

# 低频全息光栅条纹方向的斜率研究

蒲利春 刘武栋

(重庆理工大学光电信息学院, 重庆 400054)

**摘要** 在拍摄低频全息光栅的现有研究中,仅对干涉条纹的宽度和对比度进行深入分析,讨论杨氏双缝干涉条纹在屏上沿Y轴或X轴上的分布状况,并没有研究干涉条纹方向的斜率变化。选择马赫-曾德尔干涉光路,在若干次拍摄低频全息光栅实验中找到了干涉条纹方向斜率 $k_1$ 与两干涉点光源连线斜率 $k_2$ 的变化规律,并用相干光理论和数学函数推导了两者间相互制约的内在变化关系,即 $k_1 \times k_2 = -1$ 。研究结果为拍摄不同条纹方向斜率低频全息光栅提供了理论依据和实验基础,扩大了低频全息光栅在精密测量中的应用领域。

**关键词** 全息;低频全息光栅;马赫-曾德尔实验;斜率

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.120901

## Research on the Distribution Direction of Low-Frequency Holographic Gratings Fringe

Pu Lichun Liu Wudong

(School of Optoelectronic Information, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

**Abstract** In previous studies on recording the low-frequency holographic grating via the Mach-Zehnder interferometer, a detailed analysis of the width and contrast of the interference fringes has revealed their rules of variation. This paper focuses on the fringe orientations for recording by the Mach-Zehnder experiment. It is confirmed experimentally and theoretically that the direction slope of the interference fringe orientations  $k_1$  is dependent on that of the connection line of the point light source  $k_2$  of two interference light, with a relation of  $k_1 \times k_2 = -1$ . This result provides a theoretical and experimental basis for recording the different fringe-orientation low-frequency holographic grating and their applications in precision measurements.

**Key words** holography; low-frequency holographic gratings; Mach-Zehnder experiment; slope

**OCIS codes** 090.2910; 090.7330; 230.3990

## 1 引言

在测量领域,同传统的测量技术相比较,光学相干测量技术的灵敏度和精度都有很大的提高。光学干涉仪是光学相干测量技术的重要方面,它是利用干涉原理测量光程之差或利用相干光产生的干涉条纹及其变化来测定有关物理量的光学仪器,具有灵敏度高、精度高、抗电磁干扰、安全可靠及制备方便等优点,在物理学、计量科学、光谱测量技术中有着广泛的应用。光学干涉仪的核心测量技术是利用光学元器件位置变化或光媒质变化来改变光路方向或光程差变化,从而导致相干光栅及其条纹分布、光强分布的变化<sup>[1~5]</sup>。常用的光学干涉仪有瑞利干涉仪、迈克耳孙干涉仪及其变型泰曼干涉仪、马赫-曾德尔干涉仪、法布里-珀罗干涉仪等。在众多的光学干涉仪中,马赫-曾德尔干涉仪是最基础、应用最广泛的光学仪器<sup>[6~9]</sup>。

干涉条纹的性质研究包括条纹的宽度、方向斜率以及光强对比度等。在以往的研究中,人们聚焦于干涉条纹的宽度和光强对比度的研究,而忽视了对干涉条纹方向及其斜率的研究。在已公开出版的物理光学教材及光学著作中,普遍集中于杨氏双缝干涉条纹分布状况的研究,在实验中找到了条纹分布方向与双缝连线垂直的关系<sup>[10~13]</sup>,从光强在屏上的分布公式中导出了两条线相互垂直的关系。基于此,本文在用传统的马

**收稿日期**: 2012-07-19; **收到修改稿日期**: 2012-08-21; **网络出版日期**: 2012-10-24

**基金项目**: 国家自然科学基金(61007064)资助课题。

**作者简介**: 蒲利春(1959—),男,教授,主要从事非线性光学及全息光学技术方面的研究。E-mail: cqplc@cqut.edu.cn

赫-曾德尔实验拍摄低频全息光栅的研究中,通过对若干次拍摄到的干涉条纹分析,发现干涉条纹方向斜率  $k_1$  与两干涉光斑连线斜率  $k_2$  的变化有一定的规律性,即  $k_1 \times k_2 = -1$ 。为了找到具有更普遍意义的研究方法和研究结果,在空间任意位置选点连线,用相干光理论和数学函数推导、验证了这一变化规律。

