

双尺度法下改进分形海面电磁散射特性研究

陈瑜 林涛 胡云安 王宏伟

(海军航空工程学院控制工程系, 山东烟台 264001)

摘要 针对经典分形模型的功率谱在空间波数小于基波波数时不能满足正幂率的问题,提出了一种统计模型和归一化带限 Weierstrass-Mandelbrot(WM)分形模型相结合的一维粗糙海面模型,确定了功率谱的闭式解,并且和 Pierson-Moscowitz(PM)谱进行了比较,两者吻合较好。在双尺度法下推导了改进模型电磁散射系数的闭式解,对 Longuet-Higgins 模型、经典分形模型和改进模型的电磁散射系数的角分布进行了比较,发现 3 种模型散射系数之间的差距主要是由于大尺度波浪的不同造成的,证明了改进模型的有效性,并通过实测数据进行了验证。

关键词 海洋光学;双尺度法;分形海面模型;海谱;Longuet-Higgins 模型

中图分类号 O451 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP49.120102

Study on Characteristics of Electromagnetic Scattering from Improved Fractal Sea Surface Using Two-Scale Method

Chen Yu Lin Tao Hu Yun'an Wang Hongwei

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautic Engineering Institute, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract Aiming at the problem that the omnidirectional sea-wave spectrum of fractal sea-wave model cannot satisfy the positive power law when the spatial wave number is smaller than the fundamental wave number, one-dimensional (1D) sea-wave model is proposed by combining statistical sea model and normalized band-limited Weierstrass-Mandelbrot (WM) fractal sea model. With the proposed method, the closed form expression of the omnidirectional sea-wave spectrum is calculated, and the obtained omnidirectional sea-wave spectrum is in good agreement with the commonly used Pierson-Moscowitz (PM) spectrum. The electromagnetic scattering coefficient of the improved model based on two-scale method is derived. The angular distributions of the scattering coefficient of Longuet-Higgins model, classical fractal model and improved model are analyzed. Simulation shows that the difference among the three model's scattering coefficients is caused by the large scale of sea-wave, which proves the validity of the model. The results are also validated by real data.

Key words oceanic optics; two-scale method; fractal sea-surface model; sea-wave spectrum; Longuet-Higgins model

OCIS codes 010.0280; 010.4458; 010.4450

1 引言

在早期的海面电磁散射的研究中,一般假设海面的高度起伏及斜率分布近似满足高斯分布。但随着对散射结果精度要求的提高,这种近似不再满足要求,对高度起伏满足非高斯分布的海面的电磁散射日益引起重视。近年来,由于分形几何的出现^[1~5],人们发现分形海面可以集周期函数和随机函数的特性于一体。对于分形粗糙面电磁散射的研究发展很快^[6~8],而对于改进分形模型电磁散射的研究较少。

分形海面模型的功率谱只包含负幂率部分,实际海面的功率谱既包含正幂率部分也包含负幂率部分。

收稿日期: 2012-08-09; **收到修改稿日期**: 2012-08-30; **网络出版日期**: 2012-11-16

基金项目: 军队科研基金(61004002)资助课题。

作者简介: 陈瑜(1982—),女,博士研究生,主要从事目标与环境建模及电磁散射等方面的研究。

E-mail: chenyu8879@sohu.com

导师简介: 林涛(1968—),男,博士,副教授,主要从事模式识别和智能系统等方面的研究。

E-mail: lintao507@sina.com

根据分形海面模型缺少涌浪的问题, 本文将 Longuet-Higgin 模型和归一化带限 Weierstrass-Mandelbrot (WM) 分形海面模型相结合提出了一种改进的海面模型, 推导了改进模型的功率谱并和应用比较广泛的 Pierson-Moscowitz (PM) 谱进行了对比, 两者吻合较好, 验证了改进模型的正确性。

自然界中的某些粗糙面同时含有大、小粗糙度, 对于这类粗糙面的电磁散射计算, 其粗糙度既不在微扰法适用的区域内, 又不在基尔霍夫近似方法适用的范围内, 单独使用微扰法和基尔霍夫近似方法都不能客观地反映粗糙面的电磁散射特性。可将粗糙面视为大小两种粗糙度的叠加, 将微扰法用在小粗糙度上, 基尔霍夫近似方法用于大粗糙度上, 将小粗糙度计算的散射系数在大粗糙度的斜率分布上做集平均, 得到总散射系数, 即为双尺度法。海面可视为大尺度重力波和小尺度毛细波叠加而成。当入射角较小时 (小于 30°), 表面的散射特性由大尺度粗糙度决定, 而当入射角较大时, 散射特性由小尺度粗糙度支配。

