电流元近场照射下球体目标散射的解析解

李应乐1 李 瑾2 王明军1 董群峰1

(¹咸阳师范学院电波传播与散射研究所,陕西 咸阳 712000) ²陕西学前师范学院物理系,陕西 西安 710100)

摘要 得到了目标坐标系中电流元辐射近场的表达式,验证了该函数的正确性。在目标坐标系中将电流元的辐射 近场、散射场等用球矢量波函数展开,利用球矢量波函数的正交性得到了展开系数并给出了其数值结果及物理分 析。在天线近场照射下,得到了目标散射场的解析解,对所得结果进行了数值仿真,利用矩量法验证了结果的正确 性。结果表明,天线近场照射目标时,目标上的电磁波为 TE 波和纵波,纵波是目标散射的主要因素,测量角θ对散 射的影响较大。该方法可用于其他天线如相控阵天线等照射下目标散射以及目标电磁相互作用等领域的研究。 关键词 散射;近场;相互作用

中图分类号 O451 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP49.102901

Scattering Property of a Spheric Target Irradiated by Near Field of a Current Element

Li Yingle¹ Li Jin² Wang Mingjun¹ Dong Qunfeng¹

¹ Institute of Radio Wave Propagation and Scattering, Xianyang Normal University, Xianyang, Shaanxi 712000, China

² Department of Physics, Shaanxi Xueqian Normal University, Xi'an, Shaanxi 710100, China

Abstract The expression of near field of a current element in the target coordinate system is obtained and its validity is tested. Then we expand the near field and the scattering field with the spherical vector wave functions. The expanding coefficients are acquired by using the orthogonality among those functions. Their simulations and the physical analysis are presented. When the target in this near field, its scattering field is obtained. Simulations of the obtained results are given. The correctness of the results is demonstrated by the method of moment. It is concluded that when the target exists in the near field, there are respectively the TE wave and the longitudinal wave, and the longitudinal wave is the major one in scattering. The measuring angle θ has a great effect on hte scattering field. This method can be used to research scattering by other antennas such as phase array one as well as the electromagnetic interactions among targets, etc.

Key words scattering; near field; interaction OCIS codes 290.4020; 290.4210; 290.5870; 290.5855

1 引

言

目标散射特性是微波探测、遥感技术等的重要基础,按天线大小、波长可以将其辐射场分为三个区域,即 远场区、近场区与感应区。当目标处于远场区时,目标-天线的连线与来波的传播方向较为一致,因此所获得 的目标散射数据与观测方位无关,被广泛地应用于雷达目标探测等领域^[1,2]。为了满足现代高科技战争的 需要,目标的尺寸越来越大,目前最大的航空母舰长 300 多米,宽 70 多米,其远场区域非常远。因此,作战时 目标多处于近场区域.即使是中小规模的目标,也经常地处于其近场区域。显然,分析计算目标的近场散射 特性,在目标总体指标参数的确定、识别等领域具有应用价值。美国等于 20 世纪 70 年代后期开始研究目标

收稿日期: 2012-06-19; 收到修改稿日期: 2012-07-02; 网络出版日期: 2012-07-20

基金项目:国家自然科学基金(60971079,61102018,60801047)资助课题。

作者简介:李应乐(1961—),男,博士,教授,主要从事复杂目标的散射与光传播等方面的研究。

E-mail: liyinglexidian@126.com

散射测量的近场扫描技术,我国于 20 世纪 80 年代末也开展了此项研究^[3,4]。一般情况下,判断目标是否处 于远场散射的标准为 R>2D²/λ^[5~7]。随着雷达工作频率的不断升高,尤其是较大尺寸的目标,一般处于感 应区或近场区。在解析研究较大尺寸目标的散射时^[8~10],为了满足远场散射的条件,可将复杂的大型目标 分割成小块,认为每一小块处于辐射天线的远场区,总散射场是每一小块散射场的矢量和,从而近似地研究 较大尺寸目标的散射。但这一方法很难考虑各小块之间的电磁耦合。

理论上,天线的辐射是由众多电流元的辐射叠加而成,因此,研究目标在电流元近场照射下的散射特性 不仅具有理论意义,而且具有实际应用价值。本文首先简单分析了目标近场散射的研究现状,接着将目标坐 标系与辐射源所在坐标系进行了统一,得到了目标坐标系中电偶极子近场辐射的表达式,并对其正确性进行 了验证。然后利用球矢量波函数展开目标内外的电磁场,进而得到了目标的散射场,并对所得理论结果进行 了仿真分析。