## 2 低频全息光栅拍摄理论

光的干涉是指因波的叠加而导致强度的重新分布,产生稳定的、明暗相间的条纹。为了让研究方法和研究结果具有普遍意义,选择光波为球面波。设两列球面波的表达式分别为

$$E_1 = E_{10} \exp[-i(\kappa_1 r_1 + \omega_1 t - \varphi_1)], \quad (1)$$

$$E_2 = E_{20} \exp[-i(\kappa_2 r_2 + \omega_2 t - \varphi_2)], \quad (2)$$

式中  $\kappa_1, \kappa_2, \omega_1, \omega_2$  和  $\varphi_1, \varphi_2$  分别表示两球面波的波矢、频率和初始相位。两球面波在空间相遇区域叠加,光强为

$$I = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[(\kappa_1 r_1 - \kappa_2 r_2) + (\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)] = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (3)$$

式中

$$\delta = (\kappa_1 r_1 - \kappa_2 r_2) + (\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2).$$

分析(3)式可知,两列球面波在空间相遇区域产生稳定的相干条纹分布的条件即干涉条件:1)具有相同的频率;2)具有稳定的相位差;(3)振动方向不垂直。

全息光栅的制作原理是:具有特定波面形状的两相干光束,在记录平面上形成明暗相间的干涉条纹,用光学介质记录下干涉条纹,经照相技术处理得到全息光栅。有多种光路制作低频全息光栅,其共同特点是:1)将入射光束用分光镜分成两束光,经准直镜后形成两束平面光波或球面光波;2)采用对称光路,可方便地得到稳定光程差,并使两束光保持在空间相干范围内。拍摄低频全息光栅,采用得最多的光路就是马赫-曾德尔光路,本文即采用这种光路,其示意图如图1所示。

在图1中,经最后一块分束镜射出的两相干光束 I、II 与 P 面水平法线的交角不相等,分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ,  $\omega = \theta_1 + \theta_2$  称为两束光的会聚角,如图2所示。由光干涉理论计算出两束光在 P 面形成的干涉条纹的间距,光栅常数公式为

$$d = \frac{1}{v} = \frac{\lambda}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2} = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)}. \quad (4)$$

在干涉屏 P 上,用 CCD 分析仪观察光栅条纹的间距及其分布方向、光强等。

## 3 拍摄具有不同方向条纹分布的低频全息光栅

低频全息光栅拍摄实验装置如图3所示,模拟光路如图1所示。图3中,一束光从激光器射出,经过1:1的分光镜 BS1 分成两束光,一束光经过反射镜 M1 之后,再透过第二块分光镜 BS2,另外一束光经过反射镜 M2 之后,再经过分光镜 BS2 反射,两束光叠加并通过

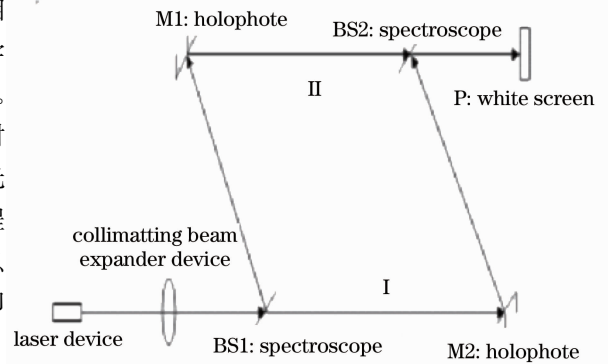


图1 全息光栅制作实验光路图

Fig. 1 Experimental optical path of making holographic grating

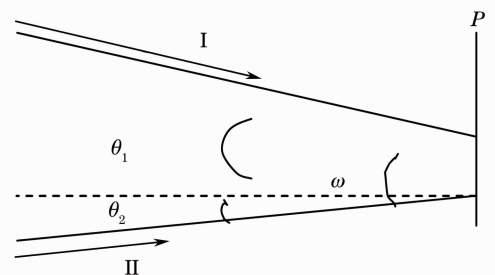


图2 两束光投射到屏幕上(俯视图)

