

基于贝塞尔函数的振幅型系列超分辨光瞳滤波器的设计

徐丹¹ 朱化凤^{1*} 云茂金² 王宁¹

(¹ 中国石油大学物理科学与技术学院, 山东 青岛 266555; ² 青岛大学物理学院, 山东 青岛 266071)

摘要 利用光瞳滤波器来改变光在焦斑处的分布,是实现光学超分辨的一种有效途径。设计了一种基于贝塞尔(Bessel)函数的振幅型超分辨光瞳滤波器。详细分析了此种类型的两区型、三区型和四区型光瞳滤波器的主瓣半径尺寸比 G 、斯特雷尔比 S 和最高旁瓣强度比 M 等性能参量。通过计算表明,基于贝塞尔函数的振幅型光瞳滤波器具有超分辨能力。

关键词 信息光学;光瞳滤波器;贝塞尔函数;超分辨

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP48.082201

Design of Amplitude Superresolving Pupil Filter Based on Bessel Function

Xu Dan¹ Zhu Huafeng¹ Yun Maojin² Wang Ning¹

¹ College of Physics Science and Technology, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266555, China

² College of Physics Science, Qingdao University, Qingdao, Shandong 266071, China

Abstract It is an alternative means of changing the distribution of light beam at the focusing spot and realizing optical superresolution by a pupil filter. A new type of superresolving pupil filter based on Bessel function is introduced. Two-zone, three-zone and four-zone pupil filters are discussed in detail and the superresolving figures of merits such as normalized compression ratio, Strehl ratio and maximum sidelobe energy ratio are analyzed respectively. The results show that this new type of pupil filter based on Bessel function has the ability of superresolution.

Key words information optics; optical pupil filter; Bessel function; superresolution

OCIS codes 220.1230; 050.1970; 260.1960

1 引言

Francia^[1]首次提出了超分辨技术,他指出衍射花样中心主瓣的大小与经典衍射的艾里斑相比可以压缩到任意小。光学超分辨是现代天文学^[2]、图像处理^[3]、共焦扫描成像^[4,5]、光存储^[6]、激光打印^[7]、星间激光通信等领域不可或缺的技术。这些领域的进一步发展,对光学超分辨技术也提出了更高的要求。超分辨光瞳滤波技术是在系统的入射光瞳或出射光瞳放置一个超分辨光瞳滤波器,有效控制光束在焦点附近空间区域的分布,可以在尽量少地改变光学系统结构的情况下提高系统分辨率。

自 Francia 之后,许多研究者提出了多种实现光学超分辨的方法和超分辨光瞳滤波器。主要包括利用

收稿日期: 2011-03-11; 收到修改稿日期: 2011-04-06; 网络出版日期: 2011-07-21

基金项目: 国家自然科学基金(10904080)和山东省自然科学基金(ZR2010DQ0150, Y2008A34)资助课题。

作者简介: 徐丹(1988—),女,本科,主要从事随钻电磁波和超分辨光瞳滤波器等方面的研究。

E-mail: xudan929@126.com

作者简介: 朱化凤(1977—),女,博士,副教授,主要从事激光偏光技术和光学超分辨等方面的研究。

E-mail: zhuhf@upc.edu.cn(通信联系人)

光瞳滤波器实现超分辨,利用光束的偏振、光束的干涉实现超分辨,利用光栅的运动和利用特殊设计的透镜实现超分辨等。其中最易理解研究最多的就是利用光瞳滤波器实现超分辨的方法。目前,对光瞳滤波器的设计主要包括以下几种:振幅型光瞳滤波器^[8]、相位型光瞳滤波器^[9~11]和复振幅型光瞳滤波器^[12,13]。由于振幅型光瞳滤波器具有容错性好、结构简单等优点,在光学超分辨技术中得到了广泛应用。二元光学技术的发展使得加工特殊设计的光瞳滤波器成为可能。本文提出了一种基于贝塞尔函数的振幅型光瞳滤波器,首先给出了光瞳滤波器设计的一般理论以及相应的判别标准,然后利用数值计算的方法详细地分析了两区型、三区型以及四区型光瞳滤波器的特征参量,证明了基于贝塞尔函数的光瞳滤波器具有超分辨能力。