2 近场照射目标的散射特性

2.1 电流元近场辐射的表达式

当电流的横向尺寸小到可以看成一条线、纵向长度远小于电磁波的波长时,电流分布的不均匀性可以忽略,构成了电基本振子模型,一般称为电流元。对于时谐场,由于电流大小与电荷大小之间存在关系 $q = I/\omega$,所以电流元有时也被称为电型偶极振子。设电流元 Idl 位于坐标系 Σ 的原点,沿 z 轴放置,对于近场而言, $kr \ll 1$,其辐射的近场表达式为

$$\begin{cases} E_r = -2G \frac{j}{k^3 r^3} \cos \theta \exp(-jkr) \\ E_\theta = -G \frac{j}{k^3 r^3} \sin \theta \exp(-jkr), \ G = \frac{I dlk^3}{4\pi\epsilon\omega} \end{cases}$$
(1)

(1)式是天线坐标系中辐射电磁场的近场表达式。设目标位于天线坐标系的 y-z平面上,目标中心 o 到原点 o 的距离为 d,即 oo' = d,与 z 轴的夹角为 θ_0 ,目标中心的坐标为(0, $d\sin\theta_0$, $d\cos\theta_0$)。由此可得两坐标系的直角坐标关系为

$$\begin{cases} x = x' \\ y = d\sin \theta_0 + y' \\ z = d\cos \theta_0 + z' \\ r = [r'^2 + d^2 + 2d(y'\sin \theta_0 + z'\cos \theta_0)]^{1/2} \end{cases},$$
(2)

式中带撇号的表示目标坐标系的坐标参量。(2)式也表示两坐标系的对应坐标轴互相平行,因此电磁场的分量在两坐标系中也相等。值得注意的是由于球坐标系中的单位矢量是一个变矢量,因此,天线坐标系 Σ 中的球坐标单位矢量与目标坐标系 Σ' 中的球坐标单位矢量不再相等,那么,电磁场的各分量在两球坐标系中也不相等,但它们之间有一定的变换关系。利用直角坐标单位矢量与球坐标单位矢量之间的关系以及(2)式可得目标坐标系 Σ' 中电流元的近场表达式

$$\begin{cases} E'_{\theta} = \frac{\mathrm{J}G}{k^{3}r^{5}} [-r'^{2}\sin\theta' + d^{2}(2\cos^{2}\theta_{0}\sin\theta' - 1.5\sin2\theta_{0}\cos\theta'\sin\varphi' - \sin^{2}\theta_{0}\sin\theta') + \\ r'd(\cos\theta_{0}\sin\theta'\cos\theta' + \sin\theta_{0}\sin^{2}\theta'\sin\varphi' - 3\sin\theta_{0}\sin\varphi')]f(r', d, \theta_{0}, \omega) \\ E'_{\varphi} = \frac{-3\mathrm{j}G}{k^{3}r^{5}}d\left[\frac{d}{2}\sin2\theta_{0} + r'\sin\theta_{0}\cos\theta'\right]\cos\varphi'f(r', d, \theta_{0}, \omega) \\ E'_{r} = \frac{-\mathrm{j}G}{k^{3}r^{5}}[2r'^{2}\cos\theta' + d^{2}(2\cos^{2}\theta_{0}\cos\theta' + 1.5\sin2\theta_{0}\sin\theta'\sin\varphi' - \sin^{2}\theta_{0}\cos\theta') + \\ r'd(3\cos\theta_{0} + \cos\theta_{0}\cos^{2}\theta' + 2\sin\theta_{0}\sin\theta'\cos\theta'\sin\varphi')]f(r', d, \theta_{0}, \omega) \end{cases}$$
(3)