在改进模型的基础上, 利用双尺度法对该模型的散射系数进行了推导, 对 Longuet-Higgins 模型、传统分形模型和改进模型的散射强度系数进行了比较。通过比较发现, 大尺度的重力波对 3 种模型散射强度的影响最大, 以此验证了改进模型的必要性。

2 改进一维分形海面模型及海谱求解

通常用经典的带限 WM 分形函数来模拟一维动态海面, 该模型通常表示为^[9]

$$f(x, t) = \sigma \eta \sum_{n=0}^{N_f-1} b^{(D-2)n} \sin[k_0 b^n (x + vt) - \omega_n t + \Phi_n(t)], \quad (1)$$

式中 σ 为海面高度起伏均方根, $b > 1$ 为尺度因子, $N_f > 400$ 表示模型中含有正弦分量的个数, η 为归一化因子, 粗糙度 $1 < D < 2$ 决定着海面的粗糙程度, k_0 为基波波数, 与波数 k_n 之间的关系为 $k_n = k_0 b^n$, ω_n 为角频率, v 为遥感平台的运动速度, $\Phi_n(t)$ 是在 $[-\pi, \pi]$ 上均匀分布的随机相位。

(1) 式的功率谱为负幂率谱, 正好对应于实际海浪谱的一段, 不能反映真实海面的功率谱。目前在国际上应用比较广泛的 PM 谱^[10]、JONSWAP 谱^[11] 和圣常谱^[12]。这些谱都有一个峰值, 其对应的波数为 k_m , 风速越大, k_m 越小, 这表明海表面受两种波共同影响; 当 $k < k_m$ 时, 表面长重力波起主要作用, 功率谱满足正幂率谱; 而当 $k > k_m$ 时, 短重力波及张力波起主要作用, 功率谱满足负幂率谱。这就启发我们应用下面的改进一维分形模型来模拟实际海面:

$$\xi(x, t) = \sum_{j=1}^N a_j \cos(\omega_j t - k_j x + \epsilon_j) + \sigma \eta \sum_{n=0}^{N_f-1} b^{(D-2)n} \sin[k_0 b^n (x + vt) - \omega_n t + \Phi_n(t)]. \quad (2)$$

(2) 式第一部分为 Longuet-Higgins 海面模型^[13], 通常被称为线性海浪, $a_j, \omega_j, k_j, \epsilon_j$ 分别为第 j 个余弦组成波的振幅、圆频率、波数和初始相位, x 为波点位置, t 为时间, ϵ_j 为在 $0 \sim 2\pi$ 范围内均匀分布的随机数, 且有 $a_j = \sqrt{2s(\omega_j) d\omega}$, $s(\omega_j)$ 为所需模拟海浪的频谱, 称为靶谱。从以上可以看出 Longuet-Higgins 模型是基于稳态海谱建立的, 能很好地反映长重力波的情况, 在经典分形模型中加入 Longuet-Higgins 模型解决了分形模型不能反映涌浪的问题。在求解时, Longuet-Higgins 模型中海谱波数的取值要小于谱峰值 k_m 。

对改进分形模型的评价必须分析其分形海谱的形式, 在求解的过程中取 $v=0$, 求解海谱的步骤如下。

1) 求解改进模型的自相关函数 $\rho_\xi(\tau, \bar{t})$; 2) 对相关函数进行傅里叶变换得到分形海谱 $s(k)$:

$$\begin{aligned} s(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau, 0) \exp(-ik\tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^N \frac{a_j^2}{2} \cos(k_j \tau) \exp(-ik\tau) d\tau + \frac{\sigma^2 \eta^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N_f-1} b^{2(D-2)n} \cos(k_n \tau) \exp(-ik\tau) d\tau = \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{a_j^2}{4} [\delta(k - k_j) + \delta(k + k_j)] + \frac{\sigma^2 \eta^2}{4} \sum_{n=0}^{N_f-1} b^{2(D-2)n} [\delta(k - k_0 b^n) + \delta(k + k_0 b^n)]. \end{aligned} \quad (3)$$

