

# 同轴数字全息相位恢复算法采样距离优化研究

韩冰 肖文 潘锋 丛琳 戎路\*

(北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

**摘要** 相位恢复算法被广泛应用于去除同轴数字全息共轭像。其中,多采样距离相位恢复算法相比于基于单幅全息图的相位恢复算法,尤其是在两幅全息图的重建算法中,重建精度更高且收敛速度更快。针对采样距离和采样间隔对再现物光波前的精度的影响,通过记录不同采样距离的多幅数字全息图,进行相位恢复。通过分析比较再现相位像的标准化均方根误差,得到优化算法的最佳采样距离和采样间隔。结果表明,采样距离在 130~160 mm 范围内时误差较小,采样距离为 150 mm、采样间隔为 2 mm 时误差最小,仅 0.0096。

**关键词** 数字全息术;显微术;相位恢复;图像重建技术

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.120903

## Optimization of Space Sampling Distance of Phase Retrieval Algorithm for In-Line Digital Holography

Han Bing Xiao Wen Pan Feng Cong Lin Rong Lu

(School of Instrumentation Science and Opto-Electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract** Phase retrieval algorithm is widely used to eliminate the unwanted conjugate image for in-line digital holography. Compared with the phase retrieval algorithms based on single hologram, phase retrieval with images recorded at multiple distances could improve the precision and convergence speed apparently, especially for the reconstruction of two images. However, it is critical to optimize the recording distances for the two images to achieve high precision and the true value of the reconstructed images. We record a lot of digital holograms at axially different planes in experiment. After analyzing the normalized root-mean-square (NRMS) error of the data, we conclude that the algorithm is suitable for the distance between 130 mm and 160 mm. And the conclusion can also be made that the reconstructed image which has the highest precision is achieved when the object distance is 150 mm and the object distance interval is 2 mm for which the NRMS error is 0.0096.

**Key words** digital holography; microscopy; phase retrieval; image reconstruction techniques

**OCIS codes** 090.1995; 110.0180; 100.5070; 100.3010

## 1 引言

同轴数字全息是由于物光和参考光沿同一方向入射到全息记录介质而得名的<sup>[1]</sup>。光束中,被物体信息调制的散射光作为物光,未散射部分作为参考光,在记录面得到干涉条纹。由于其实验光路简洁,便于应用在众多领域<sup>[2,3]</sup>。然而,在同轴全息图的重建过程中存在共轭像<sup>[4]</sup>,严重恶化了再现像的成像质量,限制了同轴全息术的应用。因此,如何消除共轭像是同轴全息技术中的关键问题之一。

针对上述问题已提出很多解决方法,其中相移法<sup>[5,6]</sup>和相位恢复法<sup>[7,8]</sup>能有效去除共轭像。但相移数字

收稿日期: 2012-09-01; 收到修改稿日期: 2012-09-14; 网络出版日期: 2012-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(31000387, 61177006)资助课题。

作者简介: 韩冰(1988—),女,硕士研究生,主要从事光电干涉检测以及硬件实现等方面的研究。

E-mail: Cinderella\_han@aspe.buaa.edu.cn

导师简介: 肖文(1962—),男,博士,教授,主要从事数字全息干涉检测以及光电技术在空间的应用等方面的研究。

E-mail: xiaow@buaa.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: ronglu@aspe.buaa.edu.cn

全息术光路对相移装置的精密性要求高,而且很难做到实时观测成像。单幅数字全息图的相位恢复算法灵活,在许多领域都有应用<sup>[9~11]</sup>,但在样品比较复杂或者对精度要求比较高的情况下,单幅数字全息图往往达不到要求<sup>[12]</sup>。原则上多幅数字全息图的相位恢复算法可以提高数字全息再现图的精度,尤其是两幅数字全息图的相位恢复算法,可以很好地兼顾重建精度和实验的复杂程度两方面的因素<sup>[13,14]</sup>。Rong等<sup>[15]</sup>提出的算法利用归一化全息图的幅值和物面正吸收性作为约束条件,运用两幅不同采样距离的数字全息图进行迭代,在重建精度与收敛速度方面都能得到较好的效果。但是,在两幅数字全息图的相位恢复算法中,采样距离的选择对于精度有很大的影响。因此,对采样距离的选择是算法中的关键环节。本文在此算法的基础上,通过相关实验和数据分析,对采样距离和采样间隔的选择进行研究,对该算法做了进一步优化。