式中 $f(r', d, \theta_0, \omega) = \exp\{-jk[r'^2 + d^2 + 2dr'(\sin \theta' \sin \varphi' \sin \theta_0 + \cos \theta' \cos \theta_0)]^{1/2}\}$ 。(3) 式为目标坐标系中 电流元辐射的近场表达式。当 d = 0 时,两坐标系的球坐标分量相等,(3)式变为

$$\begin{cases} E_{\varphi} = 0 \\ E_{\theta} = -G \frac{j}{k^{3} r^{3}} \sin \theta \exp(-jkr) \\ E_{r} = -2G \frac{j}{k^{3} r^{3}} \cos \theta \exp(-jkr) \end{cases}$$

$$(4)$$

(4)式与(1)式完全相同,验证了(3)式的正确性。

2.2 目标的散射特性

将(3)式展为球矢量波函数[11,12],即

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}' = \sum_{m,n,i} (a_{nm}^{i} \boldsymbol{M}_{nm}^{i} + b_{nm}^{i} \boldsymbol{N}_{nm}^{i}) \\ \boldsymbol{H}' = \frac{j}{\eta_{1}} \sum_{m,n,i} (a_{nm}^{i} \boldsymbol{N}_{nm}^{i} + b_{nm}^{i} \boldsymbol{M}_{nm}^{i}) \end{cases},$$
(5)

其中

$$Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi') = P_{n}^{m}(\cos\theta')\cos m\varphi', \quad Y_{nm}^{2}(\theta',\varphi') = P_{n}^{m}(\cos\theta')\sin m\varphi', \quad k = \omega \sqrt{\epsilon_{0}\mu_{0}},$$
$$\boldsymbol{M}_{nm}^{i} = \frac{1}{\sin\theta'}j_{n}(kr')\frac{\partial}{\partial\varphi'}Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{\theta} - j_{n}(kr')\frac{\partial}{\partial\theta'}Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{\varphi},$$
$$\boldsymbol{N}_{nm}^{i} = \frac{n(n+1)}{kr'}j_{n}(kr')Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{r} + \frac{1}{kr'}\frac{d}{dr'}[r'j_{n}(kr')]\frac{\partial}{\partial\theta'}Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{\theta} + \frac{1}{kr'\sin\theta'}\frac{d}{dr'}[r'j_{n}(kr')]\frac{\partial}{\partial\varphi'}Y_{nm}^{i}(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{\varphi},$$

其中 $\begin{cases} n = 0, 1, 2, 3, \cdots, \\ m = 0, 1, 2, \cdots, m \leq n. \end{cases}$ i = 1,2 分别代表余弦函数与正弦函数。 系数为

$$\begin{cases} a_{nm}^{i} = \frac{1}{\left[j_{n}(kr')(ka)\right]^{2}} \frac{2n+1}{2\pi(1+\delta_{m0})n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} M_{nm}^{i}(a,\theta',\varphi') \cdot E_{t}'(a,\theta',\varphi') \sin \theta' d\theta' d\varphi' \\ b_{nm}^{i} = \frac{1}{\left\{kr'\frac{d}{dr'}\left[r'j_{n}(kr')(kr')\right]\right\}_{r'=a}^{2}} \frac{2n+1}{2\pi(1+\delta_{m0})n(n+1)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} N_{nm}^{i}(a,\theta',\varphi') \times \qquad (6)$$

由(3),(4)式可以看出,随着距离 d 的减小,目标坐标系中的天线近场对角度 φ' 依赖越来越小,当 d = 0 时 所得近场与 φ' 无关;然而,在球矢量波函数 M_{mn} , N_{mn} 中角度 φ' 只由 m 确定,在一个周期上对 φ' 积分为零,即

$$\int_{0}^{2\pi} \boldsymbol{M}_{mn}^{i} \,\mathrm{d} \boldsymbol{\varphi}' = \int_{0}^{2\pi} \boldsymbol{N}_{mn}^{i} \,\mathrm{d} \boldsymbol{\varphi}' = 0.$$

因此可以预料:在(6)式中,当 *m* 较大时,展开系数 *aⁱⁿ*_{mm},*bⁱⁿⁿ* 将很快地趋于零。另外,由于距离 *d* 和方位角 度 θ₀ 只和入射波的展开系数有关,所以,展开系数 *aⁱⁿⁿ*,*bⁱⁿⁿ* 随距离 *d* 和方位角度 θ₀ 的变化近似地代表了近场 照射下目标散射场的变化。