由 (3) 式求得的功率海谱中的 a_j 可根据不同海域的涌浪情况选择不同的功率谱 $s(k)$, 使改进模型的使用范围更广, 具有很强的通用性。

3 双尺度法下改进海面模型散射系数的求解

在图1中假设平面波入射到粗糙面上,粗糙面的高度用 $f(x, y)$ 来表示, f_x 和 f_y 分别为粗糙面上沿 x 和 y 方向的导数,表面单位法矢量为 $\mathbf{n} = (-\mathbf{x}f_x - \mathbf{y}f_y + \mathbf{z})(1 + f_x^2 + f_y^2)^{-1/2}$,坐标系 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ 为主坐标系,坐标系 $(\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}')$ 为本地坐标系。设入射方向与 \mathbf{z} 成 θ_i 角,与 \mathbf{z}' 成 θ'_i 角,若方位角 $\phi_i = 0$,入射波矢 $\mathbf{k}_i = \mathbf{x}\sin\theta_i - \mathbf{z}\cos\theta_i$,本地坐标系中, \mathbf{z}' 与切平面法线重合,本地单位坐标矢量定义为^[14]

$$\begin{cases} \mathbf{z}' = \mathbf{n} \\ \mathbf{y}' = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{n}_i}{|\mathbf{n} \times \mathbf{n}_i|} \\ \mathbf{x}' = \mathbf{y}' \times \mathbf{z}' \end{cases} \quad (4)$$

由此可得

$$\mathbf{z}' = (-\mathbf{x}f_x - \mathbf{y}f_y + \mathbf{z})(1 + f_x^2 + f_y^2)^{-1/2}, \quad (5)$$

$$\mathbf{x}' = [\mathbf{x}(\sin\theta_i - f_x\cos\theta_i + f_y^2\sin\theta_i) - \mathbf{y}(f_y\cos\theta_i + f_xf_y\sin\theta_i) + \mathbf{z}(f_x\sin\theta_i - f_x^2\cos\theta_i - f_y^2\cos\theta_i)]D_0D_1, \quad (6)$$

$$\mathbf{y}' = [\mathbf{x}f_y\cos\theta_i + \mathbf{y}(\sin\theta_i - f_x\cos\theta_i) + \mathbf{z}f_y\sin\theta_i]D_1, \quad (7)$$

$$D_0 = (1 + f_x^2 + f_y^2)^{-1/2}, \quad (8)$$

$$D_1 = [f_y^2 + (\sin\theta_i - f_x\cos\theta_i)^2]^{-1/2}. \quad (9)$$

当表面斜率为零时,主坐标系和本地坐标系一致,定义水平极化矢量 \mathbf{h}, \mathbf{h}' 和垂直极化矢量 \mathbf{v}, \mathbf{v}' 分别为 $\mathbf{h}' = \mathbf{y}', \mathbf{v}' = -(\mathbf{x}'\cos\theta'_i + \mathbf{z}'\sin\theta'_i), \mathbf{h} = \mathbf{y}, \mathbf{v} = -(\mathbf{x}'\cos\theta_i + \mathbf{z}\sin\theta_i)$ 。

由于假定小尺度粗糙度和大尺度粗糙度各自独立,根据散射系数的定义,这时散射系数可表示为

$$\sigma_{\text{HH}}(\theta_i) = \langle (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}')^4 \sigma_{\text{VV}}(\theta'_i) \rangle + \langle (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}')^4 \sigma_{\text{HH}}(\theta'_i) \rangle + \langle (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}')^2 (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}')^2 \sigma_{\text{HHVV}}(\theta'_i) \rangle, \quad (10)$$

