

介质色散对高斯型频谱双光束干涉的影响

皇甫国庆

(渭南师范学院物理与电子工程系, 陕西 渭南 714000)

摘要 当光源为高斯型光谱,非平衡光路中考虑介质色散时求出双光束干涉的光强度解析解。分析了干涉条纹可见度和可见范围与介质的厚度、色散及光谱线宽度的关系;干涉光强度变化的相位关系。据此得出:白光干涉法除用来测量群折射率外还可用作介质色散的测量;高测量精度下谱线宽度应满足的关系式;干涉条纹可见度最大的位置与光强度最大的位置并不重合;若以最大光强度位置作为零光程差,会出现四分之一中心波长的系统误差。并用不同谱线宽度的光源对部分结论进行了实验验证。

关键词 物理光学;白光干涉;高斯型频谱;色散;可见度;群折射率

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.061201

Effect of Media Dispersion on Double-Beam Interference with Gaussian Shape Spectrum

Huangfu Guoqing

(Department of Physics and Electronic Engineering, Weinan Teachers University,
Weinan, Shaanxi 714000, China)

Abstract When the light source is with Gaussian shape spectrum, a dispersion media is inserted in the optical path to deduce the light intensity of double-beam interferences, and the analytic expression of the light intensity is obtained. The dependence of interference fringe visibility and visible range on media thickness, media dispersion and spectral line width are analysed. Meanwhile, the relations between phase and light intensity are also investigated. It's concluded that the white light interference can also be used to measure both the media dispersion and the group refractive index; the formulation of spectral line width with high measurement accuracy can be deduced; the maximal interference fringe visibility does not appear exactly at the maximal light intensity point; an error of a quarter of center wavelength is introduced when one objects the 3rd conclusion above. Some of this conclusions are certified with light sources of different spectral line width experimentally.

Key words physical optics; white-light interference; Gaussian shape spectrum; dispersion; visibility; group refractive index

OCIS codes 120.2650; 120.2920; 120.3180; 260.2030; 330.4595

1 引言

白光干涉法是光学测量中一种非常重要的方法。其测量原理是利用宽频带光源进行双光束干涉,干涉条纹仅在零光程差附近出现,且各级干涉光强极大值随光程差变化周期性出现,在零光程差附近光强有最大值。利用此特点,准确定位零光程差的位置,用于表面形貌非接触测量、膜层厚度测量、干涉定位、介质色散测量等方面^[1~8]。提高零光程差位置的定位精度是白光干涉测量中要解决的主要问题。目前,白光干涉测量是利用白光扫描干涉测量法得到的干涉光强的变化,运用文献[9~14]所述的干涉测量算法,如重心法、移相算法、包络曲线拟合法和空间频域等算法来确定零光程差点。文献[15]也曾讨论了光源功率谱对白光干涉测量的影响,却忽略了色散。以上讨论均建立在“干涉条纹强度最大的位置是零光程差对应的零级干涉条纹,零级干涉条纹处的可见度最大”的基础上。应该说,对于两光路对称或色散忽略的情形下这个结论是正

收稿日期: 2010-09-29; **收到修改稿日期**: 2011-01-16; **网络出版日期**: 2011-04-19

基金项目: 陕西省教育厅科研基金(2010JK539)和渭南师范学院科研项目(10YKF010)资助课题。

作者简介: 皇甫国庆(1955—),男,教授,主要从事光电检测方面的研究。E-mail: wnsyhfgq@126.com

确的。但实际应用中,常常是两束光路中介质不对称,而介质的色散又不能忽略的情形,在此情况下,文献[16]曾将光谱的分布简化为矩形处理,但仅得出半定量的结论,且对干涉光强周期变化的相位关系也没有反映出来。本文分析了两光路非平衡,考虑介质色散并以更接近实际的光源为高斯型光谱的情况下的双光束干涉,得出了干涉光强的解析表达式,并结合测量进行了讨论。

2 高斯型频谱双光束干涉光强计算

虽然不同用途的白光干涉测量,在干涉仪的具体结构上会有差别,但基本上都可以归为可动反射镜在零光程差点附近扫描的迈克耳孙干涉仪。以下就以双光束干涉的迈克耳孙干涉仪,在可动臂中垂直于光路放置一厚度为 D 的色散介质,形成不对称光路(如图1所示),采用的光源功率谱呈高斯分布,求解白光干涉光强的分布规律。图1中 M_1 为扫描镜, M_2 为参考镜, M'_2 为等效参考镜, M_1 与 M'_2 间的距离为 t 。

