# 非局域空间光孤子临界功率的确定

#### **春** 佰

(华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室,广东 广州 510631)

摘要 目前用入射光束束宽等于出射光束束宽时对应的功率为空间孤子临界功率的方法,寻找到的功率通常不是 唯一的,甚至大部分是形成呼吸子的功率。通过分析束宽随入射功率的变化曲线(W-P曲线),提出在W-P曲线的 束宽变化的转折区域来寻找孤子临界功率的理论。用此理论拟合了实验测得的铅玻璃中出射束宽随入射功率变 化的数据,准确地得到了铅玻璃中形成孤子的临界功率。

关键词 非线性光学;空间光孤子;非局域;临界功率;铅玻璃 中图分类号 O437 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.081901

# **Confirmation of Critical Power of Nonlocal Spatial Optical Solitons**

### Shou Qian

(Key Laboratory of Photonic Information Technology of Guangdong Higher Education Institutes, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510631, China)

**Abstract** Presently it is believed that the incident power is just the critical power of the nonlocal spatial solitons when the output beam width equals the input the beam width. The power decided by this method is generally not one and only, even is the power of breather. A theory is brought forward that one should find the critical power of the solitons on turning area of the curve of output beam width versus the input beam power. According to this theory, the experimental data obtained in lead glass are fitted, and the exact value of the soliton critical power is obtained. **Key words** nonlinear optics; spatial optical soliton; nonlocal; critical power; lead glass

OCIS codes 190.0190; 120.0120; 060.0060

# 1 引 言

空间光孤子是衍射发散效应和非线性聚焦效应相平衡而产生的一种光束束宽不变的自导传输状态。人 们可以利用孤子间的相互作用,实现全光操纵的目的<sup>[1~4]</sup>,或设计不同的波导结构<sup>[5~9]</sup>和介质折射率的分 布<sup>[10~12]</sup>来实现控制光输出位置的目的。而由 Snyder 等<sup>[13]</sup>所提出的非局域空间光孤子,更是超越了相位相 干性和空间维度的限制,非相干孤子<sup>[14,15]</sup>以及有着横向高维性的高阶孤子<sup>[16~18]</sup>、涡旋孤子<sup>[19]</sup>等都可以形 成。这些非局域空间孤子必将引发更加丰富的光-光相互作用模式研究。

从 2000 年 Peccianti 等<sup>[20]</sup> 第一次在液晶中实现了单孤子传输,到 2005 年 Rotschild 等<sup>[19]</sup> 首次发现了铅 玻璃中的非局域椭圆孤子和涡旋孤子<sup>[19]</sup>,再到高阶孤子<sup>[16~18]</sup>、孤子相互作用<sup>[21]</sup>等一系列关于空间光孤子的 理论和实验研究,孤子形成的界定,或者说入射功率达到临界功率的界定,通常只有两种方法。1)拍出孤子 在介质中传输的光路图,当入射光功率从小到大增加时,目测光的传输不再展开而是形成一条宽度不变的光 路时,就认为孤子形成。2)由于介质侧面没有暴露,无法拍出孤子在介质中传输的光路图时,比较入射和出 射的光束束宽,当二者相同时就可认为此时的入射功率就是临界功率。然而,这两种方法是非常不严格甚至 容易出现错误的。

本文解析求得了铅玻璃中非局域空间光孤子形成的临界功率,给出了输出束宽随入射光功率的变化曲线(W-P曲线),提出了严格判断孤子临界功率的方法。实验中在铅玻璃中测得了W-P曲线并拟合得到了 孤子临界功率的数值。

收稿日期: 2011-01-07; 收到修改稿日期: 2011-03-14; 网络出版日期: 2011-06-20

基金项目:国家自然科学基金(60908003)资助课题。

作者简介: 寿 倩(1978—),女,讲师,主要从事非局域空间光孤子方面的研究。E-mail: laser120@163.com

#### 激光与光电子学进展

## 2 确定铅玻璃中非局域空间光孤子临界功率的理论

对于圆柱形铅玻璃材料中心入射的情况,下面来解析求解临界功率与束宽的关系。铅玻璃的非线性机 理与液晶完全不同,非线性响应来源于光致热效应。入射到铅玻璃中的光束被少量吸收并以光束为中心被 传导到边界。柱状铅玻璃被放置在热池当中,热池吸收了传导到玻璃边界的热量并保持边界的恒温。这样 在铅玻璃当中就形成了一个光致温度梯度分布<sup>[19]</sup>

$$\nabla^2 T(R) = -\frac{\alpha}{2} |I(R)|^2, \qquad T(R)|_{R=R_0} = T_0, \qquad (1)$$

