

拉盖尔-高斯光束经单缝后的光强分布和螺旋谱

高福海¹ 陈宝算¹ 蒲继雄² 朱健强¹¹ 中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理联合实验室, 上海 201800² 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021

摘要 根据菲涅耳衍射积分,研究了拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的光强分布,发现拉盖尔-高斯光束经过单缝后衍射条纹会出现空心和发生弯曲,并与实验结果进行了比较。研究了拉盖尔-高斯光束经过单缝后的螺旋谱,发现单缝的存在会使螺旋谱展宽。给出了拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的相位分布。研究结果可用于涡旋光束拓扑电荷数的测量。

关键词 衍射;拉盖尔-高斯光束;单缝衍射;光强分布;螺旋谱

中图分类号 O436.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.090501

Intensity Distribution and Spiral Spectra of Laguerre-Gaussian Beam Passing through a Single-Slit

Gao Fuhai Chen Baosuan Pu Jixiong Zhu Jianqiang

¹ National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

² School of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China

Abstract Based on the Fresnel diffraction integral, the diffraction pattern of a Laguerre-Gaussian beam passing through a single-slit has been studied. It is found that the diffraction fringes of the Laguerre-Gaussian beam will dislocate and bend which have also been demonstrated by experiments. The spiral spectra of the Laguerre-Gaussian beam passing through the single-slit are also investigated. It is shown that the spiral spectra will broaden with the existence of the single-slit. In addition, the phase distribution of the Laguerre-Gaussian beam in the diffraction plane has also been investigated. The research results can be used to measure the topological charges of vortex beams.

Key words diffraction; Laguerre-Gaussian beam; single-slit diffraction; intensity distribution; spiral spectra

OCIS codes 050.1970; 050.5080; 300.6360

1 引言

涡旋光束因其在信息编码和自由空间光通信中的潜在应用而受到广泛关注^[1~7]。与传统的基于光束偏振态的编码方式不同,涡旋光束采用轨道角动量作为信息进行编码,能够大大增加信息容量^[8]。同时,采用轨道角动量编码还能提高信息传输的保密性^[9]。此外,由于涡旋光束带有轨道角动量,因此在量子信息处理^[10~12]、粒子囚禁和操纵等领域也有广泛的应用。

拉盖尔-高斯光束是涡旋光束的典型代表,带有由 $\exp(il\varphi)$ 描述的螺线型相位分布,能使光子带上 $l\varphi$ 的轨道角动量^[2]。其中 l 为拓扑荷数,描述了绕涡旋点一周的相位变化。在采用轨道角动量作为信息传输的过程中,拓扑电荷数的检测是一个重要的环节,常用的检测方法主要有道威棱镜^[8]、双缝干涉^[13]等。

作为光学最基本的现象之一,光束经过单缝的衍射规律也一直是人们感兴趣的课题,然而,到目前为止,还没有关于涡旋光束经过单缝衍射的报道。本文根据菲涅耳衍射积分,详细讨论了拉盖尔-高斯光束的单缝衍射特性,考虑了光束拓扑电荷数、光斑大小、单缝缝宽以及衍射场的位置对光束衍射图样的影响,同时分析了光束经过单缝后的螺旋谱分布。此外,本文还考虑了光束在衍射场的相位分布情况。

收稿日期: 2011-03-24; **收到修改稿日期**: 2011-04-22; **网络出版日期**: 2011-07-25

作者简介: 高福海(1982—),男,助理工程师,主要从事光束传输与控制等方面的研究。E-mail: gfhai@siom.ac.cn

2 理论推导

假设光源平面光束为拉盖尔-高斯光束,其光场分布为^[14]

$$E(r', \varphi') = E_0 (r'/\sigma)^{|l|} \exp(-r'^2/\sigma^2) \exp(il\varphi'), \quad (1)$$

式中 E_0 为与光场振幅相关常数, σ 为光束的光斑大小, l 为光束所带拓扑电荷数, r', φ' 分别表示光源平面上任一点所对应的位置矢量的模和相位。

将(1)式写成直角坐标形式为

$$E(x', y') = E_0 (\sqrt{x'^2 + y'^2}/\sigma)^{|l|} \exp[-(x'^2 + y'^2)/\sigma^2] \exp[i\text{arg}(x' + iy')], \quad (2)$$

式中 arg 表示复数的幅角。根据菲涅耳衍射积分, 光束经过单缝后在衍射场中的光场分布可以表示为

$$E(r, \varphi, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \iint E(r', \varphi') \exp\left\{\frac{ik}{2z}[r'^2 + r^2 - 2r'r\cos(\varphi - \varphi')]\right\} r' dr' d\varphi'. \quad (3)$$