其中集平均仅针对大尺度粗糙度。

$$\sigma_{\text{HHVV}}(\theta'_i) = 16k^4 \delta^2 \cos^2\theta'_i W(2k\sin\theta'_i, 0) \cdot \text{Re} \left\{ R_{\text{HH}}^*(\theta'_i) \frac{(\epsilon_r - 1) [\sin^2\theta'_i - \epsilon_r(1 + \sin^2\theta'_i)]}{[\epsilon_r \cos\theta'_i + (\epsilon_r - \sin^2\theta'_i)^{1/2}]^2} \right\}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\text{HH}}(\theta'_i) = 8k^4 \delta^2 \cos^4\theta'_i |R_{\text{HH}}(\theta'_i)|^2 W(2k\sin\theta'_i, 0), \quad (12)$$

$$\sigma_{\text{VV}}(\theta'_i) = 8k^4 \delta^2 \cos^4\theta'_i \left| \frac{(\epsilon_r - 1) [\sin^2\theta'_i - \epsilon_r(1 + \sin^2\theta'_i)]}{[\epsilon_r \cos\theta'_i + (\epsilon_r - \sin^2\theta'_i)^{1/2}]^2} \right|^2 W(2k\sin\theta'_i, 0), \quad (13)$$

$$R_{\text{HH}}(\theta'_i) = \frac{\cos\theta' - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2\theta'}}{\cos\theta' + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2\theta'}}, \quad (14)$$

式中 $\cos\theta'_i = -(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i) = (\cos\theta_i + f_x\sin\theta_i)(1 + f_x^2 + f_y^2)^{-1/2}$, δ 为小尺度粗糙面的均方根高度, W 为粗糙面谱密度函数。用 \mathbf{v} 取代 \mathbf{h} , 可得

$$\sigma_{\text{VV}}(\theta_i) = \langle (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^4 \sigma_{\text{VV}}(\theta'_i) \rangle + \langle (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}')^4 \sigma_{\text{HH}}(\theta'_i) \rangle + \langle (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}')^2 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^2 \sigma_{\text{HHVV}}(\theta'_i) \rangle. \quad (15)$$

在对大尺度粗糙度求集平均时,需要引入关于表面斜率 f_x 和 f_y 的概率密度函数 $P(f_x, f_y)$,由于入射发生在 \mathbf{xz} 平面内, f_y 的积分限由 $-\infty \sim \infty$,为了避免照射到斜面的背面, f_x 的积分限从 $-\cot\theta_i$ 到 ∞ ,这时散射系数可表示为

$$\sigma_{\text{HH}}(\theta_i) = \int_{-\infty - \cot\theta_i}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}')^4 \sigma_{\text{HH}}(\theta'_i) P_{\theta_i}(f_x, f_y) df_x df_y, \quad (16)$$

$$\sigma_{\text{VV}}(\theta_i) = \int_{-\infty - \cot\theta_i}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^4 \sigma_{\text{VV}}(\theta'_i) P_{\theta_i}(f_x, f_y) df_x df_y, \quad (17)$$

$P_{\theta_i}(f_x, f_y)$ 表示从 θ_i 方向观察的大尺度波的斜率概率密度函数:

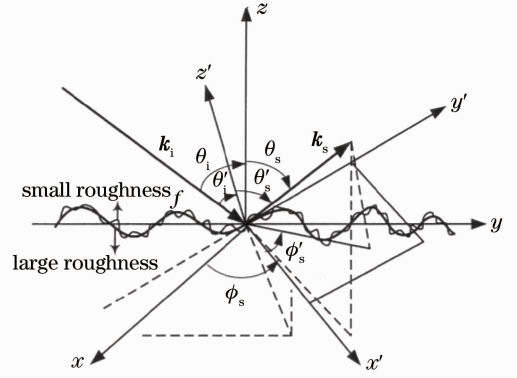


图1 双尺度法下的粗糙面电磁散射示意图
Fig. 1 Reference system of electromagnetic scattering of rough surface based on two-scale method

$$P_{\theta_i}(f_x, f_y) = [1 + (f_x \cos \phi_i + f_y \sin \phi_i) \tan \theta_i] P(f_x, f_y). \quad (18)$$