2 基本理论

根据 Born 等^[14,15]的理论,在单色光照明条件下,光学系统焦点附近的振幅归一化分布为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp(-iu\rho^2/2) \rho d\rho, \quad (1)$$

上式已做了归一化处理,其中 ρ 为归一化的半径, $P(\rho)$ 是系统的光瞳函数, $J_0(v\rho)$ 为零阶贝塞尔函数。经典的衍射极限是在假设 $P(\rho) = 1$ 的条件下得到的。 v 和 u 分别对应接收面上的径向坐标 r 和轴向坐标 z , 其表达式为

$$u = 2\pi z \sin^2 \alpha / \lambda, \quad (2)$$

$$v = 2\pi r \sin \alpha / \lambda, \quad (3)$$

式中 $\sin \alpha$ 代表数值孔径。

在焦平面上的横向振幅表达式为

$$U(v, u = 0) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \rho d\rho, \quad (4)$$

而轴向振幅表达式为

$$U(v = 0, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp(-iu\rho^2/2) \rho d\rho. \quad (5)$$

对横向和轴向振幅分布进行重新表示,可得出振幅型光瞳滤波器焦点附近的横向和轴向强度点扩散函数分别为

$$I(v, 0) = U(v, 0)U^*(v, 0), \quad (6)$$

$$I(0, u) = U(0, u)U^*(0, u). \quad (7)$$

为了分析光瞳滤波器的超分辨性能,引入三个特征参量^[16]:1)主瓣半径尺寸比 G :有滤波器和没有滤波器时的主瓣零点半径之比;2)斯特雷尔比 S :有滤波器和没有滤波器时原点处的强度最大値之比;3)最高旁瓣强度比 M :有滤波器时旁瓣强度最大値与主瓣强度最大値之比。

3 基于贝塞尔函数的超分辨光瞳滤波器

在没有光瞳时,得到的是经典衍射极限。它在焦平面上的光强分布由图 1~3 中虚线所示,其第一零点位置是 $v_0 \approx 3.84$ 。加入光瞳滤波器后要实现超分辨,就需要使其得到的第一零点位置比 v_0 小。

3.1 两区型

根据超分辨理论,对于两区型光瞳滤波器,其光瞳函数可以设为

$$P(\rho) = \begin{cases} J_1(\rho) & 0 < \rho \leq a \\ 1 & a < \rho \leq 1 \end{cases}, \quad (8)$$

式中 a 为第一区的区域半径。当 $a = 0.76$ 时,光强分布曲线、归一化的光强分布曲线以及 G 和 S 随 a 的变化关系曲线如图 1 所示,其第一零点值出现在 $v \approx 3.37$ 处,主瓣半径尺寸比 $G = 87.76\%$,斯特雷尔比 $S = 40.04\%$,最高旁瓣强度比 $M = 3.31\%$ 。这一结果表明,(8)式所代表的光瞳滤波器确有提高超分辨的能力。

表 1 给出了在不同的第一区域半径情况下的 M 值。

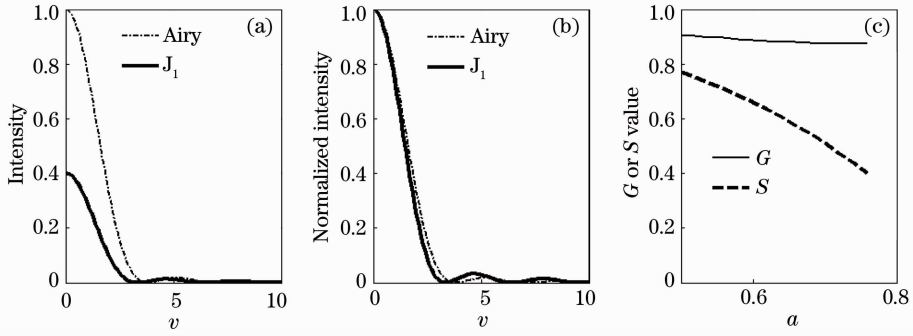


图1 两区型光瞳滤波器。(a)光强分布曲线;(b)归一化光强分布曲线;(c) G 和 S 随 a 的变化关系曲线

Fig.1 Two-zone pupil filter. (a) Intensity distribution of the system; (b) normalized intensity of the system; (c) variation of G and S with different a

