# 移相数字莫尔条纹图像滤波方法的研究

满玉春1,2,3 张忠玉1 李锐钢1 张学军1

(<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所光学技术中心,吉林长春 130033)

↓2 中国科学院研究生院,北京 100049;3吉林建筑工程学院,吉林 长春 130021 /

**摘要** 数字莫尔条纹滤波处理是利用莫尔条纹进行非球面检测的关键技术之一,滤波结果直接影响非球面检测的 精度,分别从空域和频域两个角度对滤波算法进行了讨论分析,并进行了模拟实验。结果表明,经两种方法处理后 恢复的波面得到了较好的结果,全孔径相位分布残差的均方根(RMS)值分别为 0.024λ 和 0.035λ,证明了滤波方法 是可行的。

关键词 测量;数字莫尔条纹;空域滤波;频域滤波;傅里叶变换
 中图分类号 TP751 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP48.051001

# Research on Filtering Method of Phase Shifting Digital Moiré Patterns

Man Yuchun<sup>1,2,3</sup> Zhang Zhongyu<sup>1</sup> Li Ruigang<sup>1</sup> Zhang Xuejun<sup>1</sup>

 $^1$  Optical Technology Research Center, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,

Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

 $^{\rm 2}\,Graduate$  University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049 , China

<sup>3</sup> Jilin Architectural and Civil Engineering Institute, Changchun, Jilin 130021, China

**Abstract** Digital Moiré patterns filter processing is a key technique of aspheric testing by using the Moiré patterns, and the filtering result immediately influences the precision of aspheric testing. The discussion analysis is carried on from the spatial domain and the frequency domain. And the modeling is also carried on. The root mean square (RMS) of the full aperture phase distribution residual error is separately  $0.024\lambda$  and  $0.035\lambda$ , and the results show that the filtering method is feasible.

Key words measurement; digital Moiré patterns; spatial domain filter; frequency domain filter; Fourier transformation

OCIS codes 100.2000; 140.3640; 120.6650; 240.6700

# 1 引 言

数字莫尔条纹干涉术检验非球面能够实时观察和处理莫尔条纹,因此要求莫尔条纹的获得和滤波处理 简捷,且滤波后的莫尔条纹强度分布为余弦分布。数字莫尔条纹法是将实际干涉图利用数字采集装置将干 涉条纹变为数字量,再与由计算机生成的参考干涉图叠加而得到。然而,因为在叠加时使用了两幅条纹图, 所以每幅图像的信息都会出现在合成的莫尔条纹图像中,其中部分信息并不是莫尔条纹分析所需要的,有时 还会引入噪声和位置误差,降低了莫尔条纹的对比度和清晰度,造成了测量中的干扰因素,这给条纹分析带 来了麻烦。因此,为了得到能反应非球面面形特征的叠加数字莫尔条纹,在叠加数字莫尔条纹算法中,最重 要的是在保有原始条纹图有用信息的基础上最大限度地滤除莫尔条纹图中的干扰项和各种噪声。本文提出 了从空域和频域两个角度对叠加数字莫尔条纹进行滤波处理,结果表明两种方法都可得到较好的滤波效果。

收稿日期: 2010-08-18; 收到修改稿日期: 2010-12-13

基金项目:国家杰出青年基金(69925512)资助课题。

作者简介:满玉春(1977一),男,博士研究生,主要从事光学非球面加工与检测等方面的研究。

E-mail: manyuchun@sohu.com

导师简介:张学军(1968-),男,研究员,博士生导师,主要从事先进光学制造技术方面的研究。E-mail: zxj@ciomp.ac.cn

# 2 数字莫尔条纹的合成方法及干涉图载频的获得

### 2.1 数字莫尔条纹的合成方法

目前常用的两种数字莫尔条纹合成算法有莫尔加法和莫尔乘法<sup>[1~3]</sup>。由于加法莫尔条纹不易被提取<sup>[4]</sup>,在此采用乘法叠加获得莫尔条纹,考虑两幅呈一维余弦分布的条纹图,两幅条纹图在 x 方向的周期分别为  $t_1$  和  $t_2$ ,其空间频率分别为  $f_1 = 1/t_1, f_2 = 1/t_2$ ,则两幅干涉图的光强可写为

$$I_{t} = I_{0}(x, y) \{ 1 + \gamma \cos[2\pi f_{1}x + \phi_{0}(x, y)] \}, \qquad (1)$$

$$I_{i} = I_{0}(x, y) \left[ 1 + \gamma \cos(2\pi f_{2}x + \phi_{i}) \right], \qquad (2)$$

式中 γ 为载波系数, ø<sub>0</sub>(x, y)、 h 分别为待求波面相位和参考波面相位, 将(1)式和(2)式相乘得

$$I = I_0^2(x, y) + I_0^2(x, y)\gamma \cos[2\pi f_1 x + \phi_0(x, y)] + I_0^2(x, y)\gamma \cos(2\pi f_2 x + \phi_i) +$$

$$\frac{1}{2\gamma I_0^2}(x,y)\cos\left[\left(2\pi f_1x+\phi_0(x,y)+2\pi f_2x+\phi_i\right)\right]+$$

$$1/2\gamma I_0^2(x,y) \cos[(2\pi f_1 x + \phi_0(x,y) - 2\pi f_2 x - \phi_i)], \qquad (3)$$