以上各式中 $\sigma_{HH}(\theta'_i)$ 和 $\sigma_{VV}(\theta'_i)$ 分别对应水平极化和垂直极化状态下采用微扰法求得的小尺度起伏的后向散射截面, k 为入射波数, ϵ_r 为海面介电常数, (18) 式中 ϕ_i 为主坐标系中的入射方位角, 在文中设定为 0。大尺度粗糙度的概率密度函数 $P(f_x, f_y)$ 是一个不容易确定的量, 一般假定它服从正态分布, 后来根据对海浪分布的实际测量, 认为对数正态分布、韦伯尔分布更接近海面的实际情况, 但这些分布大多包含一个或几个未知参数, 这些参数是通过实际测量或实验数据拟合得到的, 使用起来不太方便。对于粗糙面斜率概率密度函数的求法有两种, 1) 从海谱出发, 2) 由重构的海面出发。本文从第 2 节构建的海面出发, 求出每一点的斜率, 进而得到它的概率密度函数。对于一维粗糙面, 这时 $f_x = \xi'(x, t)$, $f_y = 0$, $\xi(x, t)$ 为海面高度起伏函数, 设采样点的数目为 N , 采样间隔为 Δx , 当时间一定时, 对于一固定点 $\xi(x_n, t)$ ($1 \leq n \leq N$), 可求得每一点的斜率为

$$f(x_n) = \frac{\xi(x_{n+1}, t) - \xi(x_{n-1}, t)}{2\Delta x}. \quad (19)$$

把该式代入(16), (17)式可得

$$\sigma_{HH}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_n (\mathbf{h} \cdot \mathbf{h}')^4 \sigma_{HH}(\theta'_i) [1 + f(x_n) \tan \theta_i], \quad (20)$$

$$\sigma_{VV}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_n (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^4 \sigma_{VV}(\theta'_i) [1 + f(x_n) \tan \theta_i], \quad (21)$$

\sum_n 为仅对 $f(x_n) > -\cot \theta_i$ 所对应的 n 求和。(20), (21)式即可应用双尺度法求解任意粗糙面的电磁散射。

4 数值计算与分析

图 2 为不同风速下改进分形模型的功率谱、经典分形谱^[9]与 PM 谱^[10]的比较。在图 2(a)中海面 19.5 m 高处的风速为 10 m/s, 尺度因子 $b=1.0102$, 分形维数 $D=1.047$, 迭代次数 $N_f=400$, $N=50$ 。图 2(b)中 19.5 m 高处的风速为 15 m/s, 其他参数不变。

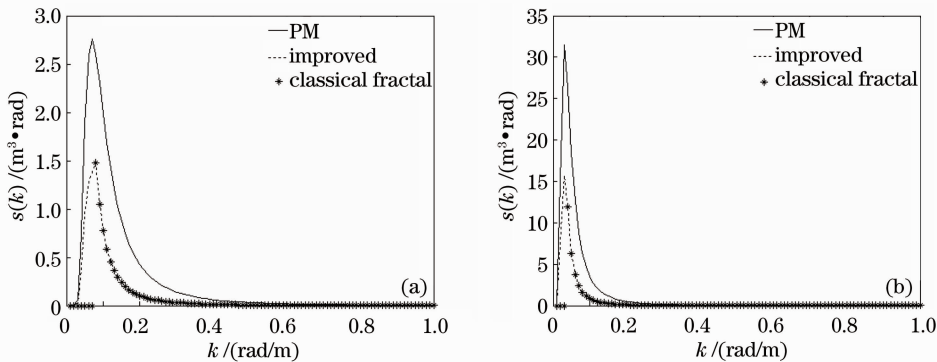


图 2 不同风速下改进海谱、经典分形谱与 PM 谱的比较。(a) 10 m/s; (b) 15 m/s

Fig. 2 Comparison among improved sea spectrum, classical fractal spectrum and PM spectrum under different wind speeds. (a) 10 m/s; (b) 15 m/s

从图 2 可以看出, 在不同风速下, 经典分形模型的功率谱只包含负幂律指数部分, 只是 PM 谱的一部分, 而改进分形模型的功率谱既包含正幂律部分又包含负幂律部分, 并且和 PM 谱的整体变化趋势是一致的, 只是在幅值上有差异, 这是由于一维海浪得到的海谱只能描述某一方向海浪能量的变化, 而不能表现全方位海谱能量的改变, 因此海谱的幅值会有所降低。由以上分析可以说明用(1)式来模拟动态海面的功率谱与实际海面的海谱更接近。