## 2 基本原理

在同轴全息记录过程中,从不同采样距离平面得到的两幅同轴数字全息图和相应的背景图进行物体的波前重建。通过模拟光在物面和两个记录面之间的相互独立传播过程,减弱共轭像,使重建像逐渐达到真实值。

在不同采样距离下记录的两幅强度图,通过衍射过程的迭代使用,对物体进行波前重建。如图1所示,该过程包括以下几个步骤:1)首先计算第一个记录面( $Z_1$ 平面)上光波的幅值 $A_1$ , $A_1$ 从数字全息图 $H_1$ 与相应的背景图 $B_1$ 相除后商的平方根中得出,幅值乘以初始的猜测相位 $\varphi_1$ ,得到 $A_1 \exp(i\varphi_1)$ ,由于角谱衍射积分对于近距离传播有效,不要求旁轴近似,所以用角谱衍射积分模拟从 $Z_1$ 到物面的反向传播过程。2)由于实验的散射过程和物体的吸收,幅值不会增加而超过1,因此,为了消除共轭像,幅值超过1的区域的幅值被设定为1,相应的相位值被设定为0。3)物光的波前传播在位于 $Z_2$ 的记录面上形成了 $A_2 \exp(i\varphi_2)$ ,记录面的估计相位值乘以数字全息图 $H_2$ 与相应的背景图相除后商的平方根,然后反向传播给物面。步骤4)根据步骤2)对物面新生成的幅值表达式进行设置,传播到第一个记录面 $Z_1$ ,幅值保持不变,并将相位设置成传播后的新相位,以便于下次迭代步骤1)的开始。迭代过程中记录面的初始相位来自于物理实验的传播过程,因此重建的精度在迭代传播过程中得到了提升,多次的迭代将最终消除共轭像。

为了得到在不同采样距离下算法的收敛效果,引入标准化均方根误差(NRMS error)来衡量每次迭代后所得结果的误差值。通过NRMS公式,可以分析出算法在不同采样距离间隔下的收敛速度及重建效果。NRMS定义为

$$E_{NRMSk} = \sqrt{\frac{\sum_{(x,y)} |H_k - H_f|^2}{\sum_{(x,y)} |H_f|^2}}, \quad (1)$$

式中 $k$ 为迭代次数, $H_f(x,y)$ 代表归一化全息图的平方根, $H_k(x,y)$ 代表迭代过程中全息图的平方根。通过对不同的采样距离对(即 $Z_1$ 和 $Z_2$ )在迭代次数增加时的收敛数据的比较,得到能使此算法具有最佳重建效果的采样距离对,对算法进行优化。

## 3 实验及结果分析

实验光路如图2所示,光波由660 nm半导体激光器发出,经过扩束单元(BE)和分辨率板,照射到CMOS相机上。在轨道上移动相机,得到不同采样距离的数字全息图。目标物体为透明分辨率板上USAF字样部分,这部分镀铬并不透光,吸收系数为1,所以再现相位呈随机分布的状态。其中CMOS的像素数为1024 pixel×1024 pixel,像素尺寸为6.7 μm×6.7 μm。设置采样距离为100~170 mm每间隔1 mm的取值,拍摄71幅数字全息图。相应的背景图在移走物体后同样的拍摄条件下得到。