Fig. 2 Two light beams projected onto the screen (top view)

扩束镜,到达 CCD 上,最后在计算机上观察干涉条纹的形状、间隔、宽度、明暗情况及分布方向。

在实验过程中, M1 和 BS1 保持不动,通过控制 M2 来调节两光束在 BS2 上的相对位置,调节 BS2 使两束光经过扩束镜之后,在 CCD 平面上发生相干,这样便可得到不同斜率的干涉条纹。实验中利用相机记录 BS2 上两光斑的相对位置,用 CCD 记录下干涉条纹的分布。选取了比较典型的 4 个光斑连线方向:水平、竖直以及两个倾斜方向,如图 4 和图 5 所示,记录与之对应的干涉条纹分布。

在拍摄低频全息光栅的实验当中,应该注意几个问题:1)光源一定要是相干光源,采用的光源是波长为 623 nm 的 He-Ne 激光器;2)两相干光的光程差要小于激光的相干长度,实验中将光路摆成一个矩形,从而保证光程差近似为零;3)用传统的全息干板记录干涉条纹,误差较大且不便于观察,采用 CCD 取代全息干板记录干涉条纹。

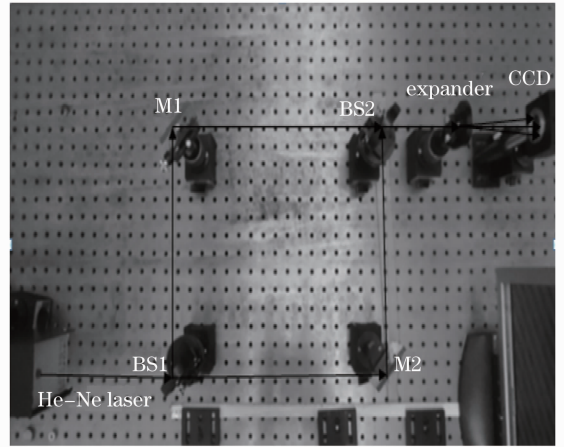


图 3 低频全息光栅拍摄实验装置

Fig. 3 Experimental system of recording low-frequency holographic grating

#### 4 实验研究低频全息光栅条纹方向的斜率

在实验中,通过观察分光镜即 BS2 对低频全息光栅条纹方向分布效果的影响,确定了其中影响光栅特性的两个主要光斑,并用照相机记录。将记录下来的图片放入图片处理软件中,标出光斑中心的坐标位置,用直线连接起来,借以算出两光斑连线的斜率,如图 4 所示。在 CCD 上对应观察、记录由 BS2 上两个主要光斑引起的低频全息光栅条纹方向分布,用同样的处理方法可得到 CCD 上记录的干涉条纹方向的斜率,如图 5 所示。