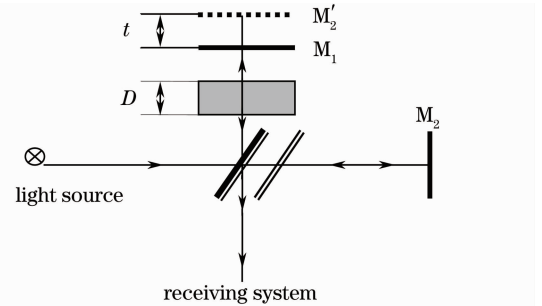


图1 双光束干涉原理图

Fig. 1 Schematic diagram of dual-beam interference

2.1 高斯型频谱光源的物理模型

根据文献[17],将准单色光看作大量的元振动的集合:

$$V(t) = \sum_{j=1}^N a \exp\left[-\frac{(t-t_{0j})^2}{\tau^2}\right] \exp[i(2\pi\nu_0 t + \varphi_{0j})], \quad (1)$$

式中,各元振动最大值出现在 t_{0j} , 初相为 φ_{0j} , 且其值都是随机的, 式中 ν_0 为频率, 当 $t-t_{0j} = \tau$ 时振幅降至最大值的 $1/e$ 。由(1)式可求得相应的频谱为

$$F(\nu) = a \sqrt{\pi\tau} \exp[-\pi^2\tau^2(\nu-\nu_0)^2] \sum_j \exp(i\Psi_j), \quad (2)$$

式中相位 Ψ_j 取随机值, 进而可求得功率谱为

$$|F(\nu)|^2 = \pi N (a\tau)^2 \exp[-2\pi^2\tau^2(\nu-\nu_0)^2], \quad (3)$$

若以真空中的波数 $k(k=2\pi/\lambda=2\pi\nu/c)$ 为变量, 用波数表示的功率谱半宽度 $k_c = \sqrt{2}/(c\tau)$, k_0 为中心波数。(3)式可写为

$$|F(k)|^2 = \pi N (a\tau)^2 \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{k_c^2}\right]. \quad (4)$$

为减少后续公式中出现与结论无关的常数, 对功率谱进行归一化。波数 k 处 dk 区间内的相对光强 dI 为

$$dI = \frac{|F(k)|^2}{\int_0^\infty |F(k)|^2 dk} dk = \frac{1}{\sqrt{\pi}k_c} \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{k_c^2}\right] dk. \quad (5)$$

2.2 光源为高斯型功率谱, 考虑介质色散时干涉光强的计算

由于光谱中各频率成分的相位是随机的, 所以光的干涉光强度是将光谱中每个频率看作是理想单色光, 求得其干涉的光强, 然后将各频率成分的干涉光强进行(非相干)迭加。

波数为 k 的双光束干涉光强分布为 $[1+\cos(k\delta)]dI$, 则高斯型功率谱的干涉光强为

$$I = \frac{1}{\sqrt{\pi}k_c} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{k'^2}{k_c^2}\right) [1+\cos(k\delta)] dk', \quad (6)$$

式中 $k' = k - k_0$, δ 为两束相干光的光程差。设透明介质 D 的折射率随 k 的关系为 $n(k)$, 如图1中扫描镜 M_1 与等效参考镜 M'_2 (与 M_2 等光程) 距离为 t , 可求得光程差为 $\delta = 2D[n(k)-1] - 2t$, 因光谱分布局限于 k_0 附近较小的范围, 将 $n(k)$ 在 k_0 附近取一级近似, $n(k) = n(k_0) + (k-k_0)(dn/dk)$, 取 k_0 处的色散值 $\left.\frac{dn}{dk}\right|_{k_0} = b$,

所以, 考虑色散时的光程差和光强为

$$\delta = 2D\{[n(k_0) + bk'] - 1\} - 2t = \delta_0 + 2Dbk', \quad (7)$$

式中 $\delta_0 = 2D[n(k_0) - 1] - 2t$ 。此时(6)式可表示为

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi k_c}} \exp\left(-\frac{k'^2}{k_c^2}\right) \{1 + \cos[(k_0 + k')(\delta_0 + 2Dbk')]\} dk', \quad (8)$$