这种相位恢复方法需要两幅采样距离不一样的数字全息图进行迭代,在采样距离上有多种选择。下面

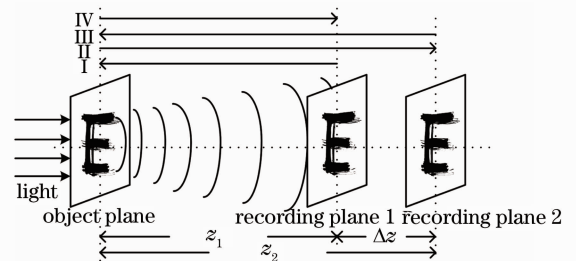


图1 迭代过程示意图

Fig. 1 Diagram of the iterative process

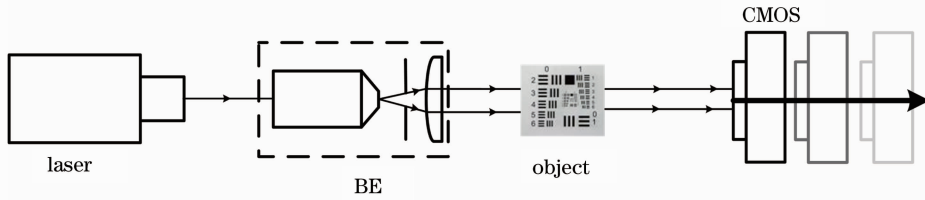


图 2 实验光路图

Fig. 2 Experimental optical pathway

选择比较有代表性的三组进行对比分析,数据如表 1 所示,重建图对比结果如图 3 所示。

表 1 三组重建图的参数

Table 1 Parameters of reconstructed images in the three groups

$Z_1$ /mm	$Z_2$ /mm	$\Delta Z$ /mm	Number of iteration
122	130	8	50
128	130	2	50
162	170	8	100