分别分析图 4 和图 5 中光斑的连线斜率  $k_1$  和干涉条纹斜率  $k_2$  的关系。

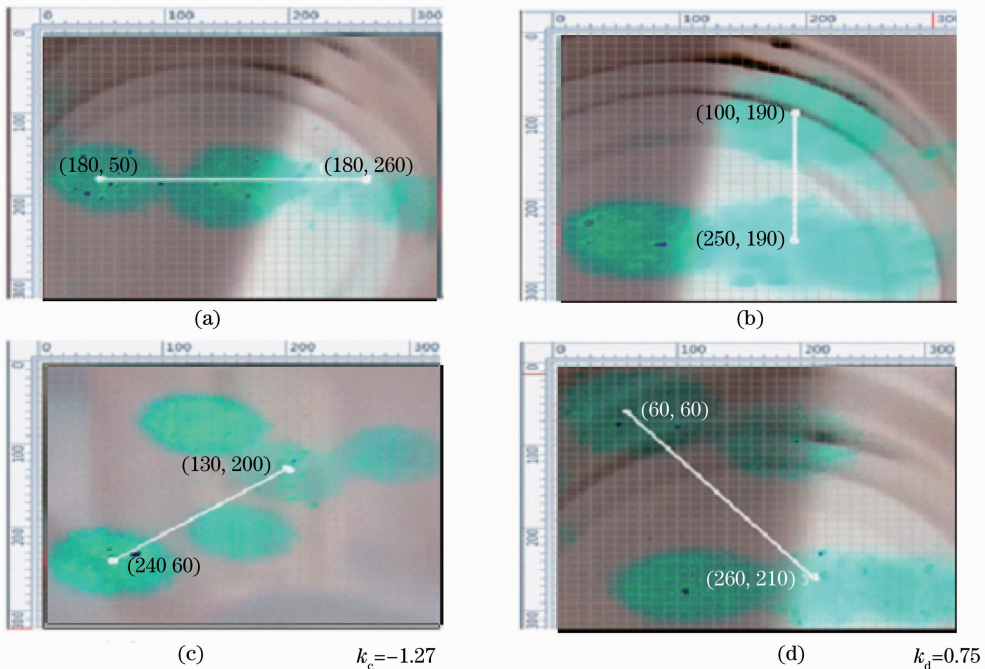


图 4 BS2 上光斑连线

Fig. 4 Connection line between two spots on the spectroscopy BS2

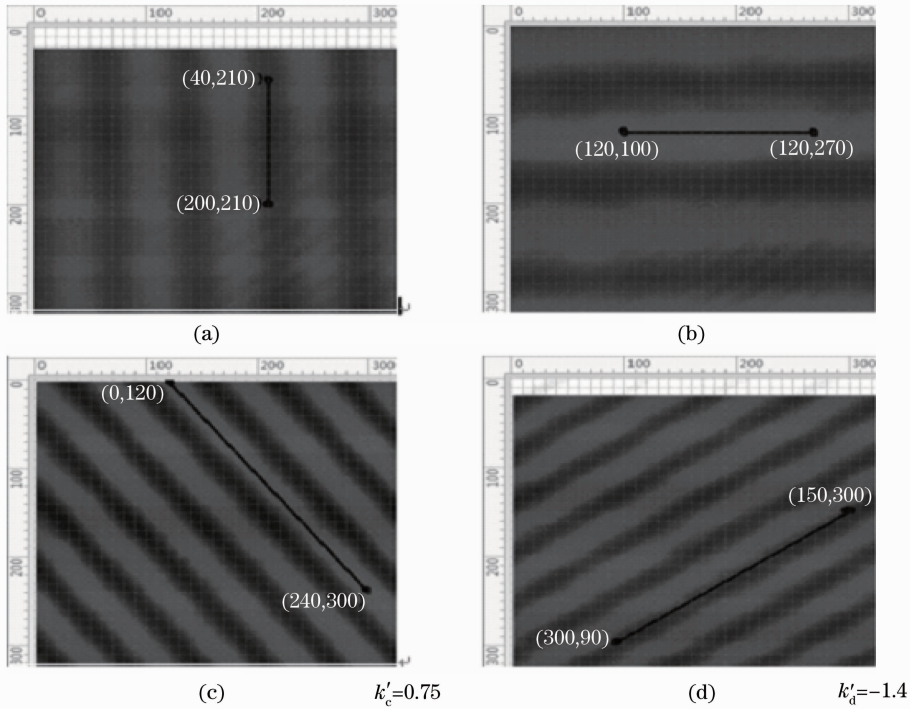


图 5 CCD 上干涉条纹分布

Fig. 5 Distribution of interference fringes on the CCD device

- 1) 图 4(a)或(b)的连线接近水平或竖直,图 5(a)或(b)中的干涉条纹接近竖直或水平,即  $k_1 \times k_2 = -1$ 。
- 2) 对于图 4(c)连线的斜率和图 5(c)干涉条纹的斜率的关系,选取连线的首尾两个点,算出连线的斜率

