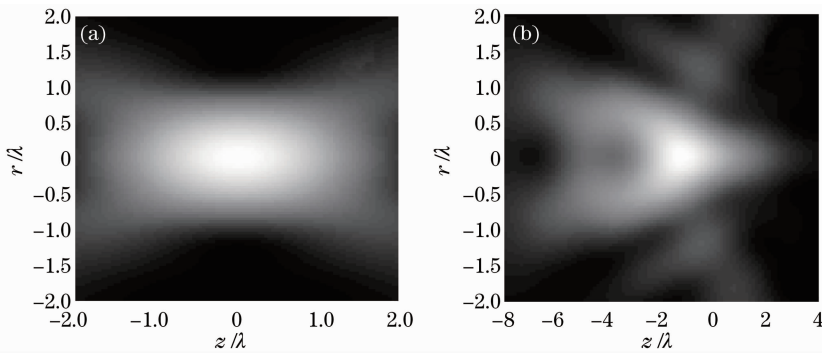


图5 未加入滤波器以及加入滤波器4后轴向区域归一化强度  
Fig. 5 Axial normalized intensity (a) without filter and (b) with the filter 4

## 5 结 论

设计了一种余弦函数形式的相位型光瞳滤波器,利用 Matlab 优化工具箱优化了函数的各项参数,实现了对径向偏振光的焦斑缩小。该余弦型相位滤波器对于缩小径向偏振光横向焦斑有明显效果,并给出了轴向离焦量以作参考。在形式构造上该相位滤波器还可以通过增加余弦函数的阶数进行优化。研究结果对实际中制作相位光瞳滤波器有参考价值。

## 参 考 文 献

- 1 N. M. Mojarad, M. Agio. Tailoring the excitation of localized surface plasmon-polariton resonances by focusing radially-polarized beams[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(1): 117~122
- 2 Y. J. Zhang, J. P. Bai. Improving the recording ability of a near-field optical storage system by higher-order radially polarized beams[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(5): 3698~3706
- 3 Yuichi Kozawa, Terumasa Hibi, Aya Sato *et al.*. Lateral resolution enhancement of laser scanning microscopy by a higher-order radially polarized mode beam[J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(17): 15947~15954
- 4 Lu Huang, Honglian Guo, Jiafang Li *et al.*. Optical trapping of gold nanoparticles by cylindrical vector beam[J]. *Opt. Lett.*, 2012, **37**(10): 1694~1696
- 5 C. F. Phelan, J. F. Donegan, J. G. Lunney. Generation of a radially polarized light beam using internal conical diffraction

- [J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(22): 21793~21802
- 6 Thanh Xuan Hoang, Xudong Chen, Colin J. R. Sheppard. Multipole theory for tight focusing of polarized light, including radially polarized and other special cases[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2012, **29**(1): 32~43
- 7 K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 8 S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler *et al.*. Focusing light to a tighter spot[J]. *Opt. Commun.*, 2000, **179**(1): 1~7
- 9 C. C. Sun, C. K. Liu. Ultrasmall focusing spot with a long depth of focus based on polarization and phase modulation[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(3): 99~101
- 10 C. J. R. Sheppard, A. Choudhury. Annular pupils, radial polarization, and superresolution[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(2): 4322~4327
- 11 E. Y. S. Yew, C. J. R. Sheppard. Tight focusing of radially polarized Gaussian and Bessel-Gauss beams[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(23): 3417~3419
- 12 C. J. R. Sheppard, E. Y. S. Yew. Performance parameters for focusing of radial polarization[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(5): 497~499
- 13 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 14 Y. Kozawa, S. Sato. Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(6): 820~822
- 15 M. T. Caballero, C. Ibanez-Lopez, M. Martinez-Corral. Shaded-mask filtering: novel strategy for improvement of resolution in radial-polarization scanning microscopy[J]. *Opt. Engng.*, 2006, **45**(9): 098003
- 16 Gao Xingyu, Liu Shugui. Study on focusing of radially polarized beam by high numerical aperture objective[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(10): 101801  
高兴宇, 刘书桂. 径向偏振光高数值孔径物镜聚焦的研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(10): 101801
- 17 Li Donghua, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Effect of primary spherical aberration on optical trapping force of radially polarized beam[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(7): 071401  
李东华, 蒲继雄, 王喜庆. 初级球差对径向偏振光轴向光阱力的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, **48**(7): 071401
- 18 Qiaofeng Tan, Kan Cheng, Zhehai Zhou *et al.*. Diffractive superresolution elements for radially polarized light[J]. *Opt. Soc. Am. A*, 2010, **27**(6): 1355~1360
- 19 Cheng Kan, Tan Qiaofeng, Zhou Zhehai *et al.*. Design of three-dimensional superresolution diffractive optical elements for radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3295~3299  
程侃, 谭峭峰, 周哲海等. 径向偏振光三维超分辨衍射光学元件设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3295~3299
- 20 Chen Huifang, Liu Tao, Zhang Zaixuan. Sharper focus of radially polarized beam with a continuous phase filter[J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(6): 0616001  
陈慧芳, 刘涛, 张在宣. 连续相位滤波器缩小径向偏振光束焦斑[J]. *中国激光*, 2012, **39**(6): 0616001
- 21 Yan Jie, Lu Yonghua, Wang Pei *et al.*. Study of focal spot of radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3597~3603  
阎杰, 鲁拥华, 王沛等. 径向偏振光聚焦光斑研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3597~3603