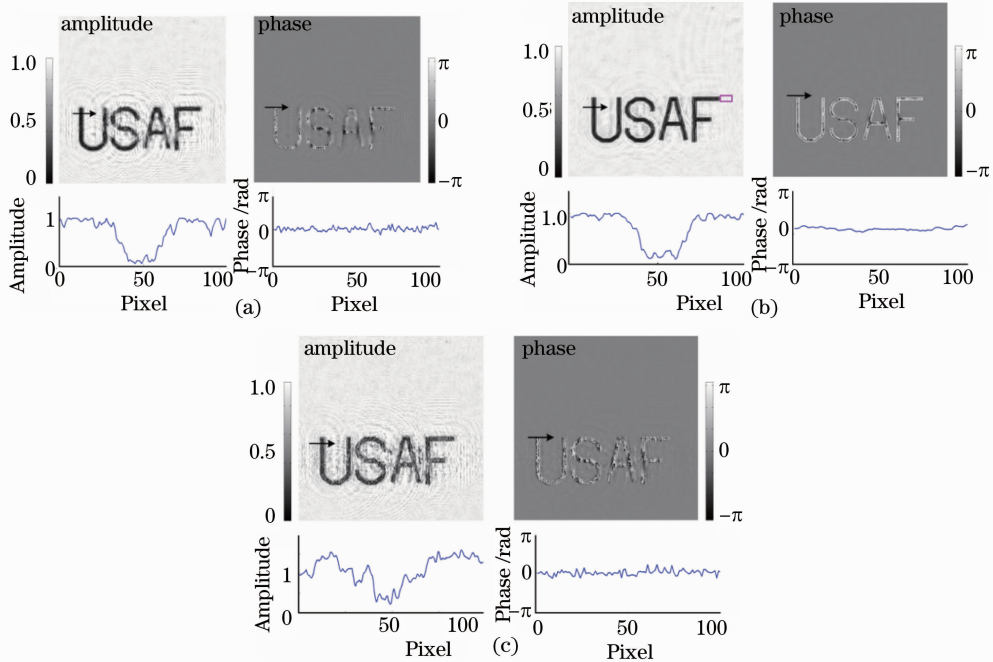


图 3 分辨率板 USAF 的重建图

Fig. 3 Reconstructed images of a positive USAF resolution chart

为了使对比的效果更加直观,分别在幅值和相位重建图中选取箭头所示区域进行线扫描。在幅值重建图中,箭头所示区域的线扫描曲线为阶梯状,相比幅值均匀的区域,共轭像去除对比效果更加明显。而在相位重建图中,由于镀铬区域不透光,相位随机分布,为了得到更加直观的共轭像去除效果,选择相位均匀的区域,即相位重建图中箭头所示区域进行线扫描。在图中每行 1024 pixel 的情况下,选择 100 pixel 的数据,此比例已经能反应出共轭像的去除效果。比较图 3(a)和(b)的重建图和线扫描图,图 3(b)中重建图字母 USAF 的线条更加清晰,背景更加干净,线扫描图中的曲线起伏较小,尤其是相位重建图,相位值跳跃较小。由此可以得出,在迭代次数和  $Z_2$  相同的情况下, $\Delta Z$  不同,则得到的重建图有差别。比较图 3(a)和(c)的重建图和线扫描图, $\Delta Z$  同样为 5 mm,而  $Z_2$  不同,图 3(a)中  $Z_2=130$  mm,图 3(c)中  $Z_2=170$  mm,即使迭代次数较多,仍然明显可以看出,图 3(c)的线扫描图幅值与相位值跳跃较大,不平滑,重建效果不好。由此可以得出,采样距离的选择对重建图共轭像的去除效果和算法的效率都有很大的影响。比较图 3(b)和(c)的重

建图和线扫描图,同样可以得到上面的结论。所以重建图共轭像的去除效果是多方面作用的结果,优化采样距离在重建方法中是重要的环节。

采样距离的选择遵循以下方法:首先,固定采样距离中长距离  $Z_2$  的值,然后,采样距离中短距离  $Z_1$  在小于  $Z_2$  的每间隔 10 mm 取值。根据实验的情况,选择  $Z_2$  的值分别为 170,160,150,140 mm,这样即产生了具有对比性的采样距离。最后,分别进行 50 次迭代,得到的误差图如图 4 所示。

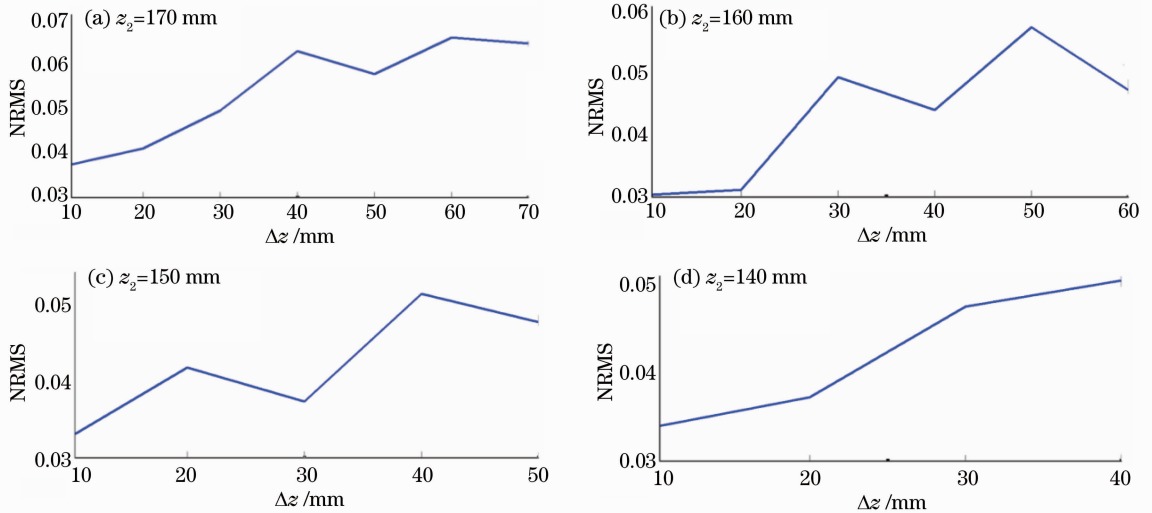


图 4 分辨率板 USAF 部分重建图的 NRMS 曲线

Fig. 4 NRMS curves of the reconstructed images of a positive USAF resolution chart

从图中可以明显看出,  $Z_2$  的值为 170,160,150,140 mm 时,误差值随着  $\Delta Z$  的增加而增加。因此,无论  $Z_2$  取值如何,通过此方法得到的数字全息重建图的误差随着  $Z_1$  的增加即  $\Delta Z$  的减小而减小。