$$k_1 = k_c = \frac{200 - 60}{130 - 240} = -1.27. \quad (5)$$

因干涉条纹是平行线,故选取其中任一条纹,并算出其斜率

$$k_2 = k'_c = \frac{300 - 120}{240 - 0} = 0.75. \quad (6)$$

两斜率的乘积即

$$k_1 \times k_2 = -1.27 \times 0.75 = -0.9525. \quad (7)$$

- 3) 对于图 4(d)连线斜率和图 5(d)干涉条纹斜率的关系同理可以算出,图 4(d)两点连线的斜率

$$k_1 = k_d = \frac{210 - 60}{260 - 60} = 0.75, \quad (8)$$

图 5(d)干涉条纹的斜率

$$k_2 = k'_d = \frac{300 - 90}{150 - 300} = -1.4. \quad (9)$$

两斜率的乘积为

$$k_1 \times k_2 = 0.75 \times -1.4 = -1.05. \quad (10)$$

图 4(a)、(b)连线和对应的图 5(a)、(b)干涉条纹相互垂直;图 4(c)连线的斜率与图 5(c)干涉条纹的斜率之积为 0.9525,图 4(d)连线的斜率与图 5(d)干涉条纹的斜率之积为 1.05,在一定误差范围内,它们近似值为 -1(即相互垂直),其误差分别为 4.75% 和 5%。两干涉入射光光斑的连线与对应的干涉条纹相互垂直,即  $k_1 \times k_2 = -1$ 。

产生误差的原因大致如下:首先,虽然 BS2 上的两光斑在  $z$  方向上的距离基本上为零,但是还是有很小一段距离,造成两光点连线所在的平面和 CCD 平面并不是绝对平行的,所以会对实验结果造成影响,这是实验本身的欠缺所带来的问题;其次,由于 BS2 上光斑位置是用照相机拍摄的,所以会有一定的误差;最后,在将图片进行处理的时候会带来一些误差。



## 5 理论推导低频全息光栅条纹方向的斜率

1) 下面用相干光理论和高等数学理论推导两点连线的斜率与对应拍摄低频全息光栅条纹方向的斜率的关系。首先考虑非平行于  $x$  轴 ( $y_{01} - y_{02} \neq 0$ ) 或  $y$  轴 ( $x_{01} - x_{02} \neq 0$ ) 的两入射相干光光斑线段。

为了不失普遍性, 设两入射相干光在  $x_0y_0$  平面位置分别为  $(x_{01}, y_{01})$  和  $(x_{02}, y_{02})$ , 两光在  $xy$  平面相交于点  $(x, y)$ 。根据相干条件可知, 干涉条纹的分布取决于干涉项:

$$\delta = (\kappa_{11}r_1 - \kappa_{12}r_2) + (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (11)$$

式中  $r_1, r_2, \kappa_{11}$  和  $\kappa_{12}$  分别为两相干光源  $S_1$  和  $S_2$  到屏点  $P$  的光的传播距离和波数。

由(11)式可知, 同一光源分光后的两束相干光的干涉条件由光程差  $\kappa_{11}r_1 - \kappa_{12}r_2$  决定。同一光源分光后在相干范围内两束光的波长相同, 取它们在同一光介质中传播, 即  $\kappa_{11} = \kappa_{12}$ , 所以, 两束光的光程差就取决于  $S_1$  点  $(x_{01}, y_{01})$  和  $S_2$  点  $(x_{02}, y_{02})$  到  $P$  点  $(x, y)$  之间的距离差, 由(11)式得出光程差为  $r_1 - r_2$ 。在图 6 中, 由几何理论得