为了考虑单缝衍射的方便, 将(3)式写成直角坐标的形式

$$E(x, y, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \int_{-\infty-a/2}^{\infty+a/2} \int E(x', y') \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx' dy', \quad (4)$$

式中 x', y', x, y 分别为光源平面和观察平面的坐标, a 为单缝缝宽。

从而可以得到衍射平面的光强和相位分布分别为

$$I(x, y, z) = E(x, y, z) E(x, y, z)^*. \quad (5)$$

$$\phi(x, y, z) = \text{arg}[E(x, y, z)]. \quad (6)$$

涡旋光束经过单缝衍射的实验装置如图 1 所示, 通过将激光光束照射在全息片上产生拓扑电荷数分别为 $+l$ 和 $-l$ 的涡旋光束, 让涡旋光束通过单缝进行衍射后, 即可以在单缝后的衍射场观察其光强分布。

下面主要研究光束经过单缝后的轨道角动量谱, 相干光束的轨道角动量谱可以通过螺旋谐波展开的方式展开为

$$u(\rho, \theta, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(\rho, z) \exp(in\theta), \quad (7)$$

式中

$$a_n(\rho, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(\rho, \theta, z) \exp(-in\theta) d\theta. \quad (8)$$

光束所带的总功率可以表示为

$$C = \sum_l C_n, \quad (9)$$

式中

$$C_n = \int_0^{\infty} |a_n(\rho, z)|^2 \rho d\rho. \quad (10)$$

根据(10)式, 每个螺旋谐波的权重可表示为

$$P_n = \frac{C_n}{C}. \quad (11)$$

3 结果与分析

拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的光强分布可以根据(5)式计算得到, 计算结果如图 2 所示。其中计算参数为: $\sigma=1$ mm, $a=1$ mm, $z=0.5$ m, 图 2(a)~(d) 分别对应 $l=0, 1, 2, 3$ 时的衍射图样。从图中可以看出, 对于高斯光束而言 ($l=0$), 光束只在与缝平行的 x 方向发生衍射。而拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射

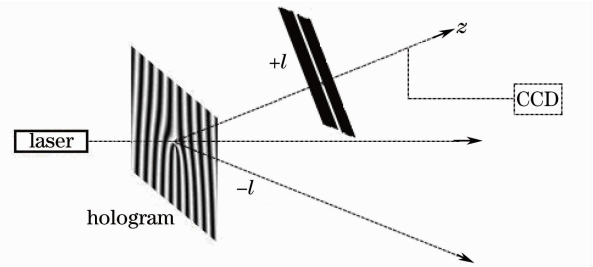


图 1 涡旋光束单缝衍射实验装置图

Fig. 1 Experimental setup for a vortex beam passing through a single-slit

后,衍射图样在 y 方向中心出现暗斑,同时在暗斑的上部和下部衍射图样出现弯曲。并且,中心暗斑的大小和中心零级衍射条纹的弯曲程度随着拓扑电荷数的增大而增大。利用这种现象,可以根据中心暗斑的大小和中心零级衍射条纹的弯曲程度定性地判断涡旋光束所带拓扑电荷数的大小,即涡旋光束所带轨道角动量的大小。图 3 通过实验给出了对应图 2 的带有不同轨道角动量的涡旋光束经过单缝衍射后的衍射图样分布。对比图 2 和图 3 中对应拓扑电荷数的衍射图样,发现理论计算和实验观测结果基本符合。

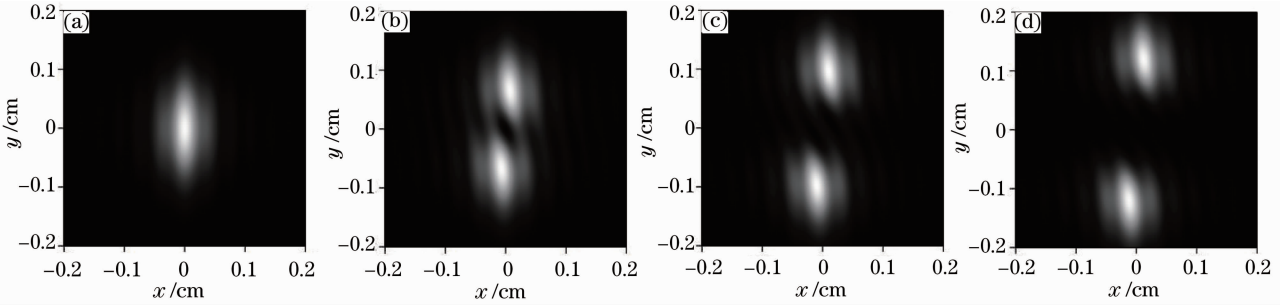


图 2 拓扑电荷数为正时拉盖尔-高斯光束的衍射现象(理论计算)