因此,把  $\Delta Z$  锁定在 1~10 mm 之间。为了进一步得到精确的采样距离间隔,对实验数据做进一步处理。首先,把拍摄的 71 幅数字全息图每间隔 10 mm 分为 1 组,共 7 组,每组的最长采样距离值设定为  $Z_2$ ,  $Z_2$  分别和各自组别内的其他 10 幅数字全息图进行迭代,这样可以得到  $\Delta Z$  的值从 1~10 mm 每间隔 1 mm 时的重建图。然后,每幅重建图经过(1)式计算而得出误差值。分析误差数据得出,迭代次数为 15 次时,各种采样距离情况下的重建图 NRMS 值都减小到 0~0.1 之间。通过比较 25 次迭代后误差数据得出,误差最小的采样距离间隔集中在短距离,即 1~2 mm,如表 2 所示。

由表 2 数据可以总结出,  $Z_2$  为 110 mm 和 120 mm 时误差最小的  $\Delta Z=1$  mm;  $Z_2$  为 130,140,150,160,170 mm 时,误差最小的  $\Delta Z=2$  mm。从 130~160 mm 之间,当  $\Delta Z=2$  mm 时,误差相差不大。

进一步分析采样距离与重建图误差之间的关系,分别将  $Z_2$  取不同值时记录的数字全息图进行 25 次迭代,所得重建图的误差范围如图 5 所示,图中柱状体为当  $Z_2$  固定时,遍取  $\Delta Z$  从 1~10 mm 时重建图的误差分布。

表 2 迭代 25 次后不同采样距离重建图对应的误差值

Table 2 Errors corresponding to reconstructed images at different object distances after 25 iterations

$Z_2$ /mm	$\Delta Z$ /mm	NRMS
110	1	0.0119
120	1	0.0241
130	2	0.0102
140	2	0.0106
150	2	0.0096
160	2	0.0101
170	2	0.0272

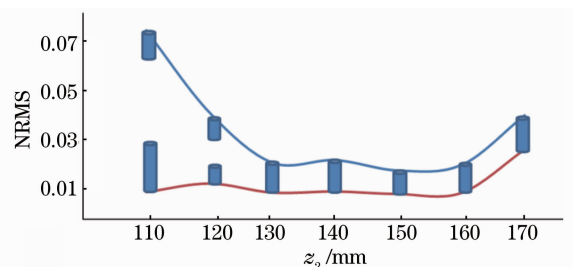


图 5 25 次迭代后重建图 NRMS 误差数据图

Fig. 5 NRMS error data of the reconstructed images after 25 iterations

由图 5 可知,误差相对集中且误差值比较小的情况在  $Z_2$  为 130~160 mm 时出现,此时误差值在 0.009~0.020 之间浮动。也就是说在  $Z_2$  为 130~160 mm 时,无论  $\Delta Z$  为 1~10 mm 的任何值,此方法都能比较有效地去除共轭像。尤其是  $Z_2=150$  mm 时,误差值在 0.009~0.018 之间浮动,去除共轭像的效果最好。而当  $\Delta Z=2$  mm 时, $Z_2$  为 130~160 mm 时,误差值在 0.009~0.010 之间浮动,小于 1%。 $Z_2=150$  mm 时,误差值最小为 0.0096,是众多采样距离对中重建效果最好的。

为了验证以上得出的结论,引入图像对比度来评估距离对重建图精度的影响,对比度公式为

$$\nu = \sigma / \bar{I}, \quad (2)$$

式中  $\bar{I} = \sum_i \sum_j I(i, j) / (n \times m)$  为待计算图像均值, $n \times m$  为计算窗口的大小, $\sigma = \{ \sum_i \sum_j [I(i, j) - \bar{I}]^2 / (n \times m - 1) \}^{1/2}$  是待计算图像的标准差。分别在  $\Delta Z$  为 1, 2, 5, 10 mm 时,用本文提出的迭代方法进行重建,通过对图 3(b) 幅值重建图中方框区域的扫描,得出对于 4 幅重建图的对比度曲线如图 6 所示。