式中 $\alpha,\kappa$ 分别是热吸收系数和热传导系数; $T(R),T_0$ 分别是温度梯度分布函数和边界温度; $R_0$ 是圆柱半径;  $I(R) = |A(R)|^2$ 是光强分布,A(R)是傍轴光束。注意到热传导方程在孤子情况下,即I(R,Z) = I(R)时是二维的。光致的温度改变成比例地引起一个折射率改变  $\Delta n(R) = \beta [T(R) - T_0]$ ,这个折射率梯度分布相当于一个热透镜,引起光束的自聚焦。所以热传导方程(1)式和光束传输方程相互耦合才能完整地描述光束在铅玻璃中传输的特性<sup>[19]</sup>

$$\nabla^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + 2k^2 \frac{\Delta n}{n_0} A = 0, \qquad (2)$$

式中 $k = \omega n_0 / c$ , $n_0$ 是线性折射率。

对于圆对称的强非局域介质,可以把折射率泰勒展开到二阶

$$\Delta n = \Delta n(0) - \frac{X^2 + Y^2}{4} \frac{\alpha \beta}{\kappa} |A(0)|^2.$$
(3)

设  $A = A' \exp[ik\Delta n(0)Z/n_0]$ , 与(3) 式一同代人(2) 式, 并将(2)式归一化得到

$$i\frac{\partial a}{\partial z} + \nabla_{\perp}^{2} a - (x^{2} + y^{2}) |a(0)|^{2} a = 0, \qquad (4)$$

式中  $x = X/W_0$ ,  $y = Y/W_0$ ,  $z = Z/(2kW_0^2)$ ,  $a = A/A_0$ ,  $A_0^2 = 2n_0\kappa/(\alpha\beta k^2W_0^4)$ ,  $W_0$  是初始東宽。由于光東中 心入射, 铅玻璃又是柱状的, 所以把(4)式写为柱坐标下的表达式比较方便

$$\frac{\partial a}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial a}{\partial r} \right) - r^2 |a(0)|^2 a = 0.$$
(5)

设(5)式的试探解为以下的高斯形式

$$a = \frac{\sqrt{p_0} \exp[\mathrm{i}\theta(z)]}{\sqrt{\pi}w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{2w^2(z)} + \mathrm{i}c(z)r^2\right],\tag{6}$$

式中 p<sub>0</sub> 为归一化功率。将(6)式代入(5)式,分别令 r 的一次项和二次项系数为零,得到一组方程,化简得到

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = \frac{4}{w^3} - \frac{4p_0}{\pi w}.$$
(7)

(7)式可以用牛顿第二定律来描述。*z*与时间*t*等价,归一化质量为1。等效粒子受到两个力的作用,第一个 力使粒子加速,速度增大,即 dw/dz 增大。这对应了使束宽增大的衍射效应。第二个力使粒子减速,即 dw/dz减小。这对应了使束宽减小的聚焦效应。当两个力平衡的时候束宽保持不变,光束以孤子形式传输。 容易得到归一化临界功率 *p*<sub>c</sub>=π(此时 *w*=1)。下面写出(7)式对应的势能函数

$$V = \frac{4p_0}{\pi} \ln w + \frac{2}{w^2} + C.$$
 (8)

对(8)式右边利用抛物线近似,先找到最低点(极值点),即 $\frac{dV}{dw}$ =0时,束宽的取值  $w = \sqrt{\pi/p_0}$ 。将此处的束宽 设为  $\lambda$ ,即  $\lambda = \sqrt{\pi/p_0}$ ,并将势能在  $\lambda$  附近展开

$$V = V(\lambda) + \frac{1}{2} V''(\lambda) (w - \lambda)^2.$$
(9)

设初始位置的势能为零,即V(1)=0,定出(8)式中的常数,最终得到势能的表达式为

$$V = \frac{4}{\lambda^4} \left[ (w - \lambda)^2 - (1 - \lambda)^2 \right].$$
<sup>(10)</sup>

假设在束腰处入射,即 dw/dz=0,等效粒子速度为零,则其总能量也为零,得到

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}\right)^2 + \frac{4}{\lambda^4} \left[ (w-\lambda)^2 - (1-\lambda)^2 \right] = 0.$$
<sup>(11)</sup>