Fig. 2 Laguerre-Gaussian beam with positive topological charge passing through a single-slit (theory)

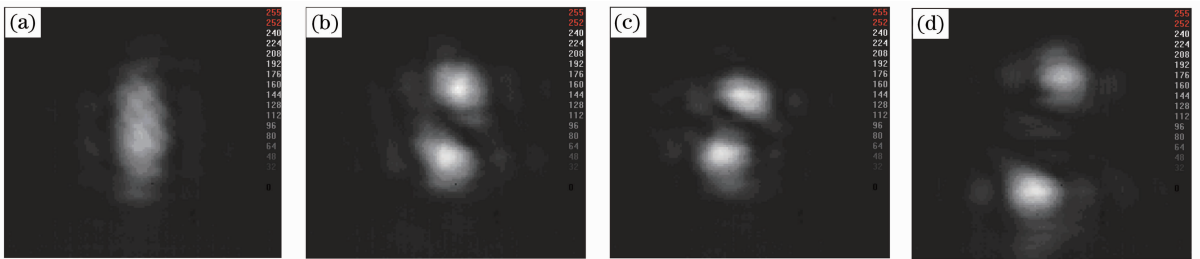


图 3 拓扑电荷数为正时拉盖尔-高斯光束的衍射现象(实验研究)

Fig. 3 Laguerre-Gaussian beam with positive topological charge passing through a single-slit (experiment)

图 4 为拓扑电荷数为负值时拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的光强分布情况(理论计算),计算参数与图 2 相同,图 4(a)~(d)分别给出 $l=0, -1, -2, -3$ 时的衍射图样。从图中可以看出,当拓扑电荷数为负值时,拉盖尔-高斯光束的衍射图样也会出现中心暗斑和弯曲,只是弯曲方向与拓扑电荷数为正时的弯曲方向相反。图 5 给出了对应图 4 的实验现象观测结果,同样,理论与实验基本上是相符合的。此外,比较图 2, 3 和图 4, 5,即可以根据衍射图样弯曲的方向判断出入射涡旋所带拓扑电荷数的正负,而根据衍射图样弯曲的程度可以测量出涡旋光束所带拓扑电荷数的大小。

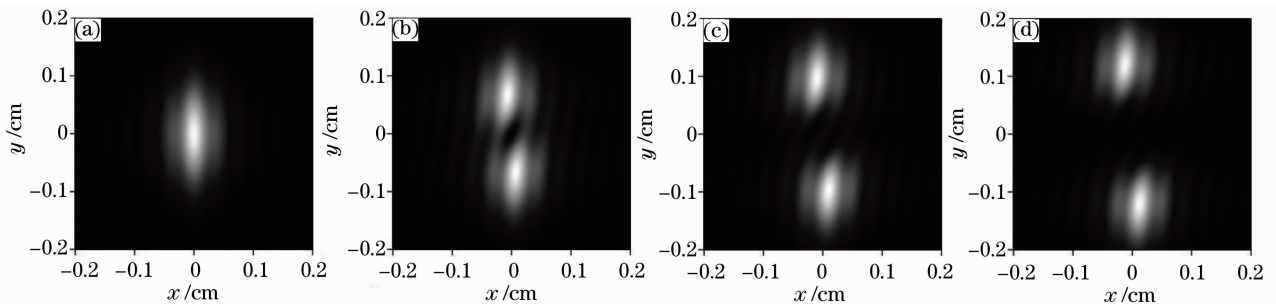


图 4 拓扑电荷数为负时拉盖尔-高斯光束的衍射现象(理论计算)

Fig. 4 Laguerre-Gaussian beam with negative topological charge passing through a single-slit (theory)

在图 6 中,研究了单缝缝宽变化对拉盖尔-高斯光束衍射图样的影响。计算参数为: $\sigma=2$ mm, $l=1$, $z=0.5$ m,图 6(a)~(d)分别给出了 $a=0.2, 0.4, 0.6, 1$ mm 时的衍射图样。从图中可以看出,随着缝宽的增大,衍射现象变得更加明显,条纹的弯曲度也更加明显。这是因为对于一定大小的光斑,当缝宽较小时,通过缝宽的相位变化信息就很少,相位变化对衍射条纹的影响就反映不出来,而涡旋光束的相位变化正是导致衍射条纹弯曲的原因,所以当狭缝太小时,只会出现中心暗斑,如图 6(a)所示。随着狭缝缝宽的增大,通过