设目标的散射场为

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}'_{s} = \sum_{m,n,i} (a^{i}_{mns} \boldsymbol{M}^{i}_{mns} + b^{i}_{mns} \boldsymbol{N}^{i}_{mns}) \\ \boldsymbol{H}'_{s} = \frac{j}{\eta_{1}} \sum_{m,n,i} (a^{i}_{mns} \boldsymbol{N}^{i}_{mns} + b^{i}_{mns} \boldsymbol{M}^{i}_{mns}) \end{cases},$$
(7)

其中

$$\begin{split} \boldsymbol{M}_{nms}^{i} &= \frac{1}{\sin\theta'} h_{n}^{(2)} \left(kr' \right) \frac{\partial}{\partial\varphi'} Y_{nm}^{i} \left(\theta', \varphi' \right) \boldsymbol{e}_{\theta} - h_{n}^{(2)} \left(kr' \right) \frac{\partial}{\partial\theta'} Y_{nm}^{i} \left(\theta', \varphi' \right) \boldsymbol{e}_{\varphi}, \\ \boldsymbol{N}_{nms}^{i} &= \frac{n(n+1)}{kr'} h_{n}^{(2)} \left(kr' \right) Y_{nm}^{i} \left(\theta', \varphi' \right) \boldsymbol{e}_{r} + \frac{1}{kr'} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r'} \left[r' h_{n}^{(2)} \left(kr' \right) \right] \frac{\partial}{\partial\theta'} Y_{nm}^{i} \left(\theta', \varphi' \right) \boldsymbol{e}_{\theta} + \end{split}$$

$$\frac{1}{kr'\sin\theta'}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r'}\left[r'h_n^{(2)}(kr')\right]\frac{\partial}{\partial\varphi'}Y_{nm}^i(\theta',\varphi')\boldsymbol{e}_{\varphi}.$$

设目标的内场为

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}'_{t} = \sum_{m,n,i} (a^{i}_{nmt} \boldsymbol{M}^{i}_{nmt} + b^{i}_{nms} \boldsymbol{N}^{i}_{mnt}) \\ \boldsymbol{H}'_{t} = \frac{j}{\eta^{2}} \sum_{m,n,i} (a^{i}_{nmt} \boldsymbol{N}^{i}_{mnt} + b^{i}_{nmt} \boldsymbol{M}^{i}_{mnt}) \end{cases},$$
(8)

其中

$$k_{i} = \omega \sqrt{\varepsilon_{i}\mu_{0}},$$

$$\mathbf{M}_{mmt}^{i} = \frac{1}{\sin\theta'} j_{n}(k_{i}r') \frac{\partial}{\partial\varphi'} Y_{mm}^{i}(\theta',\varphi') \mathbf{e}_{\theta} - j_{n}(k_{i}r') \frac{\partial}{\partial\theta'} Y_{mm}^{i}(\theta',\varphi') \mathbf{e}_{\varphi},$$

$$\mathbf{N}_{mmt}^{i} = \frac{n(n+1)}{k_{i}r'} j_{n}(k_{i}r') Y_{mm}^{i}(\theta',\varphi') \mathbf{e}_{r} + \frac{1}{k_{i}r'} \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(k_{i}r')] \frac{\partial}{\partial\theta'} Y_{mm}^{i}(\theta',\varphi') \mathbf{e}_{\theta} + \frac{1}{k_{i}r'\sin\theta'} \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(k_{i}r')] \frac{\partial}{\partial\varphi'} Y_{mm}^{i}(\theta',\varphi') \mathbf{e}_{\varphi}.$$

在目标表面上,r=a,电场、磁场的切向分量连续,由(5),(7),(8)式可得

$$a_{mns}^{t} = a_{mn}^{t} \frac{h_{1}\eta_{2}}{j_{n}(k_{t}a) \frac{d}{dr'} [r'h_{n}^{(2)}(kr')]_{r'=a} - h_{n}^{(2)}(ka) \frac{k\eta_{1}}{k_{t}\eta_{2}} \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(k_{t}r')]_{r'=a}},$$
(9)

$$b_{nms}^{i} = b_{nm}^{i} \frac{\frac{\eta_{1}}{\eta_{2}} j_{n}(k_{t}a) \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(kr')]_{r'=a} - j_{n}(ka) \frac{k}{k_{t}} \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(k_{t}r')]_{r'=a}}{\frac{k}{k_{t}} h_{n}^{(2)}(ka) \frac{d}{dr'} [r'j_{n}(k_{t}r')]_{r'=a} - \frac{\eta_{1}}{\eta_{2}} j_{n}(k_{t}a) \frac{d}{dr'} [r'h_{n}^{(2)}(kr')]_{r'=a}}.$$
(10)