图 3 为双尺度模型下经典分形模型、Longuet-Higgins 模型和改进模型后向散射系数的角分布情况。其中, 尺度因子 $b=\sqrt{e}$, 分形维数 $D=1.3$, 入射频率 $f=9$ GHz, $k\delta=0.13$, k 为入射波的波数, $v=150$ m/s, $t=0$, 粗糙海面的介电常数 $\epsilon_r=(20.6, 34.3)$, 海面 19.5 m 处的风速为 10 m/s, 迭代次数 $N_f=400$, 基波波数

$k_0 = 0.0754 \text{ rad/m}$ 。图 3 为 HH 极化下的情况, 并且涌浪部分的海谱选为 PM 谱。

从图 3 可以看出, 3 种模型的后向散射系数都随入射角的增大而减小, 在小入射角(小于 20°)的情况下, 3 种模型之间有很大的差别, 在大入射角的情况下, 3 种模型几乎没有差别, 又由于当入射角较小时(小于 30°)表面的散射特性是由大尺度粗糙度决定的, 可以得出三种模型散射系数之间的差距主要是由大尺度波的不同造成的。

图 4 是当风速很小时(小于 10 m/s), 在山东烟台第一海水浴场所设的红外传感器获得的红外图像谱, 风速很小时, 海表面的粗糙度很小, 海浪均匀地在所有方向发生扩展, 从图中可以看出, 在这种条件下红外图像谱的形式大体上是等方向性的, 而不是表现为谱能量在某一方向的集中。当图像伴随着高风速时(大于 10 m/s), 大部分能量集中在海浪传播的主要方向, 这时的图像谱会出现各向异性的特性, 出现两个峰值, 如图 5 所示。

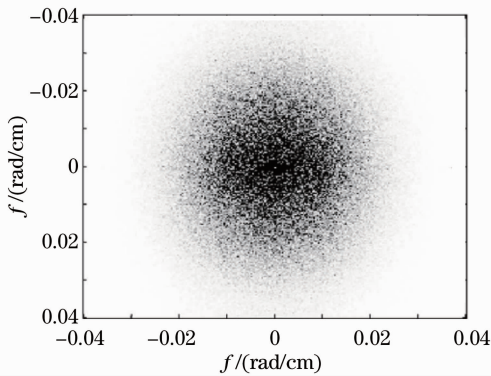


图 4 风速很小时真实海面图像谱的情况

Fig. 4 Image spectrum of real sea surface with a low wind speed

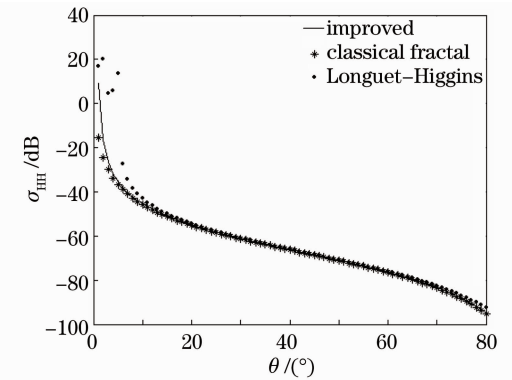


图 3 双尺度下 3 种模型后向散射系数的角分布

Fig. 3 Angular distributions of backscattering coefficient of three models based on two-scale method

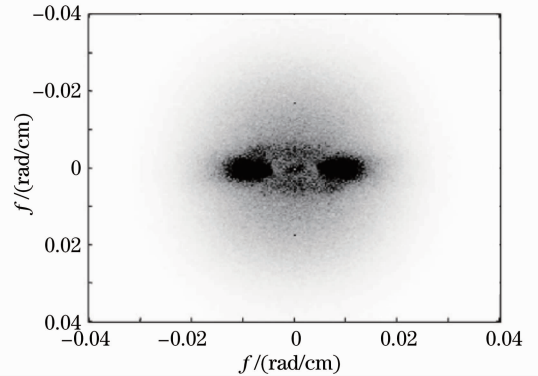


图 5 风速很大时真实海面图像谱的情况

Fig. 5 Image spectrum of real sea surface with a high wind speed

从以上两图可以看出, 当风速很大时, 大尺度浪对海面红外图像的影响很大, 从图 4 和图 5 可以清楚地看出, 图 3 中的散射结果在图像谱中得到了很好的体现, 体现了改进模型的正确性和优越性。