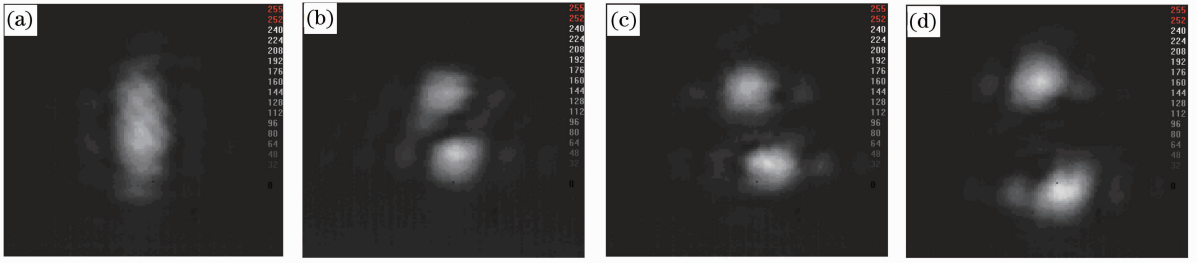


图5 拓扑电荷数为负时拉盖尔-高斯光束的衍射现象(实验研究)

Fig. 5 Laguerre-Gaussian beam with negative topological charge passing through a single-slit (experiment)

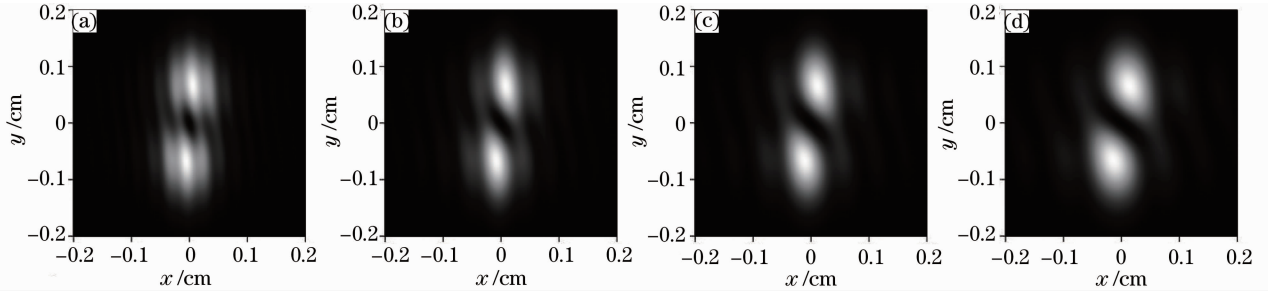


图6 单缝缝宽对拉盖尔-高斯光束衍射图样的影响

Fig. 6 Influence of the width of single-slit on the diffraction pattern of Laguerre-Gaussian beam

缝宽的相位变化信息逐渐增大,所以拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后在衍射场的衍射现象和条纹的弯曲度也变得更加明显。

图7给出了在给定单缝缝宽的情况下,对应不同光斑大小时的单缝衍射情况。计算参数为: $a=1\text{ mm}$, $l=1$, $z=0.5\text{ m}$ 。图7(a)~(d)考虑入射光束光斑大小分别为 $\sigma=1, 2, 3, 5\text{ mm}$ 时的单缝衍射图样。从图中可以看出,对于特定的单缝宽度而言,光斑大小对衍射图样也有明显的影响,光斑越大,衍射图样在 y 方向的条纹越长,但条纹的弯曲程度变小。

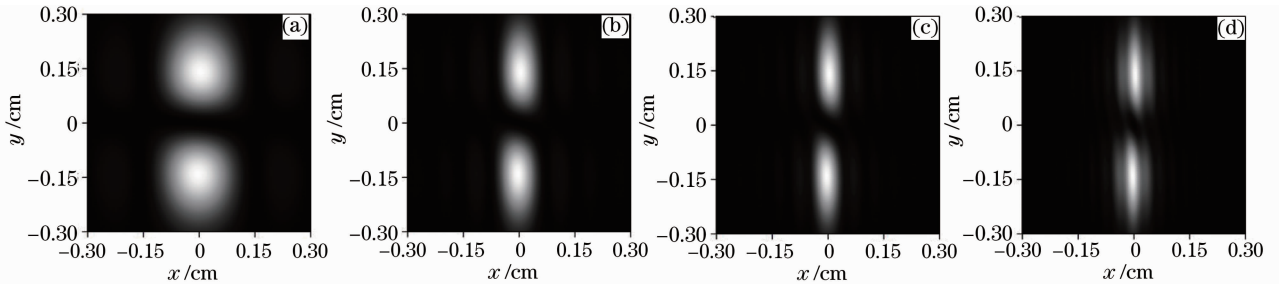


图7 光斑大小对拉盖尔-高斯光束衍射图样的影响

Fig. 7 Influence of the spot size on the diffraction pattern of Laguerre-Gaussian beam

