# 环面形稀疏孔径的研究

## 柳 军 姜 慧 王 军 吴泉英\* 沈婷婷 范君柳 臧涛成

(苏州科技学院数理学院,江苏苏州 215009)

摘要 介绍了环面形稀疏孔径的结构,根据光瞳函数推导出其调制传递函数(MTF)表达式。利用 Matlab 软件模 拟了环面形稀疏孔径在不同内外径比值 e 下的 MTF;应用 Zemax 光学设计软件设计环面形稀疏孔径结构实例,分 析其 MTF 特性并与理论模拟结果进行了比较;以标准鉴别率板为目标物体,对环面形稀疏孔径进行成像模拟,评 价其成像性能,并利用阶数连续可调的分数阶微分算子增强图像。结果表明:环面形稀疏孔径调制传递函数的截 止频率取决于外径的大小;随着 e 值的增大,MTF 曲线在低频区域变得更加陡峭,且成像图像峰值信噪比逐渐减 小;利用分数阶微分算子对图像进行增强,图像在细节得到强化的同时更好地保留轮廓信息。

关键词 光学设计;环面形稀疏孔径;调制传递函数;图像增强

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.111101

### Study on the Torus Sparse Aperture

Liu Jun Jiang Hui Wang Jun Wu Quanying Shen Tingting Fan Junliu Zang Taocheng (School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China)

**Abstract** The configuration of torus sparse aperture is introduced, and its modulation transfer function (MTF) is derived from its pupil function. MTF is simulated by Matlab software under different internal and external diameter ratios of torus sparse aperture; an example of torus sparse aperture is designed by Zemax software, from which the MTF is obtained and compared with the above simulation results; the imaging capability of torus sparse aperture is evaluated using the standard discrimination plate as the target object. The results show that the cut-off frequency of torus sparse aperture depends on the external diameter, and the MTF curves become steeper in low frequency area as the internal and external diameter ratio e increases. Imaging results also reveal that images' peak signal-to-noise ratio (PSNR) decreases when the ratio e increases, and images' details are enhanced with their contour information being kept in a better way when the fractional differential operator is utilized to enhance the image quality. **Key words** optical design; torus sparse aperture; modulation transfer function; image enhancement **OCIS codes** 110.1220; 110.2960; 110.4100

## 1 引 言

对于天文望远镜而言,角分辨率是其关键参数之一,为提高其角分辨率往往需要增大望远镜口径,而这 同时增加了望远镜的体积和重量,从而也导致了望远镜制造成本的上升,目前解决二者矛盾的有效途径之一 就是采用稀疏孔径。稀疏孔径是通过将数个较小的光学孔径按照一定的排列规则构成一个大的光学孔 径<sup>[1,2]</sup>,从而捕获与单个大孔径系统相当的目标信息,它可有效地降低光学镜面的加工难度和制造成本。典 型的稀疏孔径结构有环形、三臂型和 Golay 结构<sup>[3]</sup>等。本文介绍环面形稀疏孔径结构,理论分析该结构的调 制传递函数(MTF),通过 Zemax 光学设计软件设计环面形稀疏孔径结构实例进行模拟成像,并利用阶数连 续可调的分数阶微分算子对成像结果进行增强。

- 收稿日期: 2012-06-01; 收到修改稿日期: 2012-07-01; 网络出版日期: 2012-09-10
- 基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2009129)和"六大人才高峰"项目资助课题。

作者简介:柳 军(1989—),男,本科生,主要研究方向为图像信息处理和光学设计等方面的研究。

- E-mail: liujun8854@126.com
  - \* 通信联系人。E-mail: wqycyh@mail. usts. edu. cn

#### 2 环面形稀疏孔径

#### 2.1 环面形稀疏孔径的光瞳函数

对于一个直径为 D。的圆孔,其点扩展函数和 MTF<sup>[4,5]</sup>可以表示为

$$f_{\rm PS} = \left(\frac{\pi D_{\rm o}^2}{4\lambda f}\right)^2 \left[\frac{2J_1\left(\frac{\pi\rho D_{\rm o}}{\lambda f}\right)}{\frac{\pi\rho D_{\rm o}}{\lambda f}}\right]^2,\tag{1}$$

$$f_{\rm MT}^{\rm o} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos\left(\frac{\rho}{\rho_{\rm c}}\right) - \frac{\rho}{\rho_{\rm c}} \left[ 1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{\rm c}}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}, & 0 \leqslant \rho \leqslant \rho_{\rm c} \\ 0, & \rho > \rho_{\rm c} \end{cases}$$
(2)

式中 J<sub>1</sub>()为一阶贝塞尔函数;  $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ ,  $\xi = \frac{x}{\lambda f}$ ,  $\eta = \frac{y}{\lambda f}$ ,  $\xi = \eta$ 代表频率域内的坐标,相对于空间域内的 x 和 y方向;  $\rho_c = \frac{D}{\lambda f}$ 为系统截止频率; f为焦距;  $\lambda$ 为光波波长。