$$r_1 = \sqrt{z^2 + (x - x_{01})^2 + (y - y_{01})^2}, \quad (12)$$

$$r_2 = \sqrt{z^2 + (x - x_{02})^2 + (y - y_{02})^2}. \quad (13)$$

经过点  $(x, y)$  的干涉条纹具有相同的初相位, 干涉条纹上各点的光程差相同, 取光程差为零, 即  $r_1 = r_2$  的情况来讨论干涉条纹的斜率, 即有

$$\sqrt{z^2 + (x - x_{01})^2 + (y - y_{01})^2} = \sqrt{z^2 + (x - x_{02})^2 + (y - y_{02})^2}. \quad (14)$$

求解(14)式可算出过  $(x, y)$  点的干涉条纹的斜率式直线方程为

$$y = \frac{x_{02} - x_{01}}{y_{01} - y_{02}}x + \frac{x_{01}^2 - x_{02}^2}{2(y_{01} - y_{02})} + \frac{y_{01} + y_{02}}{2}. \quad (15)$$

$y_{01} - y_{02} \neq 0$ , 经过  $(x, y)$  点的干涉条纹的斜率为

$$k_2 = \frac{x_{02} - x_{01}}{y_{01} - y_{02}}. \quad (16)$$

$x_{01} - x_{02} \neq 0$ , 在  $x_0y_0$  平面上两点光源的连线的斜率为

$$k_1 = \frac{y_{01} - y_{02}}{x_{01} - x_{02}}. \quad (17)$$

经过  $(x, y)$  点的干涉条纹的斜率与 BS2 连线投影在与 CCD 面平行的竖直平面的斜率之积为

$$k_1 \times k_2 = \frac{y_{01} - y_{02}}{x_{01} - x_{02}} \times \frac{x_{02} - x_{01}}{y_{01} - y_{02}} = -1. \quad (18)$$

2) 下面讨论平行于  $x$  轴 ( $y_{01} - y_{02} = 0$ ) 或  $y$  轴 ( $x_{01} - x_{02} = 0$ ) 的两入射相干光光斑线段即两点连线的斜率与对应拍摄低频全息光栅条纹方向的斜率的关系。

$$y_{01} - y_{02} = 0, k_1 = 0; k_2 \rightarrow \infty, \lim_{y_{01} \rightarrow y_{02}} (k_1 \times k_2) = -1, \quad (19)$$

$$x_{01} - x_{02} = 0, k_1 \rightarrow \infty; k_2 = 0, \lim_{x_{01} \rightarrow x_{02}} (k_1 \times k_2) = -1. \quad (20)$$

综上所述, 两入射相干光光斑连线与对应拍摄低频全息光栅条纹方向相互垂直。

## 5 结 论

从实验研究和理论分析可知, 两入射相干光光斑连线与其对应拍摄到的低频全息光栅条纹方向相互垂直, 且与入射相干光点光源在入射面上的位置无关。

利用本文的研究成果, 能通过调节或计算两相干光源的位置来精确计算干涉条纹分布的方向斜率, 并用马赫-曾德尔实验系统拍摄各种干涉条纹方向分布的低频全息光栅, 由此可以按精确测量要求组合成具有各类分布的莫尔条纹。同时, 可以精心设计出由具有特定方向分布的低频全息光栅所组成的莫尔现象系统, 并用于测量角度<sup>[1]</sup>、位移<sup>[2]</sup>、振动<sup>[3]</sup>、形变<sup>[4]</sup>等。