式中右边第1项是均匀的通过率;第2,3项保持原有的两幅条纹的周期结构;第4项为和频项,其空间频率 是相叠加的两幅条纹图的空间频率之和;第5项为差频项,其空间频率是相叠加的两幅条纹图空间频率之 差,在实际应用中,两幅叠加条纹有较高的空间频率且十分接近,所以第2、3、4项有较高的空间频率,而第5 项有较低的空间频率,即差频项,通过适当的滤波算法将其从其他项中分离出来,以提取莫尔条纹,得到的光 强可表示为

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi(f_1 - f_2)x + \phi_0 - \phi_i],$$
(4)

式中A(x,y)和B(x,y)分别为倾斜因子和调制因子。如果 $f_1 = f_2$ ,通过四步移项算法: $\phi_i = 0, \pi/2, 3\pi/2, 2\pi$ ,可以求得 $\phi_0(x,y)$ 。

## 2.2 待测干涉图载频的获得

为使待测干涉图载频 f<sub>1</sub> 与参考干涉图载频 f<sub>2</sub> 接近或相等,必须对待测干涉图进行处理以获得其接近 值或准确值,将(1)式整理为

$$I = a + b \cos[2\pi f_1 x + \phi_0(x, y)].$$
(5)

将(5)式变化为

$$I(x,y) = a(x,y) + c(x,y)\exp(i2\pi f_1 x) + c^* (x,y)\exp(-i2\pi f_1 x),$$
(6)

式中 $c(x,y) = 0.5b \exp[i\phi_0(x,y)]$ ,将(6)式作二维傅里叶变换可得

$$I(u,\nu) = A(u,\nu) + c(u - f_1,\nu) + c^* (u + f_1,\nu),$$
(7)

其中 A(u,v) 是干涉图的背景光强的频谱即零级谱分布函数, $c(u - f_1,v)$  为正一级谱分布函数, $c^*(u + f_1,v)$  是 负一级谱分布函数,函数 I(u,v) 在( $f_1$ ,0), ( $-f_1$ ,0) 和原点处有峰值,如图 1 所示。将待测干涉图经过傅里叶 变换及屏蔽零级谱后,求出频谱最大值所对应的位置来确定待测干涉图的载频,如图 2 所示。



## 3 数字莫尔条纹滤波处理

#### 3.1 数字莫尔条纹空域低通滤波

空域滤波是通过将所设计的滤波器的单位脉冲响应 与信号进行卷积来实现滤波,选用有限脉冲响应(FIR) 数字滤波器,FIR 数字滤波器的设计方法有窗函数法、频 率转换法、频率采样法及切比雪夫逼近法等<sup>[5]</sup>。通过比 较选择窗函数法,在用窗函数法设计滤波器时,是用窗函 数w(n)截断理想单位脉冲响应 $h_d(n)$ 得到h(n),以有限 长h(n)近似理想的 $h_d(n)$ ,这样得到的频率响应  $H[\exp(iw)]$ 逼近理想的频率响应 $H_d[\exp(iw)]$ ,其数 学表达形式为

$$h(n) = h_{\rm d}(n) \times w(n), \qquad (8)$$

$$H[\exp(iw)] = H_{d}[\exp(iw)] * W[\exp(iw)].$$
(9)

根据(8)式和(9)式,设计得到的滤波器的频率响应 是理想频率响应与窗函数频谱的卷积,窗函数的类型和 长度不同,设计得到的滤波器也不同,为达到较好的滤波 效果一般要求窗函数主瓣尽可能地窄,以获得较陡的过 渡带; 边瓣峰值相对主瓣尽可能得小, 可使能量集中在主 瓣中,减少边峰和余振,提高阻带衰减<sup>[6]</sup>。但通常这两个 指标不能同时达到最佳,常用的窗函数是在这两个因数 之间取得适当的折中。为获得较窄的过渡带和较好的阻 带衰减,常采用汉宁(Hann)窗和汉明(Hamming)窗进行 滤波器设计[6]。通过计算机模拟比较研究,为获得较好 的阻带衰减,以实现无效信息的屏蔽,同时为使过渡带不 易太长。选用了 Hamming 窗进行滤波器设计,为了不 失一般性对由(1)式表达的待测干涉图增加了均值为零, 方差为 0.02 的高斯噪声,如图 3 所示。并运用了上述方 法滤波对照图 4 和 5 可以看出高频分量部分得到较好的 抑制。

#### 3.2 数字莫尔条纹频域低通滤波

图像的频域滤波处理,首先要考虑如何将图像从空 域变换到频域,这是由二维傅里叶变换实现的, *M*×*N*的 二维图像 *f*(*x*,*y*)的傅里叶变换频谱表示为





图 4 乘法叠加莫尔条纹图 Fig. 4 Multiplication superimposes Moiré patterns



图 5 Hamming 窗滤波后莫尔条纹图 Fig. 5 Moiré patterns after Hamming window filter

$$F(u,\nu) = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \exp[-j2\pi(ux/M + \nu y/N)], \qquad (10)$$