式中相位函数可简化为 $k\delta = \mu(k' + k_0)^2 - \alpha$ ，其中

$$k'_0 = \frac{2Dbk_0 + \delta_0}{4Db}; \quad \mu = 2Db; \quad \alpha = \frac{(2Dbk_0 + \delta_0)^2}{8Db} - k_0\delta_0 = 2Dbk'_0 - k_0\delta_0. \quad (9)$$

于是,干涉光强

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi k_c}} \exp\left(-\frac{k'^2}{k_c^2}\right) \{1 + \cos[\mu(k' + k_0)^2 - \alpha]\} dk' = \\ 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi k_c}} \operatorname{Re} \left\{ \exp(-j\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k'^2}{k_c^2} + j[\mu(k' + k_0)^2]\right] dk' \right\}, \quad (10)$$

式中积分求解为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) \exp[j\mu(x + x_0)^2] dx = \exp\left(-\frac{a\mu^2 x_0^2}{a^2 + \mu^2}\right) \exp\left(j\frac{a^2 \mu x_0^2}{a^2 + \mu^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(a - j\mu)x^2] dx. \quad (11)$$

令 $\rho = \sqrt{a^2 + \mu^2}$; $\varphi = \arctan\left(\frac{\mu}{a}\right)$, (11)式中的积分改写为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(a - j\mu)x^2] dx = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(\cos\varphi - j\sin\varphi)\rho x^2] dx = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(\cos\varphi - j\sin\varphi)x'^2] dx', \quad (12)$$

再由复变函数求广义积分^[18]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-x^2(\cos\varphi - j\sin\varphi)] dx = \sqrt{\pi} \exp\left(j\frac{\varphi}{2}\right); \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad (13)$$

得到

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(a - j\mu)x^2] dx = \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \exp\left(j\frac{\varphi}{2}\right), \quad (14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ak'^2) \exp[j\mu(k' + k_0)^2] dk' = \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \exp\left(-\frac{a\mu^2 k_0'^2}{a^2 + \mu^2}\right) \exp\left(j\frac{a^2 \mu k_0'^2}{a^2 + \mu^2}\right) \exp\left(j\frac{\varphi}{2}\right). \quad (15)$$

将(15)式代入(10)式得

$$I = 1 + \frac{1}{k_c \sqrt{\rho}} \exp\left(-\frac{a\mu^2 k_0'^2}{a^2 + \mu^2}\right) \operatorname{Re} \left\{ \exp\left[j\left(\frac{a^2 \mu k_0'^2}{a^2 + \mu^2} + \frac{\varphi}{2} - \alpha\right)\right] \right\} = \\ 1 + k_c^{-1} (a^2 + \mu^2)^{-1/4} \exp\left(-\frac{a\mu^2 k_0'^2}{a^2 + \mu^2}\right) \cos\left(\frac{a^2 \mu k_0'^2}{a^2 + \mu^2} + \frac{\varphi}{2} - \alpha\right), \quad (16)$$

结合(9)式和 $a = k_c^{-2}$, (16)式整理成

$$I(\delta) = 1 + [(2Dbk_c^2)^2 + 1]^{-1/4} \exp\left[-\frac{(2Dbk_c)^2}{(2Dbk_c^2)^2 + 1} k_0'^2\right] \times \\ \cos\left[\frac{(2Dbk_c^2)^2 2Dbk_0'^2}{(2Dbk_c^2)^2 + 1} - k_0\delta_0 - \frac{1}{2} \arctan(2Dbk_c^2)\right], \quad (17)$$

由于 $k'_0 = \frac{2Dbk_0 + \delta_0}{4Db} = \frac{D[n(k_0) + bk_0 - 1] - t}{2Db}$, 所以,干涉光强是随 t 周期变化的,为便于分析,设光强度包络的最大值处(即 $k'_0 = 0$ 处)相对于 M'_2 的距离为 t_0 , 此时由 $k'_0 = 0$, 有 $t_0 = D[n(k_0) + bk_0 - 1]$ 。将 k'_0 和 δ_0 用 $t - t_0$ 表示, 即 $k'_0 = -\frac{t - t_0}{2Db}$, $k_0\delta_0 = -[2k_0(t - t_0) + 2Dbk_0^2]$, 得到以 $(t - t_0)$ 为变量的干涉光强解析表达式为

$$I(t - t_0) = 1 + [(2Dbk_c^2)^2 + 1]^{-1/4} \exp\left[-\frac{k_c^2}{(2Dbk_c^2)^2 + 1} (t - t_0)^2\right] \times$$

$$\cos\left[\frac{(2Dbk_c^2)^2}{(2Dbk_c^2)^2+1} \cdot \frac{(t-t_0)^2}{2Db} + 2k_0(t-t_0) + 2Dbk_0^2 - \frac{1}{2}\arctan(2Dbk_c^2)\right]. \quad (18)$$