(11)式积分一次易得到束宽的解为

即

$$w(z) = \lambda + (1 - \lambda)\cos(2\sqrt{2}/\lambda^2 z),$$
  

$$w(z) = \sqrt{\frac{\pi}{p_0}} + \left(1 - \sqrt{\frac{\pi}{p_0}}\right)\cos\left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}p_0 z\right).$$
(12)

显然  $\lambda = 1$ , 即  $p_0 = \pi$  时, 归一化束宽  $w(z) \equiv 1$ , 即束宽保持不变并与入射束宽相同, 此时的入射功率即为归 一化临界功率  $p_{c_0}$ 结合(4)式之后的归一化系数, 可以得到实际的临界功率的表达式为

$$p_{\rm c} = \frac{2\pi n_0 \kappa}{\alpha \beta k^2 W_0^2}.\tag{13}$$

当  $p_0 \neq p_c$ 时,光束成为"呼吸子"。在功率一定的前提下,随着 z 的增大,束宽以余弦形式传输。在传输距离一定的情况下(这是通常的情况,因为传输介质的长度是固定的),随着功率的增加,出射束宽也会非等幅地振荡。当  $p_0 \ge p_c$ 即  $\lambda \le 1$ 时,显然(12)式有最小值  $w_{\min} \mid_{p_0 = p_c} = 1$ ,说明此时的束宽都在入射束宽以下振荡,非线性聚焦效应强于衍射效应;而当  $p_0 \le p_c$ 即  $\lambda \ge 1$ 时,显然(12)式有最大值  $w_{\max} \mid_{p_0 = p_c} = 1$ ,说明此时的束宽都在入射束宽以上振荡,衍射效应强于非线性聚焦效应。在 W-P 曲线上,孤子出现的位置必然在曲线的上述两部分之间与 w = 1 直线相交的位置。

## 3 铅玻璃中非局域空间光孤子临界功率的实验研究

实验中所用的铅玻璃材料为铅的重掺杂材料,吸收 系数  $\alpha$ 和折射率分别高达 0.07 cm<sup>-1</sup> 和 1.9。其他各项参 数为:折射率温度系数  $\beta = 1.4 \times 10^{-5}$  K<sup>-1</sup>,热传导系数  $\kappa = 0.7$  W/(m•K),玻璃棒长度为 6 cm,相当于铅玻璃 中的两个瑞利距离。激光光源是相干公司的 Verdi 12,输 出波长 532 nm。输出激光被 300 mm 透镜  $L_1$  聚焦至 50  $\mu$ m束宽入射铅玻璃。光束在铅玻璃后表面出射的像 经过  $L_2$  成像(放大)在 CCD 上。改变入射功率,得到了 出射束宽随入射功率的变化曲线,如图 1 所示。图中实 线为基于(12)式的理论曲线,方块为实验数据。由于 (12)式中的功率和束宽都是归一化的值,这里也将实验 数据做了归一化,出射束宽按照入射束宽50  $\mu$ m来归一 化;调整功率的归一化数值,图 1 中的横坐标是用



图 1 归一化束宽随归一化功率的变化曲线 Fig. 1 Normalized beam width versus normalized input power

260 mW归一化时的结果。显然260 mW即是 50 μm 入射束宽对应的临界功率。这个值与由(13)式计算出 的理论值有一些偏差,因为理论模型有一定的近似性,以实验值为准。这更说明了通过 W-P 曲线寻找临界 功率的必要性和重要性。图 1 后半部分拟合不是很好,主要原因是实验所用的铅玻璃材料吸收较大,当功率 比较大时,能量大量损失,非线性聚焦效应减弱,束宽比理论值要大些。虽然本文的理论模型不能准确地描 述实验数据,然而,对于临界功率的判断,最重要的是找到束宽变化的转折区域(在图中是一个小平台),只要 铅玻璃长度不会太短(如小于一个瑞利距离,这时转折区域不会出现),理论曲线完全可以很好地描述并且准 确地找到临界功率。

由图 1 可以很明显地看到,在临界功率之后,在不止一个功率下,出射束宽都可能与入射束宽相等。另 外,对于不同的铅玻璃长度,W-P 曲线除了在临界功率附近都有一个"转折区域",形状是各不相同的。在铅 玻璃比较长的时候(如 3 个瑞利距离),出现转折区域之前,束宽就会有两个峰的振荡(这里只有一个峰),也 就是说在达到临界功率之前,也会出现出射光束束宽等于入射光束束宽的情况。所以用出射束宽与入射束 宽相等时对应的入射功率就是临界功率的方法来确定临界功率是不可行的。即使可以看到光束传输的路 径,振幅较小的呼吸子也是很难分辨的。