由(9),(10)式可以看出,在 n 给定的情况下,系数 a_{nms}^{i} , b_{nms}^{i} ,只和入射波系数 a_{nm}^{i} , b_{nm}^{i} 中的 i 与 m 有关,使得系数的计算得以简化。知道了展开系数,目标的散射场也就确定了。

2.3 仿真结果

图 1、图 2 是电磁波频率为 10⁵ Hz,目标中心距天线的距离为 300 m,目标方位 $\theta = \frac{\pi}{4}, \phi = \frac{\pi}{6},$ 相对介电 常数为 $\varepsilon_r = 2$ 时展开系数 a_{nn}^1, b_{nn}^2 的仿真结果。可以看出:当n 给定时, a_{nn}^1 的主要贡献来自 $a_{0n}^1, a_{1n}^1, a_{2n}^1, a_{3n}^3$ 。当







图 2 系数 b_{mm}^2 随 m 的变化 Fig. 2 Change of coefficient b_{mm}^2 with m

m > 3时 a_{mn}^1 已经很小,也就是说随着m的增大,系数迅速地趋于零。这一结论对 b_{mn}^1 也成立。进一步地仿真表明:在其他频段上,系数的这一变化规律仍然有效。图 3 为观测方位一定时目标散射场随目标-天线之间距离的变化,所用频率等参数与图 1 相同,目标大小为 35 m,实线为本文结果,圆圈为矩量法(WDM)所得结果;显然两种方法所得结果基本一致,表明了本文算法的正确性。可以看出,散射场随目标-天线距离的增大而减小,由于投射到目标上的电场与距离的三次方成反比,且矢量波函数及其展开系数等因素中含有距离d,导致了散射场随目标-天线距离d的增大而减小。同时可以看出本文结果与 MOM 方法有一定的差别,这是由解析方法与数值方法的不同引起的。当观测距离以及目标-天线距离给定时,散射场随目标位置参数 θ_0 的变化如图 4 所示,观测参数 $\theta = \phi = \pi/3$ 。可以看出:电场强度的大小是角度的复杂函数,当 θ_0 在55°~60°之间时,目标散射电场最小。由于此时 $\theta \approx \theta_0$,观测到的电场是前向散射电场,说明前向散射较小,与图 5 所示曲线结果一致。当 θ_0 较小时,散射场较大,这是由于近场目标散射与远场目标散射不同,远场目标散射时,照射到

目标上的电磁波为 TE 波,近场散射时,照射到目标上的 波不仅有 TE 波,还有纵波,而且纵波振幅是横波的 2 倍, 纵波按余弦函数变化,横波按正弦函数变化,且 sin $\theta_0 < \cos \theta_0$,但一个是增函数,一个是减函数。图 5 是目标位 于 $\theta_0 = \pi/4$, $\phi_0 = \pi/3$,其他参数不变时的结果。可以看出 散射场随 θ 的变化约在 100°的范围内变化不大,即在目 标中心与天线连线 145°的范围内变化不大.近场照射目 标时,目标具有很强的后向散射特性;角度 ϕ 取不同值时 对散射场的影响不大,这是由于近场照射时入射到目标 上电场是一种似稳场,其极化方向与z轴的夹角很小,散 射场对z轴具有一定的对称性,同时也表明近场天线照 射目标时,目标的散射具有偶极辐射的特点。