由(18)式描述的光强分布如图2所示,其中 P 为可见度, δ_i 为取 P 的最大值与 I 的最大值时 $t-t_0$ 的取值差值。

为验证上述结果的正确性,可设介质为无色散介质, $b=0$,可得 $I = 1 + \exp[-k_c^2(t-t_0)^2]\cos[2k_0(t-t_0)]$,这正是无色散介质的计算结果,说明(18)式是更普遍的非白光干涉光强表达式。

2.3 干涉光强表达式应用于白炽灯光源目视观测

(18)式的推导前提是使用高斯型功率谱的光源,此结论还可扩展应用于白炽灯光源,该光源光谱覆盖了全部可见光频率范围,且近似认为在可见光范围内辐射为常数。若用人眼直接观察干涉现象,由于人对不同频率的光的视觉响应可用视觉函数表示,设以 k 为变量的视觉函数为 $V(k)$,由文献[19]报道的数据可作 $V(k)$ 曲线如图3所示,可以看出,视觉函数仍可用高斯函数近似,这时 $k_c \approx 1.245 \mu\text{m}^{-1}$, $k_0 = 2\pi/0.555 \mu\text{m}^{-1}$,经过这样处理之后就可直接运用(18)式。

3 干涉条纹可见度

由干涉条纹可见度 P 的定义^[20]和(18)式可求得

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = [(2Dbk_c^2)^2 + 1]^{-1/4} \times \exp\left[-\frac{k_c^2}{(2Dbk_c^2)^2 + 1}(t-t_0)^2\right], \quad (19)$$

式中 I_{\max} 与 I_{\min} 分别为干涉光强度最大和最小值。可见度 P 曲线与光谱密度形状相似,同为高斯函数形式。由(19)式,可见度最大值 P_{\max} 发生在 $t=t_0$ 处,其值为

$$P_{\max} = [(2Dbk_c^2)^2 + 1]^{-1/4}, \quad (20)$$

由(20)式可见, P_{\max} 随光谱宽度 k_c 、介质厚度 D 以及色散 b 的增大而降低。图4是介质为K9玻璃,色散 $b=2.4 \times 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$, $D=4.919 \text{ mm}$ 时,以白炽灯为光源,目视观测 $k_c=1.245 \mu\text{m}^{-1}$,以及白炽灯光源加滤光镜得到 $k_c=0.135 \mu\text{m}^{-1}$,两种光谱的可见度 $P(t-t_0)$ 曲线。

3.1 可见干涉条纹的范围——相干长度

设 P_{\min} 为可分辨干涉条纹可见度的最小值,以 $P > P_{\min}$ 作为可见干涉条纹的范围 Δt ,由(19)式可得

$$\Delta t = \frac{2}{k_c} \sqrt{-[(2Dbk_c^2)^2 + 1] \times \ln\{[(2Dbk_c^2)^2 + 1]^{1/4} P_{\min}\}}, \quad (21)$$

若以可见度下降为最大值的 $1/e$ 作为干涉条纹可见范围,则

$$\Delta t = \frac{2}{k_c} \sqrt{(2Dbk_c^2)^2 + 1}. \quad (22)$$

可见对给定的光源,一般来说 D 愈大,条纹可见范围愈大。(21)式同时说明,由于介质色散的原因,相干长度要比无色散时大,但这是以牺牲最大可见度为代价的。

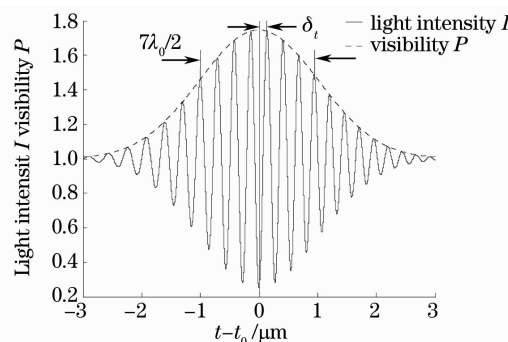


图2 考虑介质色散时的干涉光强分布
Fig. 2 Distribution of interference light intensity considering dielectric dispersion