由图 6 中对比度曲线可以看出,在采样间隔为 2 mm 时,对比度最低,即采样间隔为 2 mm 时重建图的共轭像去除效果最好,因此验证了本文得出的结论。

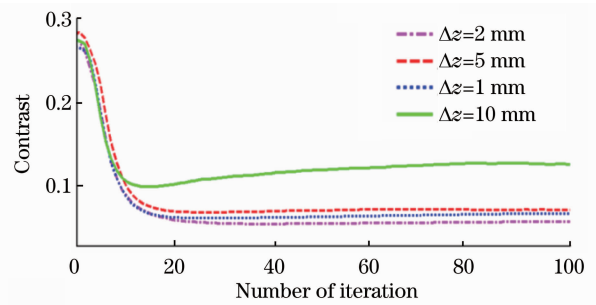


图 6 重建图对比度曲线

Fig. 6 Contrast curves of the reconstructed images

## 4 结 论

针对已提出的一种相位恢复方法进行采样距离的进一步研究和优化,得出此方法的优化方案。分析实验数据总结出,采样距离在 130~160 mm 段误差较小,其中采样距离为 150 mm,采样间隔为 2 mm 时误差最小,仅 0.0096。通过图像对比度评估得出,运用最佳采样距离,通过此方法对两幅数字全息图循环迭代可以得到幅值和相位的较精确分布,为此方法在同轴数字全息领域的应用奠定了理论基础。

## 参 考 文 献

- 1 Wang Fengpeng, Xie Xiaochun, Xie Yingmao *et al.*. Auto-focusing for digital in-line holography and fusion of reconstructed image[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, **49**(4): 040901  
王凤鹏, 谢晓春, 谢应茂 等. 同轴数字全息自动聚焦与再现像的融合[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, **49**(4): 040901
- 2 G. Pedrini, P. Fröning, H. Fessler *et al.*. In-line digital holographic interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(26): 6262~6269
- 3 Wu Yingchun, Wu Xuecheng, Wang Zhihua *et al.*. Reconstruction of digital inline hologram with compressed sensing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1109001  
吴迎春, 吴学成, 王智化 等. 压缩感知重建数字同轴全息[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1109001
- 4 G. Koren, D. Joyeux, F. Polack. Twin-image elimination in in-line holography of finite-support complex objects[J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(24): 1979~1981
- 5 I. Yamaguchi, T. Zhang. Phase-shifting digital holography[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(16): 1268~1270
- 6 Chengshan Guo, Li Zhang, Huitian Wang *et al.*. Phase-shifting error and its elimination in phase-shifting digital holography [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(19): 1687~1689
- 7 T. Latychevskaia, H. W. Fink. Solution to the twin image problem in holography[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(23): 233901
- 8 Yan Zhang, G. Pedrini, W. Osten *et al.*. Whole optical wave field reconstruction from double or multi in-line holograms by phase retrieval algorithm[J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(24): 3234~3241
- 9 T. E. Gureyev, K. A. Nugent. Rapid quantitative phase imaging using the transport of intensity equation[J]. *Opt. Commun.*, 1997, **133**(1-6): 339~346
- 10 D. Paganin, S. C. Mayo, T. E. Gureyev *et al.*. Simultaneous phase and amplitude extraction from a single defocused image of a homogeneous object [J]. *J. Microscopy*, 2002, **206**(1): 33~40
- 11 M. A. Beltran, D. M. Paganin, K. Uesugi *et al.*. 2D and 3D X-ray phase retrieval of multi-material objects using a single

- defocus distance[J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(7): 6423~6436
- 12 Yuqi Ren, Can Chen, Rongchang Chen *et al.*. Optimization of image recording distances for quantitative X-ray in-line phase contrast imaging[J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(5): 4170~4181
- 13 M. R. Teague. Deterministic phase retrieval; a Green's function solution[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73**(11): 1434~1441
- 14 Chengying Chou, Yin Huang, Daxin Shi *et al.*. Image reconstruction in quantitative X-ray phase-contrast imaging employing multiple measurements[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(16): 10002~10025
- 15 Lu Rong, Feng Pan, Wen Xiao *et al.*. Twin image elimination from two in-line holograms by phase retrieval[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2012, **10**(6): 060902