表1 M 随 a 变化的数据表

Table 1 M varies with a

a	0.50	0.52	0.54	0.56	0.58	0.60	0.62
M	0.0453	0.0445	0.0459	0.0463	0.0465	0.0465	0.0462
a	0.64	0.66	0.68	0.70	0.72	0.74	0.76
M	0.0455	0.0445	0.0432	0.0415	0.0391	0.0364	0.0331

由图1(c)可以看出,随着第一区域半径 a 的增大,主瓣半径尺寸比 G 几乎保持不变,而斯特雷尔比 S 随着 a 的增大而逐渐降低,第一区域半径 a 取大值时超分辨效果更好。由表1可以看出,最高旁瓣强度比 M 在 a 的变化范围内变化较大但数值都比较小,表明此种光瞳滤波器在实现超分辨的同时可以很好地抑制旁瓣能量。根据应用的不同需要,可以找到一组合适的参数以实现不同的超分辨效果。

3.2 三区型

对于三区型光瞳滤波器,其光瞳函数可以设为

$$P(\rho) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \rho \leq 0.2 \\ bJ_1(\rho) & 0.2 \leq \rho \leq 0.6 \\ 1 & 0.6 \leq \rho \leq 1 \end{cases}, \quad (9)$$

式中 b 为一阶贝塞尔函数前的常系数。当 $b = 0.1$ 时,光强分布曲线、归一化的光强分布曲线及 G 和 S 随 b 的变化关系曲线如图2所示。其第一零点值出现在 $v \approx 3.18$ 处,主瓣半径尺寸比 $G = 82.81\%$,斯特雷尔比 $S = 48.44\%$,最高旁瓣强度比 $M = 6.84\%$ 。这一结果表明,(9)式所代表的光瞳滤波器可以实现超分辨效果。

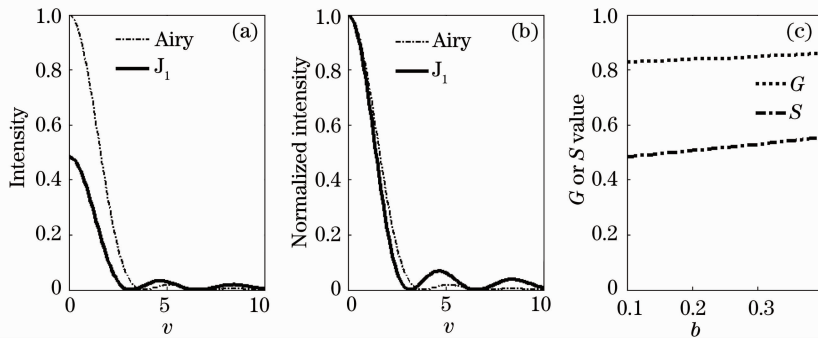


图2 三区型光瞳滤波器。(a)光强分布曲线;(b)归一化光强分布曲线;(c) G 和 S 随 b 的变化关系曲线

Fig.2 Three-zone pupil filter. (a) Intensity distribution of the system; (b) normalized intensity of the system; (c) variation of G and S with different b

表 2 给出了在不同的贝塞尔函数常系数 b 的情况下 M 的数值。

表 2 M 随 b 变化的数据表

Table 2 M varies with b

b	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
M	0.0684	0.0654	0.0626	0.0599	0.0574	0.0549	0.0525

由图 2(c)可以看出,随着贝塞尔函数前的常系数 b 的增大,主瓣半径尺寸比 G 几乎保持不变,而斯特雷尔比 S 随着 b 的增大而逐渐增大,但变化也比较平缓,系数 b 取较小值的超分辨效果更好。由表 2 可以看出,最高旁瓣强度比 M 变化较大但数值也都比较小,由此可见此种光瞳滤波器旁瓣能量也可以得到很好的抑制。因此,可根据应用的不同需要,选取一组合适的参数以实现不同的超分辨效果。