图 4 散射场随目标位置的变化 Fig. 4 Change of scattering field with target location



图 3 目标-天线距离的影响

Fig. 3 Effect of the distance between target and antenna



图 5 散射场随观察方位的变化 Fig. 5 Change of scattering field with observing azimuth

3 结 论

电流元近区场照射目标时,可作为目标电磁相互作用的一种基本模型。基于电流元辐射的近场表达式, 得到了目标坐标系中的偶极辐射近场表达式,对照射到目标上电场的坐标与目标的坐标进行了统一,验证了 统一的电场函数的正确性,为在同一坐标系中研究目标的散射特性奠定了理论基础。得到了目标坐标系中 近场的单元球面波函数展开式,利用单元球面波的正交性给出了展开系数的计算结果。分析了近场照射与 远场照射的不同特点,在天线近场照射下,得到了目标内场、散射场的解析表达式。对所得结果进行了数值 仿真,并对仿真结果进行了物理分析,利用 MOM 方法验证了结果的正确性。和平面波照射目标相比,发现 近场照射时目标的散射场具有较强的电偶极辐射特征。本文研究了沿 z 轴放置的电流元近场照射目标时的 目标散射特性,实际上,只要通过简单的坐标旋转变换,就可得到任意放置的电流元的近区场,所得结论仍然 有效。因此,该方法不仅适用于电偶极子天线,而且适用于其他形式的天线如相控阵雷达天线等。同时,由 于目标电磁相互作用属于近场照射,因此,本文所得结果为研究多目标电磁相互作用、电磁兼容设计、探地 (月)雷达设计等提供了理论支持。天线近场照射下各向异性目标的散射特性是下一步利用电磁场的多尺度 理论研究的课题。

参考文献

- Nie Zaiping, Hu Jun, Que Xiaofeng *et al.*. Efficient numerical analysis of electromagnetic scattering from low observable targets for radar anti-stealth applications[J]. *Information and Electronic Engineering*, 2010, 8(6): 625~629 聂在平,胡 俊,阙肖峰等. 用于雷达反隐身的低可探测目标电磁散射高效数值分析[J]. 信息与电子工程, 2010, 8(6): 625~629
- 2 Chen Jingjing, Xin Yu, Chen Yanru et al.. Coherence properties of the three-dimensional scattering field generated by an ansotropic quasi-homogeneous medium[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(12): 1203001
- 陈晶晶,辛 煜,陈延如等.各向异性准均匀介质三维散射场相干特性研究[J].光学学报,2011,**31**(12):1203001
- 3 Zhang Fushun, Jiao Yongchang, Liu Qizhong *et al.*. New approach for reducing the multiple reflection errors in planar near-field measurement[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, **29**(7): 1003~1005
- 张福顺, 焦永昌, 刘其中 等. 减小平面近场测量中多次反射误差的新方法[M]. 电子学报, 2001, 29(7): 1003~1005
- 4 Dong Zhe, Yang Xichen. Research of scattering intensity with spherical particles in laser cladding[J]. Acta Optica Sinica, 2009, **29**(5): 1296~1300

董 哲,杨洗陈.激光熔覆中球形粒子对激光散射强度的研究[J].光学学报,2009,29(5):1296~1300

- 5 H. C. Van de Hulst. Light Scattering by Small Particles [M]. New York: Dover Publications, 1957. 35~45
- 6 Bu Min, Wang Yawei, Jin Weifeng *et al.*. Effect of scattering intensity modulation on the study of cell morphology[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(11): 1104001
 - 卜 敏, 王亚伟, 金卫凤等. 单核细胞散射光强调制在细胞形态研究中的作用[J]. 中国激光, 2011, 38(11): 1104001
- 7 J. M. Rius, M. Ferrando. High-frequency RCS of complex radar targets in real-time[J]. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1993, **41**(9): 1308~1310
- 8 Xia Yingqing, Yang Helin, Xu Penggen *et al.*. Prediction computing complex targets near-field electromagnetic scattering characteristics[J]. J. Central China Normal University, 2003, **37**(4): 488~493
- 夏应清,杨河林,徐鹏根等.复杂目标近场散射特性的预估计算[J].华中师范大学学报,2003,37(4):488~493
- 9 Fang Yun. Zhang Jian, Wu Liying. Optical property simulation of liquid crystal based on finite-difference time-domain method[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 562~566

方 运,张 健,吴丽莹.基于时域有限差分法的液晶光学特性模拟[J].光学学报,2010,30(2):562~567

10 Li Yingle. Scattering property of anisotropic medium cone in plane optical wave[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(10): 1029002

李应乐. 各向异性圆锥体的平面光波散射特性[J]. 光学学报, 2011, 31(10): 1029002

- 11 Brian Stout. Michel Neviere. Mie scattering by an anisotropic object [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2006, 23(5): 1124~1131
- 12 W. Ren. Contributions to the electromagnetic theory of bounded homogeneous anisotropic media[J]. Phys. Rev. E, 1993, 47(1): 664~672