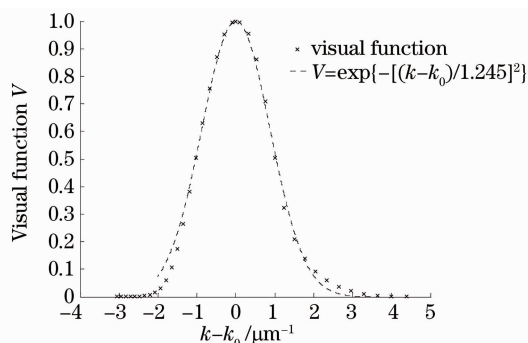


图3 使用白炽灯光源时,目视观测时的光谱响应
Fig. 3 Spectral response of visual observation with incandescence lamp

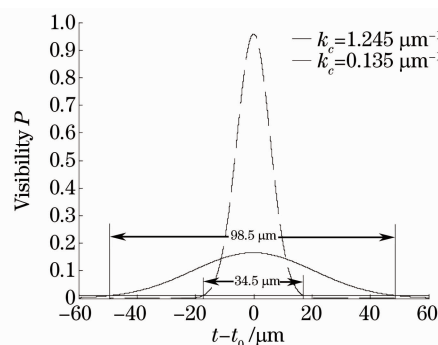


图4 P 随 $t-t_0$ 变化的曲线
Fig. 4 Curves of P versus $t-t_0$

3.2 提高零光程差位置测量精度的途径

由于接收装置记录的是光强度的交流分量,而交流分量的振幅正是干涉条纹的可见度,在可见度最大值 P_{\max} 较大的情况下,可见条纹范围 Δt 愈小,则最大可见度的位置定位更准确。

无色散 $b = 0$ 时,由(21)式知, $P_{\max} = 1, \Delta t = \frac{2}{k_c} \sqrt{-\ln P_{\min}}, \Delta t \propto 1/k_c$ 。当介质有色散 $b \neq 0$ 时,有下列三种情况:1) 当介质厚度 D 很小,以致 $(2Dbk_c^2)^2 \ll 1$ 时, $P_{\max} \approx 1, \Delta t$ 接近于无色散时的情况, $\Delta t \propto \frac{1}{k_c}$, k_c 大则 Δt 小,且 Δt 受 D 变化的影响很小;2) 当 D 较大,以致 $(2Dbk_c^2)^2 \gg 1$ 时, $\Delta t \approx 4Dbk_c \sqrt{-\ln[(2Dbk_c^2)^{1/2} P_{\min}]}$, 对确定的 $k_c, \Delta t$ 随 D 值增大而近似成正比增大,且远大于无色散时的 Δt 。 D 一定时, Δt 随 k_c 增大而增大;3) 当 $2Dbk_c^2$ 接近于 1 时,由(21)式可知, Δt 随 k_c 不是线性变化的,对给定的 D ,在某个谱线宽度 k_{cm} 时, Δt 具有极小值 Δt_m ,可求得,当 $\omega = 2Dbk_{cm}^2$ 取值满足

$$P_{\min} = [\omega^2 + 1]^{-1/4} \exp\left[-\frac{\omega^2}{2(\omega^2 - 1)}\right] \quad (23)$$

时 Δt 有最小值

$$\Delta t_m = \frac{\sqrt{2}}{k_c} \sqrt{\frac{\omega^2(\omega^2 + 1)}{\omega^2 - 1}}, \quad (24)$$

此情况与无色散时的 $\Delta t_{b=0}$ 比较可得

$$\frac{\Delta t_m}{\Delta t_{b=0}} = \frac{\sqrt{\omega^2 + 1}}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 - 1}{2\omega^2} \ln(\omega^2 + 1)}}, \quad (25)$$