3.3 四区型

根据超分辨理论,对于四区型光瞳滤波器,其光瞳函数可以设为

$$P(\rho) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \rho \leq 0.4 \\ 1.5J_2(\rho) & 0.4 \leq \rho \leq 0.75 \\ 0 & 0.75 \leq \rho \leq 0.82 \\ 1 & 0.82 \leq \rho \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

光强分布曲线、归一化的光强分布曲线如图 3(a)和(b)所示,其第一零点值出现在 $v \approx 3.21$,主瓣半径尺寸比 $G=83.59\%$,斯特雷尔比 $S=36.31\%$,最高旁瓣强度比 $M=6.95\%$ 。这一结果表明,(10)式所代表的光瞳滤波器也具有提高超分辨的能力。

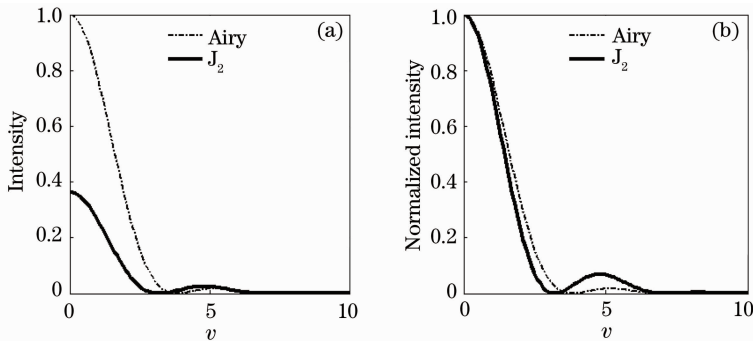


图 3 四区型光瞳滤波器:(a)光强分布曲线;(b)归一化光强分布曲线

Fig. 3 Four-zone pupil filter. (a) Intensity distribution of the system; (b) normalized intensity of the system

4 比较和讨论

图 4 为各种滤波器的三维能量分布图,其中(a)为没有滤波器时的经典衍射极限的三维能量分布图,(b)为两区型光瞳滤波器的三维能量分布图,(c)和(d)分别对应于三区型和四区型的滤波器。与经典衍射极限相比,无论是两区型、三区型还是四区型光瞳滤波器都在一定程度上实现了横向超分辨。总体而言,三区型和四区型较二区型光瞳滤波器的超分辨效果更加明显。轴向光强分布曲线如图 5 所示,实线是无光瞳滤波器时焦斑沿轴向的光强分布,点线、点划线、虚线依次是加入(8),(9)和(10)式所代表的二区型、三区型、四区型光瞳滤波器后焦斑沿轴向的光强分布。可以看出三区型和四区型光瞳滤波器可以在一定程度上拓展焦深,但效果不明显。

此外,对于一般光瞳滤波器来说,随着超分辨的实现,具有主瓣能量降低而旁瓣能量增加等负面效应。但旁瓣能量的增加都不会影响到主瓣能量,其取值都在允许的范围内。由图 4 可见,以上设计的超分辨光瞳滤波器可以有效地抑制旁瓣能量。