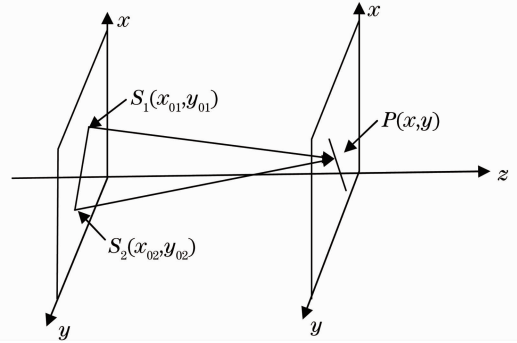


图 6 BS2 到 CCD 光路示意图

Fig. 6 Light path diagram from BS2 to the CCD surface

## 参 考 文 献

- 1 Cai Sheng, Liang Shuang, Ding Zhenyong *et al.*. Auto-collimation angular measurement method based on moiré fringe [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2008, **19**(10): 1375~1377  
蔡 盛, 梁 爽, 丁振勇 等. 基于莫尔条纹的自准直测角方法研究[J]. 光电子·激光, 2008, **19**(10): 1375~1377
- 2 He Chunjuan, Liu Rongxia, Cao Lei. Application of moire-fringe technology into measurement of micro replacement[J]. *J. Xi'an Institute of Technology*, 2005, **25**(6): 565~567  
何春娟, 刘绒霞, 曹 磊. 莫尔条纹技术在微小位移测量中的应用[J]. 西安工业学院学报, 2005, **25**(6): 565~567
- 3 Cao Guorong, Dong Rongsheng, Wang Zhengling. Application of moiré fringe in micro-vibration measurement[J]. *Laser Journal*, 2004, **25**(2): 64~65  
曹国荣, 董荣生, 王正岭. 莫尔条纹在微小振动测量中的应用[J]. 激光杂志, 2004, **25**(2): 64~65
- 4 李田泽. 使用莫尔条纹技术测量物体表面的轮廓及形变[J]. 上海计量测试, 2001, **28**(4): 25~26
- 5 Chen Ziyang, Zhang Guowen, Rao Lianzhou *et al.*. Determining the orbital angular momentum of vortex beam by Young's double-slit interference experiment[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(7): 1063~1067  
陈子阳, 张国文, 饶连周 等. 杨氏双缝干涉实验测量涡旋光束的轨道角动量[J]. 中国激光, 2008, **35**(7): 1063~1067
- 6 Pu Lichun, Wang Fei. Tunable multiwavelength mode-locked fiber ring laser incorporating Mach-Zehnder interferometer [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(s1): 77~80  
蒲利春, 王 飞. 基于马赫-曾德尔干涉仪的可调多波长锁模光纤环形激光器[J]. 中国激光, 2010, **37**(s1): 77~80
- 7 Pu Lichun, Liu Lixin, Zhang Xuefeng *et al.*. Amplitude distribution and optical intensity analysis for not-even grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(s1): 145~150  
蒲利春, 刘立新, 张雪峰 等. 非均匀光栅的振幅分布和光强特性分析[J]. 光学学报, 2008, **28**(s1): 145~150
- 8 Gao Fuhai, Chen Baosuan, Pu Jixiong *et al.*. Intensity distribution and spiral spectra of Laguerre-Gaussian beam passing through a single-slit[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(9): 090501  
高福海, 陈宝算, 蒲继雄 等. 拉盖尔-高斯光束经单缝后的光强分布和螺旋谱[J]. 激光与光电子学进展, 2011, **48**(9): 090501
- 9 Zhang Yan, Zhang Yanli, Zhu Jianqiang *et al.*. Further analysis of high-power lasers ghost images based on beam interference[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1008002  
张 燕, 张艳丽, 朱健强 等. 基于光束干涉的高功率激光鬼像分析[J]. 光学学报, 2011, **31**(10): 1008002
- 10 Liang Quanting. *Physical Optics* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008. 78~80  
梁铨廷. 物理光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008. 78~80
- 11 Zhu Zimin. *Physical Optics* [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2009. 69~70  
竺子民. 物理光学[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2009. 69~70
- 12 Zhong Xihua. *Modern Optics Foundation*[M]. Beijing: Beijing University Press, 2003. 55~57  
钟锡华. 现代光学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003. 55~57
- 13 Zheng Zhiren. *Optics*[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006. 89~93  
郑植仁. 光学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006. 89~93