5 结 论

针对经典分形模型不能描述涌浪的问题, 在经典分形海面模型中加入了稳态海浪即长重力波。为了验证模型的正确性, 推导了改进模型的功率谱, 该功率谱既包含正幂律部分又包含负幂律部分, 并且和 PM 谱符合较好, 证明了模型的正确性。在双尺度法下推导了改进模型散射强度系数的闭式解, 对 Longuet-Higgins 模型、经典分形模型和改进模型的后向散射系数的角分布进行了比较, 发现 3 种模型散射系数之间的差距主要是由于大尺度波的不同造成的, 说明了涌浪部分对散射的影响很大, 验证了改进模型的必要性。同时, 对改进模型的散射结果也通过实测海面图像的数据进行了验证。实验结果有待于进一步的实验验证, 所建模型可以推广到海面建模、电磁散射及海上目标跟踪与识别的研究中。

参 考 文 献

- Sun Mei, Xu Degang, Guo Peiyuan *et al.*. Transmission properties of cross dipole fractal slits for infrared wavelength[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(9): 091301
- 孙梅, 徐德刚, 郭培源等. 正交偶极分形槽红外波段光学特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(9): 091301
- Peng Gang, Lai Xiaoming, Yan Zhenggang *et al.*. Fractal characteristic of statistic parameter of particles scattering pulse

- signal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1693~1696
- 彭刚, 赖小明, 闫振纲等. 颗粒群光散射脉冲信号统计参数分形特征[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1693~1696
- 3 Liu Lingyu, Tian Huiping, Xu Pan *et al.*. Study on characteristics of quasi-fractal photonic crystal based on Sierpinski gasket structure[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 0316003
- 刘凌宇, 田慧平, 许攀等. 基于 Sierpinski 地毯结构的类分形光子晶体特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0316003
- 4 Zhang Qinqin, Zhu Siwei, Yuan Xiacong. Focal depth properties of modified fractal zone plate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0823001
- 张芹芹, 朱思伟, 袁小聪. 改进型分形波带片的焦深特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0823001
- 5 Wang Hongxia, Ma Jin, Song Zibiao *et al.*. Light scattering properties of fractal aggregates[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **30**(3): 0329001
- 王红霞, 马进, 宋仔标等. 分形凝聚粒子的光散射特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0329001
- 6 Hou Deting, Song Hang, Chen Yong. Model of microwave electromagnetic scattering at fractal sea surface[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, **22**(9): 2119~2121
- 侯德亭, 宋航, 陈勇. 分形海面的微波电磁散射计算模型[J]. *强激光与粒子束*, 2010, **22**(9): 2119~2121
- 7 Wan Jianwei, Wang Zhan, Yang Junling. A new time-varying fractal sea model and its statistical characteristics of electromagnetic scattering[J]. *J. National University of Defense Technology*, 2007, **29**(5): 36~39
- 万建伟, 王展, 杨俊岭. 一种新的动态分形海面模型及其电磁散射统计特性研究[J]. *国防科技大学学报*, 2007, **29**(5): 36~39
- 8 X. K. Xu. Low observable targets detection by joint fractal properties of sea clutter: an experimental study of IPIX OHGR datasets[J]. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 2010, **58**(4): 1425~1426
- 9 F. Berizzi, E. D. Mese. Sea-wave fractal spectrum for SAR remote sensing[J]. *IEEE Proc. Radar Sonar Navig.*, 2001, **148**(2): 56~65
- 10 W. J. Pierson, L. Moskowitz. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii[J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote. Sens.*, 1956, **49**(24): 5181~5190
- 11 K. Hasselmann, T. P. Barnett, E. Bouws *et al.*. Measurements of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)[J]. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, 1973, **8**(12): 1~95
- 12 S. C. Wen, P. F. Guo, D. C. Zhang. Theoretical wind wave frequency spectra in shallow water[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 1988, **7**(3): 335~336
- 13 H. Longuet. The distribution of intervals between zeros of a stationary random function[J]. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 1962, **254**(1047): 557~599
- 14 Guo Lixin, Wang Yunhua, Wu Zhensen. Study on the electromagnetic scattering and Doppler spectra from two-scale time-varying fractal rough sea surface[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(1): 97~99
- 郭立新, 王运华, 吴振森. 双尺度动态分形粗糙海面的电磁散射及多普勒谱研究[J]. *物理学报*, 2005, **54**(1): 97~99