图8给出了在衍射场中距离衍射屏不同距离处观察时的衍射图样,计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$, $a=1$, $l=1$ 。

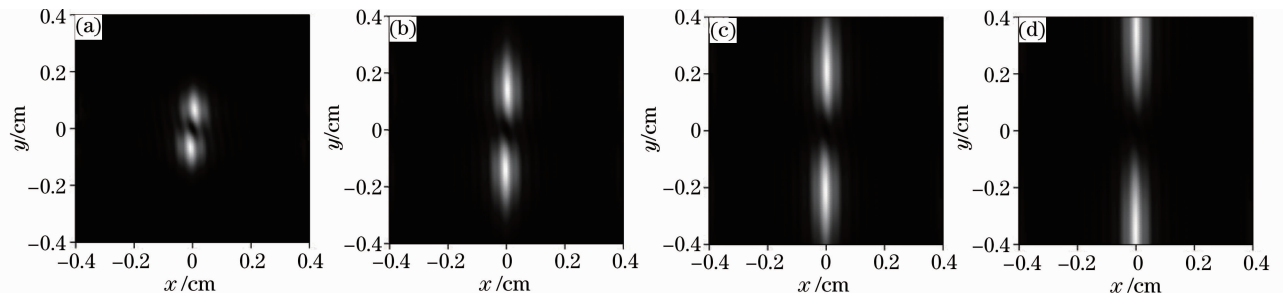


图8 观察距离对拉盖尔-高斯光束衍射图样的影响

Fig. 8 Influence of the observational distance on the diffraction pattern of Laguerre-Gaussian beam

图 8(a)~(d) 分别给出了距离衍射屏的观察距离为 $z=0.4, 0.6, 0.8, 1$ m 时的衍射图样。从图 8 可以看出, 随着观察距离的增大, 中心暗斑越大, 衍射现象越明显。

根据(11)式, 可以计算得到拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的螺旋谱, 图 9 给出了不同拓扑电荷数情况下的螺旋谱, 计算参数为: $\sigma=1$ mm, $a=1$ mm, 图 9(a)~(d) 分别给出 $l=0, 1, 2, 3$ 时的螺旋谱。由图 9(a) 可知, 对于高斯光束 ($l=0$), 经过单缝后, 高斯光束的螺旋谱会展宽, 除零级谱外, 还出现其余的谐波分量, 并且零级谱处于模数为零的位置。对于拉盖尔-高斯光束 [如图 9(b)~(d) 所示], 经过单缝后也会出现螺旋谱展宽。比较图 9(b)~(d) 可知, 光束所带的拓扑电荷数越大, 经过单缝衍射后, 光束的螺旋谱展宽越明显, 主级光权重也越小。并且, 谱分量最大值的位置由光束所带的拓扑电荷数决定, 拓扑电荷数越大, 谱分量最大值所处的模数位置越大。根据谱分量最大值所处的模数位置, 即可以判断出入射涡旋光束所带拓扑电荷数的大小。

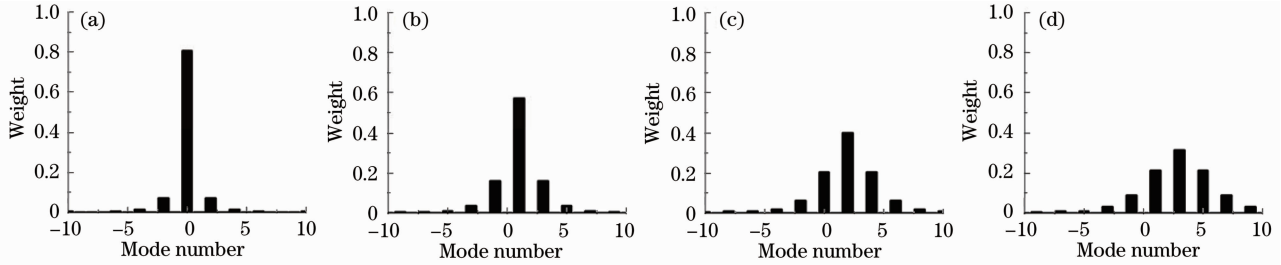


图 9 拓扑电荷数对拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的螺旋谱的影响

Fig. 9 Influence of the topological charges on the spiral spectral of Laguerre-Gaussian beam