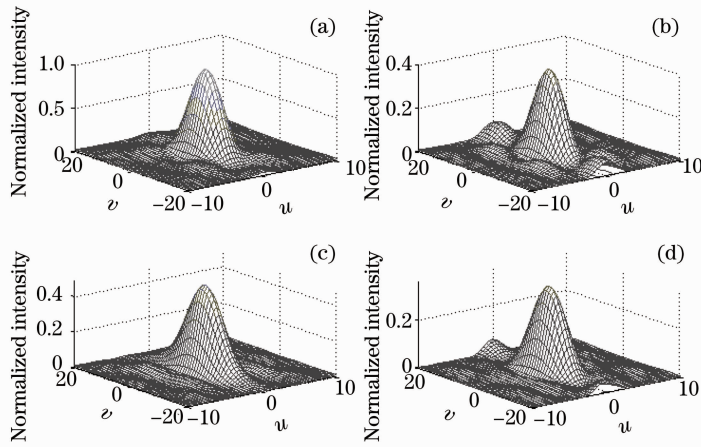


图4 三维能量分布图及其比较

Fig. 4 Comparison of three-dimensional energy distribution of all the systems

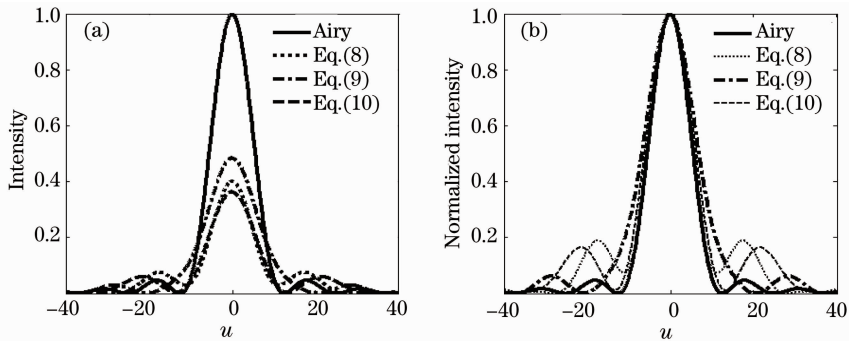


图5 轴向光强分布

Fig. 5 Axial intensity distribution

5 结 论

提出了一种基于贝塞尔函数的新型振幅型超分辨光瞳滤波器,详细地分析了两区型、三区型以及四区型光瞳滤波器的各种性能参量,并且相互间做了比较。通过计算结果可以看出,该类型的光瞳滤波器具有横向光学超分辨能力且效果显著。此外,它们还具有旁瓣能量相对较低的优点。三区型和四区型光瞳滤波器在实现超分辨的同时还可以在在一定程度上拓宽焦深。

参 考 文 献

- 1 G. Toraldo di Francia. Super-gain antennas and optical resolving power[J]. *Nuovo Cimento, Suppl.*, 1952, **9**(3): 3113~3116
- 2 M. Born, E. Wolf. Principle of Optics[M]. 7th ed. Cambridge:Cambridge University Press,1999
- 3 Z. Hegedus, V. Safaris. Superresolving filters in confocally scanned imaging systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **311**:1892~1896
- 4 G. Boyer. New class of axially apodizing filters for confocal scanning microscopy[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(3): 584~589
- 5 Xiao Fanrong, Wang Guiying, Xu Zhizhan. The design of tunable phase-only pupil filter with uniaxial crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3): 378~382
- 肖繁荣, 王桂英, 徐志展. 单轴晶体相位型光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(3): 378~382
- 6 T. R. M. Sales. G. M. Morris. Superresolution elements for high-density optical storage. In joint international symposium on optical memory and optical data storage[C]. Optical Society America Technical Digest Series, 1996, **12**: 290~292
- 7 H. Fukbdn, T. Terasawa, S. Okazaki. Spatial filtering for depth of focus and resolution enhancement in optical lithography[J]. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 1991, **9**: 3113~3116

- 8 Jeffrey A. Davis, Juan Carlos Escalera, Juan Campos *et al.*. Programmable axial apodizing and hyperresolving amplitude filters with a liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(2): 628~630
- 9 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Axial superresolution with phase-only pupil filters[J]. *Opt. Commun.*, 1998, **156**(1): 227~230
- 10 Deng Xiaoqiang, Liu Li, Wang Guiying *et al.*. Superresolving phase-only filters in confocal scanning imaging system[J]. *Chinese J. Laser*, 2001, **A28**(9): 833~836
邓小强, 刘丽, 王桂英等. 用于共焦扫描显微成像系统的相位型超分辨光瞳滤波器[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(9): 833~836
- 11 M. Yun, W. Liang, W. Kong *et al.*. Transverse superresolution and focal shift with rotational tunable phase mask[J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(10): 2079~2083
- 12 H. Zhu, D. Li, N. Wang *et al.*. Precise analysis of combination homogeneous-inhomogeneous-material superresolution filters with double-tunable modes[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(7): 2097~2101
- 13 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Three-zone complex pupil filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 1~4
肖繁荣, 袁景和, 王桂英等. 三区复振幅光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 1~4
- 14 M. Born, E. Wolf. *Principle of Optics*[M]. 5th ed. London: Pergamon Press, 1975
- 15 C. W. McCutchen. Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**(2): 240~244
- 16 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Diffractive super-resolution elements[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(2): 1637~1646