与圆孔结构不同,环面形稀疏孔径的通光区域为环 形光瞳,如图1所示。假设环面形稀疏孔径的外圈直径 为D,内圈直径为 eD,e 值在 0~1之间,e 值与稀疏孔径 的通光面积成反比。

根据图 1,环面形稀疏孔径结构的光瞳函数可写为

$$P(x,y) = \operatorname{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D/2}\right) - \operatorname{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{eD/2}\right),\tag{3}$$

根据光瞳函数以及 MTF 的关系[6,7],得到 MTF 为

$$f_{\rm MT} = \frac{2}{\pi (1 - e^2)} \left\{ \left[ \arccos(\rho_n) - \rho_n (1 - \rho_n^2)^{1/2} \right] + e^2 \left\{ \arccos\left(\frac{\rho_n}{e}\right) - \frac{\rho_n}{e} \left[ 1 - \left(\frac{\rho_n}{e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\} - \left[ \arccos\left(\frac{4\rho_n^2 + 1 - e^2}{4\rho_n}\right) + e^2 \arccos\left(\frac{4\rho_n^2 + e^2 - 1}{4e\rho_n}\right) - 2\rho_n \left(\frac{e^2}{8\rho_n^2} + \frac{e^2 - 1}{2}\right)^{1/2} \right] \right\},$$

$$(4)$$

$$= \sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \rho_n = \frac{\rho}{\rho_r} = \frac{\lambda f}{D} \sqrt{\xi^2 + \eta^2}.$$

图 2 是利用 Matlab 软件模拟所得环面形稀疏孔径结构的 MTF 特性,模拟过程中系统外径保持不变。 图中 *x* 轴和 *y* 轴方向分别表示频率域内ξ 和 η 方向的频率,单位为 lp/mm; *z* 轴方向表示 MTF 值。由图 2 可 以看出, *e* 值增大时, MTF 的基本变化趋势不变,但是曲线 MTF 在低频区变得更陡,这主要是由于随着 *e* 值 的增大稀疏孔径通光面积逐渐减小,空间频率逐渐增加, MTF 取值变得更加敏感。

### 3 环面形稀疏孔径的成像研究

#### 3.1 MTF 曲线图分析

式中 p =

为了进一步说明环面形稀疏孔径的调制传递函数特性,利用 Zemax 光学设计软件设计一种环面形稀疏 孔径实例,设定工作波长为 550 nm,对应包围孔径的相对孔径为 1:30,则理论截止频率为 61 lp/mm<sup>[7]</sup>。对 于环面形稀疏孔径,MTF 在各个方向上变化是一致的,在保持系统外径不变改变内径即改变内外径比值 *e* 的大小的情况下,分别得到 *e*=0.5、*e*=0.6 和 *e*=0.75 时的 MTF 曲线图,如图 3 所示。

根据图 3 可以看出:e 取不同值时,截止频率都是 61 lp/mm,这与理论值相符;随着 e 值的增大,MTF 在 低频区域逐渐变陡,MTF 值为 0.3,e 取不同值时所对应的频率分别为 18.3、14.2、8.1lp/mm,MTF 取值不 断减小的过程中,均经历一段平缓变化的区域,最经在截止频率处降至为零,这与前面理论模拟结果一致,说 明了理论分析的正确性。











图 3 环面形稀疏孔径的 MTF 曲线图。(a) e=0.5; (b) e=0.6; (c) e=0.75 Fig. 3 MTF curve of torus sparse aperture. (a) e=0.5; (b) e=0.6; (c) e=0.75

#### 111101-3

## 3.2 模拟成像

将标准鉴别率板作为目标物利用 3.1 节设计的环面形稀疏孔径进行模拟成像,改变 e 值的大小,模拟结果如图 4 所示,其中 e=0 为全孔径模拟成像结果。



图 4 环面形稀疏孔径的模拟成像。(a) e=0; (b) e=0.5; (c) e=0.6; (d) e=0.75

Fig. 4 Simulated image of torus sparse aperture. (a) e=0; (b) e=0.5; (c) e=0.6; (d) e=0.75

从图 4 中可以明显看出,随着 e 值增加,模拟成像质量越来越差,图像清晰度越来越低。为了对成像质量作出客观评价,这里引用峰值信噪比(PSNR)来进行像质评价。PSNR 反映稀疏孔径光学系统所成图像质量的计算公式为

$$R_{\rm PSN} = 10 \lg \left[ \frac{255^2 \times M \times N}{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} |E(i,j) - E_0(i,j)|} \right], \tag{5}$$