图 10 为不同缝宽对光束螺旋谱分布的影响, 计算参数为: $\sigma=2$ mm, $l=1$, 图 10(a)~(d) 给出了单缝缝宽分别为 $a=0.2, 0.4, 0.6, 1$ mm 时光束展开的螺旋谱。从图中可以得到, 对于特定的光斑大小而言, 当缝宽越大时, 螺旋谱展开的现象越明显, 主级光权重也越小。

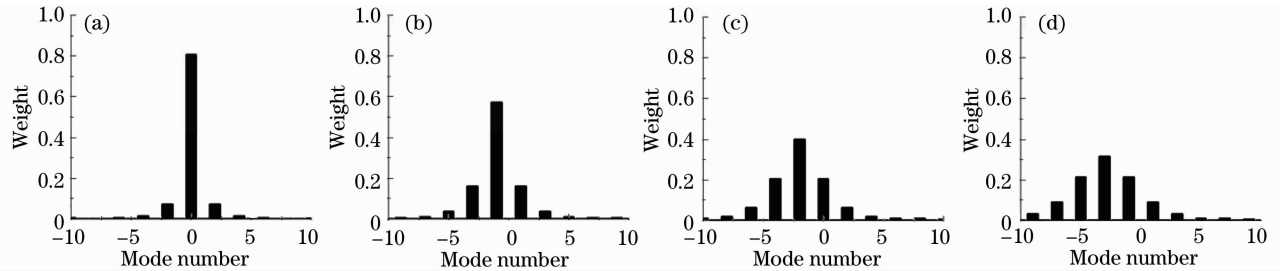


图 10 单缝缝宽对拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的螺旋谱的影响

Fig. 10 Influence of the width of single-slit on the spiral spectral of Laguerre-Gaussian beam

图 11 给出了不同光斑大小对光束螺旋谱的影响, 计算参数为: $a=1$ mm, $l=1$, 图 11(a)~(d) 分别给出了光斑大小 $\sigma=1, 2, 3, 5$ mm 时光束经过单缝后的螺旋谱分布情况。从图中可以看出, 对于特定的单缝而言, 光斑越小, 光束经过单缝后螺旋谱展开得越宽, 各级光强分布也较均匀。

图 12 给出了在衍射场中距离衍射屏不同位置处观察时的螺旋谱分布图样 (对应图 8), 所有计算参数同

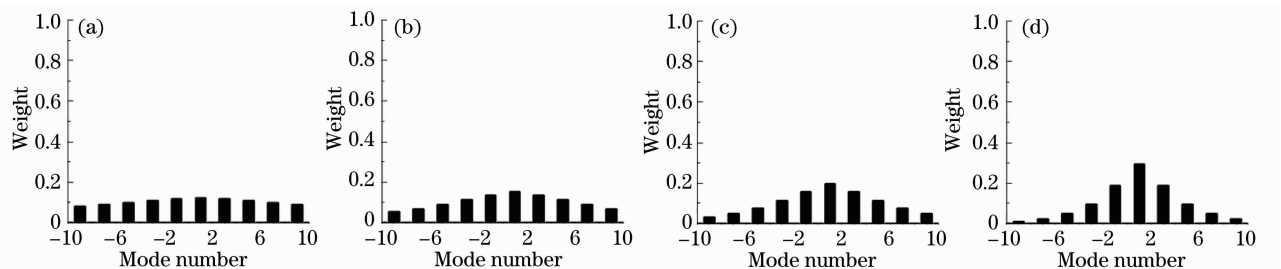


图 11 光斑大小对拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的螺旋谱的影响

Fig. 11 Influence of the spot size on the spiral spectral of Laguerre-Gaussian beam

图 8。从图 12 可以看出,随着观察距离的增大,光束经过单缝后螺旋谱展开得越宽,各级光强分布也较均匀。

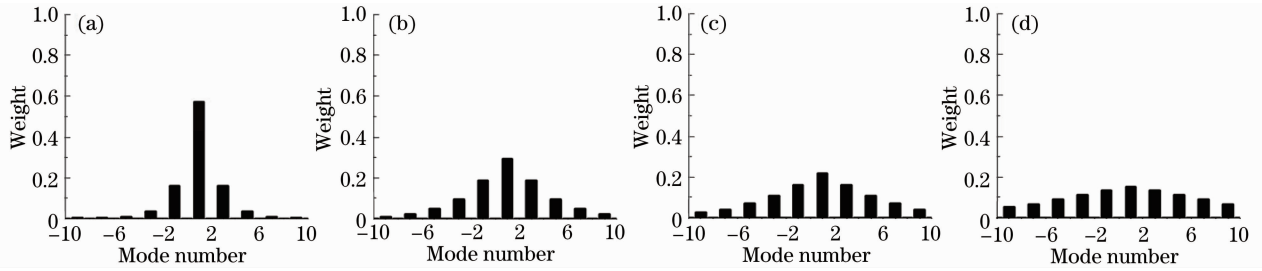


图 12 观察距离对拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的螺旋谱的影响

Fig. 12 Influence of the observational distance on the spiral spectral of Laguerre-Gaussian beam