根据(23)式和(25)式,在图 5 中同时画出 $\omega, \Delta t_m/\Delta t_{b=0}$ 随 P_{\min} 变化的曲线。

若给定了观测装置的最小可见度 P_{\min} ,则由(23)式可求得 Δt 有最小值 Δt_m 时的 ω 值,由图 5 可见,若 P_{\min} 取值范围在 0.01~0.30,相应的 ω 取值范围在 1.062~1.488。为提高测量精度, Δt 取值尽可能小,若被测 D 范围确定后,应该选用光源的谱宽度 k_c 使 $2Dbk_c^2 \approx 1 \sim 1.5$ (具体数值视 P_{\min} 由(23)式得到)。另外,即使 Δt 取最小值 Δt_m ,它也是对应的 P_{\min} 在无色散时的 1.43~1.60 倍。可见,介质色散使条纹可见范围大。由(20)式还可求得, Δt 取最小值时,对应的 P_{\max} 在 0.828~0.697 范围变化,这对测量也是有利的。

通过以上讨论可知,由接收装置确定的 P_{\min} 值,求得满足(23)式的 ω 值,然后根据 D 的取值范围,由 $k_{cm} = \sqrt{\frac{\omega}{2Db}}$ 求得 Δt 取最小值 Δt_m 时的光谱宽度,依此来选取光源,有利于提高零光程位置的定位精度。

图 6 为 P_{\min} 取 0.01, D 分别为 0, 1.155, 4.919, 8.146 mm 时, K9 玻璃色散为 $b = 2.4 \times 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$ 时经由(21)式计算求得的 $\Delta t \sim k_c$ 曲线。为了证明上述结论,实验时采用了两种不同的光源,其一是白炽灯光源,采用目视观测,考虑视觉函数后可与 $k_c = 1.245 \mu\text{m}^{-1}$ 的高斯型光谱等效,另一光源是白炽灯加一滤光镜,得到 $k_c = 0.135 \mu\text{m}^{-1}$ 高斯型光谱,两光谱的 Δt 计算与实验结果如表 1 所列,实验与计算结果较为吻合。

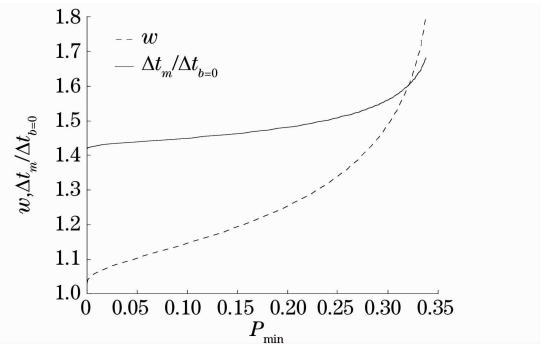


图 5 ω 和 $\Delta t_m/\Delta t_{b=0}$ 随 P_{\min} 变化的曲线
Fig. 5 Curves of ω and $\Delta t_m/\Delta t_{b=0}$ versus P_{\min}

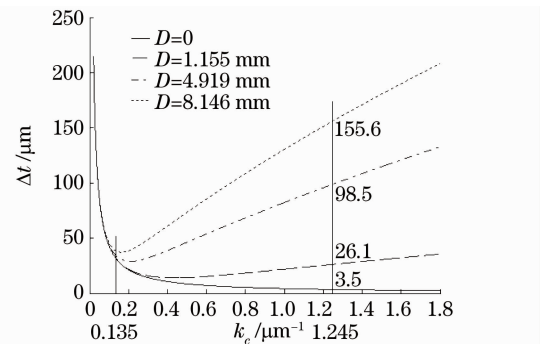


图 6 K9 玻璃的 Δt 随 k_c 变化的曲线
Fig. 6 Curves of Δt versus k_c of K9 glass

表 1 D 取不同值时 Δt 的计算与测量结果比较Table 1 Comparison between measured and calculated results of Δt with different thickness D

D / mm	$\Delta t / \mu\text{m} (k_c = 1.245 \mu\text{m}^{-1})$		$\Delta t / \mu\text{m} (k_c = 0.135 \mu\text{m}^{-1})$	
	Calculated	Measured	Calculated	Measured
0	3.5	7.1 ± 0.3	31.8	28.6 ± 3.5
1.155	26.1	28.1 ± 0.3	31.9	29.4 ± 0.9
4.919	98.5	101.2 ± 0.5	34.5	30.7 ± 0.8
8.146	155.6	150 ± 5	38.6	40.8 ± 2.3