## 3 结 论

从理论和实验两个方面研究了铅玻璃中非局域空间光孤子临界功率的确定问题。提出只有基于出射束 宽随入射功率变化的 W-P 曲线来判断临界功率的方法才是严格而科学的。用此方法拟合了实验测得的铅 玻璃中的 W-P 曲线,并得出其临界功率为 260 mW。

#### 参考文献

- 1 Y. Kominis, K. Hiznaidis. Continuous-wave-controlled steering of spatial solitons[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 2004, 21(3): 562~567
- 2 J. Petter, J. Schroder, D. Drager *et al.*. Optical control of arrays of photorefractive screening solitons[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(6): 438~440
- 3 N. D. Christodoulides, E. D. Eugenieva. Blocking and routing discrete solitons in two dimensional networks in nonlinear waveguide arrays[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(23): 233901
- 4 L. Hadzievski, A. Maluekov, M. Stepic *et al.*. Power controlled soliton stability and steering in lattices with saturable nonlinearity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(3): 033901
- 5 W. Krolikowski, Y. S. Kivshar. Soliton-based optical switching waveguide arrays[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 1996, 13(5): 876~887
- 6 M. J. Ablowitz, Z. H. Musslimani. Discrete diffraction managed spatial solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(25): 254102
- 7 M. J. Ablowitz, Z. H. Musslimani. Discrete vectors spatial solitons in a nonlinear waveguide array[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **65**(5): 056618
- 8 R. A. Vicencio, M. I. Molina, Y. S. Kivshar. Switching of discrete optical solitons in engineered waveguide arrays[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, 70(2): 026602
- 9 R. A. Vicencio, M. I. Molina, Y. S. Kivsha. All-optical switching and application of discrete vector solitons in nonlinear cubic birefringent waveguide arrays[J]. Opt. Lett., 2004, 29(24): 2905~2907
- 10 Y. V. Kartashov, L. C. Crasovan, A. S. Zelenina et al., Soliton eigenvalue control in optical lattices[J]. Phys. Rev. Lett., 2004, 93(14): 143902
- 11 Y. V. Kartashov, V. A. Vysloukh, L. Torner. Packing, unpacking and steering of multicolor solitons in optical lattices [J]. Opt. Lett., 2004, 29(12): 1399~1402
- 12 V. A. Aleshkevich, Y. V. Kartashov, A. S. Zelenina *et al.*. Eigenvalue control and switching by fission of multisoliton bound states in planar waveguides[J]. Opt. Lett., 2004, 29(5): 483~485
- 13 A. W. Snyder, D. J. Mitchell. Accessible solitons[J]. Science, 1997, 276(5318): 1538~1541
- 14 C. Rotschild, T. Schwartz, O. Cohen *et al.*. Incoherent spatial solitons in effectively instantaneous nonlinear media[J]. *Nature Photonics*, 2008, 2(6): 371~376
- 15 O. Cohen, H. Buljan, T. Schwartz et al.. Incoherent solitons in instantaneous nonlinear nonlocal media[J]. Phys. Rev. E, 2006, 73(1): 015601
- 16 C. Rotschild, M. Segev, Z. Y. Xu et al.. Two-dimensional multipole solitons in nonlocal nonlinear media[J]. Opt. Lett., 2006, 31(22): 3312~3314
- 17 D. M. Deng, X. Zhao, Q. Guo. Hermite-Gaussian breathers and solitons in strongly nonlocal nonlinear media[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 2007, 24(9): 2537~2544
- 18 D. M. Deng, Q. Guo. Ince Gaussian solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. Opt. Lett., 2007, 32 (21): 3206~3208
- 19 C. Rotschild, O. Cohen, O. Manela et al.. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons[J]. Phys. Rev. Lett., 2005, 95(21): 213904
- 20 M. Peccianti, A. De Rossi, G. Assanto *et al.*. Electrically assisted self-confinement and waveguiding in planar nematic liquid crystal cells[J]. Appl. Phys. Lett., 2000, 77(1): 7~9
- 21 W. Hu, T. Zhang, Q. Guo. Nonlocality-controlled interaction of spatial solitons in nematic liquid crystals[J]. Appl. Phys. Lett., 2006, 89(7): 071111