为了更好地了解涡旋光束经过单缝衍射后的情况,讨论了涡旋光束经过单缝衍射后的相位分布情况。图 13 为拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的相位分布情况。计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$, $a=1\text{ mm}$, $z=0.5\text{ m}$,图 13(a)~(d)给出入射光束拓扑电荷数分别为 $l=0, 1, 2, 3$ 时,经过单缝衍射后,在衍射场的相位分布图样。从图中可以看出,高斯光束($l=0$)经过单缝衍射后,相位分布均匀,各点处的相位是确定的。对于拉盖尔-高斯光束而言[图 13(b)~(d)],在衍射场中心位置处相位是不确定的,这种不确定性就是涡旋光束的相位奇点,并且衍射场的相位奇点随着拓扑电荷数的增大而变得越明显。

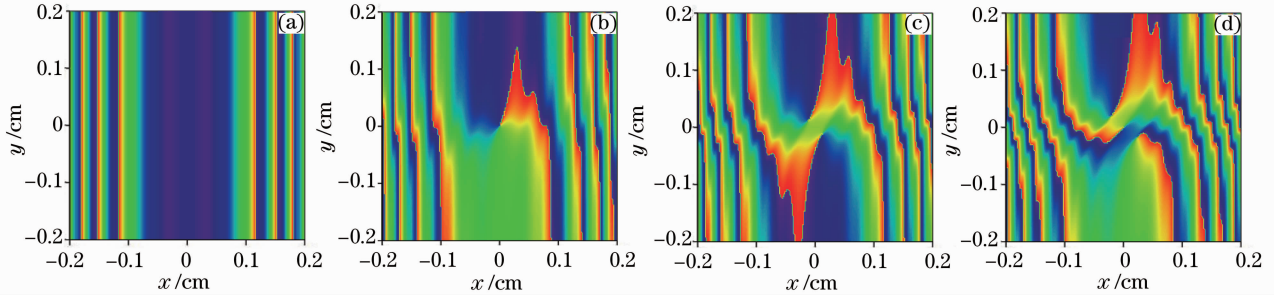


图 13 拓扑电荷数为正时拉盖尔-高斯光束经单缝衍射后的相位分布

Fig. 13 Phase distribution of a Laguerre-Gaussian beam with positive topological charge passing through a single-slit

图 14 为光束所带拓扑电荷数为负值时,涡旋光束经过单缝衍射后在衍射场中的相位分布情况,计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$, $a=1\text{ mm}$, $z=0.5\text{ m}$,图 14(a)~(d)分别给出 $l=0, -1, -2, -3$ 时衍射场的相位分布。从图中可以看出,对于拓扑电荷数为负值的情况,涡旋光束经过单缝衍射后也会出现相位奇点,并且光束所带的拓扑电荷数越多,相位奇点越明显,只是相位出现奇点的位置与光束所带拓扑电荷数为正时的位置相反。

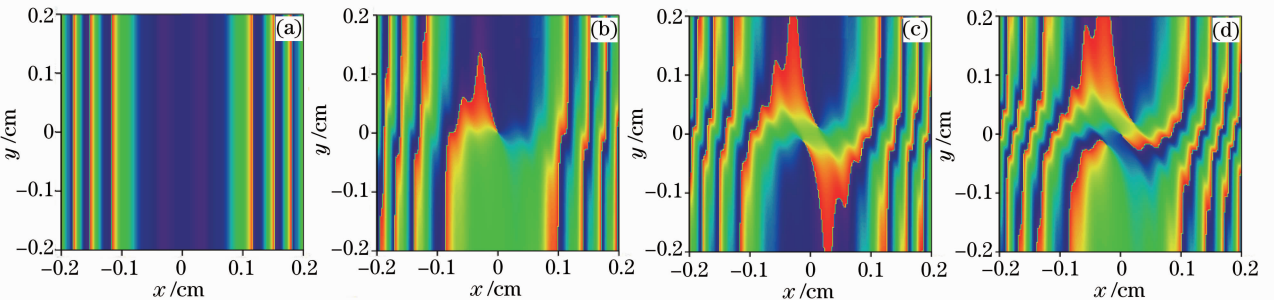


图 14 拓扑电荷数为负时拉盖尔-高斯光束经单缝衍射后的相位分布

Fig. 14 Phase distribution of a Laguerre-Gaussian beam with negative topological charge passing through a single-slit