式中 E(i,j) 为各稀疏孔径所成像第(i,j) 个像素的综合光密度值, $E_0(i,j)$  为衍射限像在第(i,j) 个像素的 综合光密度值; $M \times N$  为图像的矩阵大小。通过计算,得到在不同比值 e 时的峰值信噪比,如表1所示。 由表1可以看出,e 值越大,成像图像的 PSNR 取值越小,即成像图像质量越差。

表1 不同比值 e 时的 PSNR

Table 1 PSNR of different ratios					
е	0.5	0.6	0.75		
PSNR	42.6134	41.1129	38.9090		

#### 3.3 图像增强

由于稀疏孔径是对单个大孔径的部分填充,必然引 起所成图像的对比度下降,造成图像的模糊。针对这一 问题,本文采用微分算子进行图像增强,获取更为清晰的 图像对比度。

现采用如图 5 所示的 5×5 微分算子模板<sup>[8]</sup>对上述 模拟成像的结果进行分析,其中 v 为可调阶数,为方便比

$\frac{v^2-v}{2}$	0	$rac{v^2-v}{2}$	0	$\frac{v^2 - v}{2}$
0	-v	-v	-v	0
$rac{v^2-v}{2}$	-v	$-4v^2+12v-1$	-v	$\frac{v^2-v}{2}$
0	-v	-v	-v	0
$rac{v^2-v}{2}$	0	$rac{v^2-v}{2}$	0	$\frac{v^2-v}{2}$

图 5 微分算子 Fig. 5 Differential operator

较,三幅图像增强均取 v=0.5,所得图像如图 6 所示,其中(a)为全孔径时的增强效果图。



图 6 增强效果图。(a) e=0; (b) e=0.5; (c) e=0.6; (d) e=0.75Fig. 6 Image by enhancing. (a) e=0; (b) e=0.5; (c) e=0.6; (d) e=0.75

#### 111101-4

从图 6 可以明显看出,随着 e 值的增大,图像成像质量变差,这与图像增强前的变化趋势一致;同时通过 对比图 6 和图 4 可以看出,利用分数阶微算子分对图像中高频信息的强化相对缓和,在强化细节的同时能够 更好地保留图像的轮廓信息。

#### 4 结 论

本文首先理论研究了环面形稀疏孔径的 MTF,运用 Zemax 软件设计了环面形稀疏孔径结构实例,分析 了内外径比值 e 对 MTF 的影响并进行成像模拟。结果表明,环面形稀疏孔径的截止频率取决于外径;在外 径不变,内外径比值增大的情况下,MTF 在低频区域逐渐变陡,在 MTF 取值为 0.3,e 值分别等于 0.5、0.6 和 0.75 对应的频率分别为 18.3、14.2、8.1 lp/mm;模拟成像结果表明,e 值越大,成像图像 PSNR 越小,即 成像质量越差;利用分数阶微分算子对图像进行增强,图像中高频信息的强化相对缓和,在强化细节的同时 更好地保留了图像的轮廓信息。在实际稀疏孔径设计过程中,可由截止频率确定外径值,并根据低频分辨率 需要确定内径值。

#### 参考文献

- 1 D. F. Robert, A. T. Theodore. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing [J]. Opt. Engng., 2002,
  41(8): 1957~1968
- 2 A. B. Meinel, P. M. Meinel. Large sparse-aperture space optical systems [J]. Opt. Engng., 2002, 41(8): 1983~1994
- 3 M. J. E. Golay. Point arrays having compact, nonredundant autocorrelation [J]. J. Opt. Soc. Am., 1971, 61(2): 272~273
- 4 Chen Jiabi, Su Xianyu *et al.*. Principles and Applications of Optical Information Technology [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. 70~73

陈家璧,苏显渝等.光学信息技术原理及应用 [M].北京:高等教育出版社,2002.70~73

5 Wu Quanying, Qian Lin, Shen Weiming. Imaging research on sparse-aperture systems of symmetrical configuration[J]. Acta Photonica Sinica, 2006, **35**(8): 1259~1262

吴泉英,钱 霖,沈为民.两种对称型稀疏孔径系统的成像研究[J]. 光子学报,2006,35(8):1259~1262

6 Wu Quanying, Qian Lin, Shen Weiming. Imaging and image recovering of sparse-aperture systems[J]. Laser Journal, 2005, **26**(6): 40~42

吴泉英,钱 霖,沈为民.稀疏孔径系统的成像和图像复原[J]. 激光杂志,2005,26(6):40~42

- 7 Wu Quanying. Study on the Sparse Aperture Optical Systems[D]. Suzhou: Soochow University, 2006. 18~36
- 吴泉英.稀疏孔径光学系统成像研究[D].苏州:苏州大学,2006.18~36
- 8 Yang Zhao. Fractional differential in the image of rock fractures [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2009. 10~32

杨 钊. 分数阶微分在岩石裂隙图像中的应用[D]. 成都: 电子科技大学, 2009. 10~32