3.3 Δt 在测量中的应用

1) 测光源的光谱宽度。利用迈克耳孙干涉仪白光干涉, 测出在不加介质时的可见度曲线, 由此曲线与高斯曲线拟合, 求得可见度下降为 e^{-1} 时镜 M_1 的扫描范围 Δt_0 , 由(22)式知

$$k_c = 2/\Delta t_0. \quad (26)$$

2) 测量色散。测量得到加入介质 D 的可见度曲线, 求得可见度下降为 $1/e$ 时动镜 M_1 的扫描范围 Δt_D 。由(22)式和(26)式可知

$$b = \frac{(\Delta t_0)^2}{8D} \sqrt{\left(\frac{\Delta t_D}{\Delta t_0}\right)^2 - 1}. \quad (27)$$

3) 测量群折射率。按“零光程法”, 由可见度最大处对应的 t_0 值计算折射率的公式为 $n_m = 1 + \frac{t_0}{D}$; 将 $t_0 = D[n(k_0) + bk_0 - 1]$ 代入得到

$$n_m = n(k_0) + bk_0, \quad (28)$$

由(28)式可见折射率测量值并非中心波数 k_0 处的折射率 $n(k_0)$, 而正是由群速度 v_g 定义的折射率 c/v_g 即群折射率^[17]。

这个结果的物理解释是, 参与叠加的波的振幅值愈接近, 可见度愈大。而只有当两相干光波包最大处重叠时, 参与叠加的两光束的振幅才最接近。然而, 波包传播的速度是群速, 所以, 欲使波包最大处重叠, 参与叠加的两光波应是以群速定义的光程(群速乘以几何路程)差为零。

4 干涉条纹光强变化的相位分析

4.1 P_{\max} 与最大光强位置并不一定重合

由(18)式知, 光强度变化的相位项为

$$\Psi = \left[\frac{(2Dbk_c^2)^2}{(2Dbk_c^2)^2 + 1} \cdot \frac{(t - t_0)^2}{2Db} + 2k_0(t - t_0) + 2Dbk_0^2 - \frac{1}{2} \arctan(2Dbk_c^2) \right]. \quad (29)$$

可见度最大处 ($t = t_0$) 的相位 $\Psi = 2Dbk_0^2 - \frac{1}{2} \arctan(2Dbk_c^2)$ 与介质及光源有关。而且 $2Dbk_0^2$ 是中心波数处的相折射率 $n(k_0)$ 与该处群折射率 $n_g(k_0)$ 的差值 bk_0 在介质中往返形成的相位, $-\frac{1}{2} \arctan(2Dbk_c^2)$ 可看作是由于介质色散的原因, 不同频率的光强非相干叠加引起的附加相位。由于 $t = t_0$ 时相位不能准确求得, 光强最大与可见度最大处位置的最大偏差为 $\pm \lambda_0/4$ 。所以, 用光强最大位置定位零光程差点 t_0 , 其精度从理论上难以突破 $\lambda_0/4$, 这一点在白光干涉测量的相关文献中并未明确。

4.2 条纹变化的周期随延迟量 t 的增大而减小

由于色散的原因, 光强变化有相位项中含有 $(t - t_0)^2$ 项, 意味着干涉条纹随 t 的变化周期并非均匀, 而是随 t 的增大而减小, 但若以 t_0 为中心上下对称取值为 $\Delta t/2$, 其相位的变化量为 $\Delta\Psi$, 由(29)式可知, $\Delta\Psi = 2k_0\Delta t$, 可见 $\Delta\Psi$ 与介质无关。当取 $\Delta\Psi = 2m\pi$ 时, $\Delta t = m \frac{\lambda_0}{2}$ 。因此即便介质有色散, 仍可用此法测中心波长 λ_0 , 但镜 M_1 扫描要以可见度最大处为中心。

5 结 论

1)在双光束干涉中,针对功率谱呈高斯分布的光源或宽带白光源但记录介质的光谱响应呈高斯分布的情况,考虑了介质色散,得到了干涉条纹的光强与扫描镜位置关系的解析式;2)白光干涉中采用的零光程差法测量,干涉条纹可见度最大值的条件,是群光程差为零,由此方法测量所得的折射率为群折射率,并非通常所指的(相)折射率;3)零光程差法测量中,可见度最大处与干涉光强最大处不一定重合,若采用干涉光强最大来定位零光程差,理论上会有 $\lambda_0/4$ 的系统误差。这一点,对于白光干涉测量中确定零光程差位置 t_0 时值得引起注意;4)指出了提高零光程差位置的测量精度时对光源的选取原则;5)讨论了显现干涉条纹情况下动镜的扫描范围,并用不同谱宽度的光源进行了实验验证。提出了利用白光干涉测量介质色散的一种方法。