4 结 论

根据菲涅耳衍射积分,从理论上研究了拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的光强分布、螺旋谱分布以及相位分布,同时与实验现象进行了对比。研究表明,拉盖尔-高斯光束经单缝衍射后,衍射条纹会出现空心

发生弯曲,空心的大小、弯曲的方向以及弯曲的程度与光束所带拓扑电荷数有关。根据单缝衍射图样弯曲的方向以及弯曲的程度可以测量光束所带拓扑电荷数的大小。此外,光斑大小、缝宽大小以及距离衍射屏的观察距离的不同也会影响衍射图样的分布。研究涡旋光束经过单缝衍射后的螺旋谱分布发现^[15~17],经过单缝后,光束的螺旋谱会被展宽,出现较多的谐波分量。单缝缝宽、光斑大小以及光束所带拓扑电荷数的大小都会影响螺旋谱展宽后零级分量与谐波分量的大小与位置。根据零级分量的位置同样可以测量出入射光束所带拓扑电荷数的大小。最后,对涡旋光束经过单缝衍射后在衍射光场的相位分布的研究发现,涡旋光束经过单缝衍射后,会出现相位奇点,光束所带的拓扑电荷数越多,相位奇异现象越明显,并且相位奇点的位置与光束所带拓扑电荷数的正负有关。对涡旋光束经过单缝衍射的研究,提出了一种测量涡旋光束所带拓扑电荷数的新方法。

参 考 文 献

- 1 I. V. Basistiy, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Optical wavefront dislocations and their properties[J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5-6): 604~612
- 2 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185~8189
- 3 H. He, M. E. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- 4 Q. S. Xie, D. M. Zhao. Optical vortices generated by multi-level achromatic spiral phase plates for broadband beams[J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(1): 7~11
- 5 L. Z. Rao, J. X. Pu. Spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(8): 2242~2247
- 6 Z. M. Zhang, J. X. Pu, X. Q. Wang. Tight focusing of radially and azimuthally polarized vortex beams through a uniaxial birefringent crystal[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(12): 1963~1967
- 7 Wang Tao, Pu Jixiong. Theoretical and experimental study on vortex beam transmitted through a single-slit[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(11): 2902~2907
王涛,蒲继雄. 涡旋光束单缝衍射的理论和实验研究[J]. 中国激光, 2009, **36**(11): 2902~2907
- 8 J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett *et al.*. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(25): 257901~4
- 9 G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(22): 5448~5456
- 10 G. Molina-Terriza, J. P. Torres, L. Torner. Management of the angular momentum of light; Preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(1): 013601
- 11 J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett *et al.*. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(25): 257901
- 12 Zou Qihui, Zhu Hongyu, Duan Xi. Propagation properties of ultrashort pulsed Bessel-Gaussian beams diffracted by an circular aperture[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s1): 235~239
邹其徽,朱红宇,段茜. 受圆孔衍射的超短脉冲贝塞尔-高斯光束的传输特性[J]. 中国激光, 2009, **36**(s1): 235~239
- 13 H. I. Sztul, R. R. Alfano. Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 999~1001
- 14 Wei Zhang, Mark G. Kuzyk. Effect of thin optical Kerr medium on a Laguerre-Gaussian beam[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(10): 101103~3
- 15 Chen Senhui, Zhang Tingrong, Feng Xiaofang. Transformation properties of Hermite-Laguerre-Gaussian beam in fractional Fourier transform plane[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(2): 374~378
陈森会,张廷蓉,冯小芳. 分数傅里叶变换面上厄米-拉盖尔-高斯光束的变换特性[J]. 中国激光, 2009, **36**(2): 374~378
- 16 Chen Baosuan, Pu Jixiong, Zhang Zhiming *et al.*. Focusing of partially coherent and circularly polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(6): 1664~1670
陈宝算,蒲继雄,张志明等. 部分相干圆偏振贝塞尔-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. 光学学报, 2009, **29**(6): 1664~1670
- 17 Zhang Yanli, Li Xiaoyan, Zhu Jianqiang. Generation and focusing property with high-numerical aperture lens of vectorial polarized beam[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(1): 129~133
张艳丽,李小燕,朱健强. 矢量偏振光束的产生及其高数值孔径聚焦性质[J]. 中国激光, 2009, **36**(1): 129~133