参 考 文 献

- 1 Y. J. Rao, D. A. Jackson. Recent progress in fibre optic low-coherence interferometry[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1996, **7**(7): 981~999
- 2 S. S. C. Chim, G. S. Kino. Three-dimensional image realization in interference microscopy[J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(14): 2550~2553
- 3 B. L. Danielson, C. Y. Boisrobert. Absolute optical ranging using low coherence interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(21): 2975~2979
- 4 K. Kasaya, Y. Yoshikani, H. Ishii. Measurements of a semiconductor waveguide using a low-coherence interferometric reflectometer[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1996, **8**(2): 251~253
- 5 W. V. Sorin, D. F. Gray. Simultaneous thickness and group index measurement using optical low-coherence reflectometry [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1992, **4**(1): 105~107
- 6 S. Diddams, J. C. Diels. Dispersion measurements with white-light interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1996, **13**(6): 1120~1129
- 7 Li Maohe, Zhang Meidun. Refractive index measurement by optical fiber Michelson interferometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1294~1296
李毛和, 张美敦. 用光纤迈克尔逊干涉仪测量折射率[J]. *光学学报*, 2000, **20**(9): 1294~1296
- 8 Zhang Chengping, Li Tianchu, Wang Minming *et al.*. Measurement of group refractive index of fibers using semi-coherent interference[J]. *Optical Technique*, 2000, **26**(2): 153~155
张诚平, 李天初, 王民明 等. 准相干干涉法测量光纤群折射率[J]. *光学技术*, 2000, **26**(2): 153~155
- 9 Yang Tianbo, Guo Hong, Li Dacheng. The summary of algorithms for white-light scanning interferometry[J]. *Optical Technique*, 2006, **32**(1): 115~117
杨天博, 郭宏, 李达成. 白光扫描干涉测量算法综述[J]. *光学技术*, 2006, **32**(1): 115~117
- 10 K. G. Larkin. Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(4): 832~843
- 11 P. Sandoz, R. Peoiller, A. Plata. Unambiguous profilometry by fringe order identification in white-light phase-shifting interferometry[J]. *J. Mod. Opt.*, 1997, **44**(3): 519~534
- 12 R. J. Recknagel, G. Notni. Analysis of white light interferograms using wavelet methods[J]. *Opt. Commun.*, 1998, **148**(1-3): 122~128
- 13 P. de Groot, L. Deck. Surface profiling by analysis of white-light interferograms in the spatial frequency domain[J]. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(2): 389~401
- 14 P. de Groot, X.-C. de Lega, J. Kramer *et al.*. Determination of fringe order in white-light interference microscopy[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(22): 4571~4578
- 15 Zhang Jinghua, Wang Chunhua. Affect of power spectrum of source on white-light interference measurement[J]. *Optical Technique*, 1997, **23**(5): 30~32
张靖华, 王春华. 光源功率谱对白光干涉测量的影响[J]. *光学技术*, 1997, **23**(5): 30~32
- 16 Huangfu Guoqing. Effect of dispersion and visual function on refractive index measurement by using white-light interference [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 117~122
皇甫国庆. 色散及视觉函数对白光干涉测折射率影响的分析[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 117~122
- 17 Cheng Lu. Principle of Optics and Development[M]. Beijing: Science Press, 1990. 380~391
程路. 光学原理及发展[M]. 北京: 科学出版社, 1990. 380~391

- 18 Li Jianlin. The Set of Analytic Solution on Function of Complex Variable and Integral Transform (2th Ed)[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1986. 126
李建林. 复变函数与积分变换典型题分析解集(第二版)[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1986. 126
- 19 Gong Zutong, Li Jingzhen. Handbook of Optics [M]. Xi'an: Publishing House of Science and Technology of Shanxi, 1986. 1355
龚祖同, 李景镇. 光学手册[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1986. 1355
- 20 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics (7th Ed)[M], Yang Jiasun *et al.* Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. 249
M. Born, E. Wolf. 光学原理(第七版上册)[M]. 杨葭荪等译. 北京: 电子工业出版社, 2005. 249