式中 x,y分别为图像的空间变量,u,v分别为图像的频率变量<sup>[7]</sup>。由(3)式得,莫尔条纹对应低频分量,对图 像采用低通滤波方法处理,其意义在于分析图像信号的频率特性时,一幅图像的边缘、跳跃部分以及颗粒噪 声代表图像信号的高频分量,利用低通滤波方法可滤除图像中的高频部分及噪声,使图像得到平滑,卷积定 理可表示为

$$G(u,\nu) = H(u,\nu)F(u,\nu), \qquad (11)$$

式中 *F*(*u*,*v*) 是含高频分量图像的傅里叶变换频谱,*G*(*u*,*v*) 是低通平滑处理后图像的傅里叶变换频谱, *H*(*u*,*v*) 是传递函数。选择合适的传递函数 *H*(*u*,*v*),可以使 *F*(*u*,*v*) 的高频分量得到有效衰减,得到滤波后的 频谱 *G*(*u*,*v*),常用的频域低通滤波器有理想低通滤波器、指数低通滤波器、巴特沃斯(Butterworth)低通滤 波器、梯形低通滤波器。在此利用频率转换的方法获得低通滤波器,并对图 3 中含有噪声的图像进行低通滤 波处理,通过模拟实验对比分析,滤波的效果相对比其他几种滤波方式的结果较好,如图 3,4,6 所示。

## 3.3 数字莫尔条纹滤波前后频谱分析

通过对图 4 的含有噪声的乘法叠加莫尔条纹进行傅里叶变换,其频谱分布如图 7 所示,将莫尔条纹图像 经过空域及频域滤波后其频谱分布如图 8,9 所示,与图 7 中的结果相比较,可以明显看出高频分量得到很好 的抑制,说明滤波方法的运用及相应滤波参数的选择是正确的。







图 8 空域滤波莫尔条纹中间行频谱 Fig. 8 Middle row frequency spectrum of Moiré patterns after spatial domain filter







图 9 频域滤波莫尔条纹中间行频谱 Fig. 9 Middle row frequency spectrum of Moiré patterns after frequency domain filter

# 4 计算机仿真实验

利用上述两种低通滤波方法,结合相位展开算法<sup>[8~11]</sup>、移项技术<sup>[2]</sup>,对于用前9项泽尼克(Zernike)多项 式的线性组合构造的单位光瞳数字波面进行处理,重构的全孔径相位与输入的全孔径相位残差 Δw 的峰谷 (PV)值与均方根(RMS)值分别为

$$\begin{cases} f_{\rm PV_s} = \Delta w_{\rm max} - \Delta w_{\rm min} = 0.0814031\lambda \\ V_{\rm RMS_s} = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (\Delta w_i - \overline{\Delta w_i})^2\right]^{1/2} = 0.0237561\lambda \\ f_{\rm PV_f} = \Delta w_{\rm max} - \Delta w_{\rm min} = 0.2537219\lambda \\ V_{\rm RMS_f} = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (\Delta w_i - \overline{\Delta w_i})^2\right]^{1/2} = 0.0346570\lambda \end{cases}$$

式中下标 s,f 分别代表空域和频域滤波方法,对比得到的波面如图 10~12 所示,可见滤波方法是可行的。



图 10 输入的全孔径三维相位波面 Fig. 10 3-D map of full aperture

(12)



图 11 空域滤波处理恢复三维波面 Fig. 11 3-D map of full aperture after spatial domain filter



图 12 频域滤波处理恢复三维波面 Fig. 12 3-D map of full aperture after frequency domain filter

# 5 结 论

利用空域和频域滤波方法处理恢复得到的相位波面,通过对比分析表明,这两种方法都得到了较好的测量结果,空域滤波相对比较灵活,可以通过调节窗函数的类别、阶数、截止频率等达到较好的滤波效果,频域滤波变化的参数相对较少,容易控制。从实现方法来看,空域滤波是通过图像与窗函数卷积实现的,而频域滤波是将图像变换到频域,通过图像频谱与滤波窗相乘再做逆傅里叶变换到空域实现的,相对于空域滤波处理运算量大。通过分析两种滤波方式是可行的,但对不同的条纹图像,其滤波的效果受到干涉图载频的确定、滤波器类型的选择及其阶数等因数的影响,这就要求在实际测量中进一步优化滤波算法。

#### 参考文献

- 1 J. Kato, I. Yamaguchi, T. Nakamura *et al.*. Video-rate fringe analyzer based on phase-shifting electronic moirépatterns [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(32): 8403~8412
- 2 Cheng Shidong, Zhang Xuejun, Zhang Zhongyu et al.. Deep aspheric testing based on phase-shift electronic Moire parrents [J]. Optics and Precision Engineering., 2003, 11(3): 250~255

程仕东,张学军,张忠玉等.基于相移电子莫尔条纹的深度非球面检测[J].光学精密工程,2003,11(3):250~256

- 3 M. De Angelis, S. De Nicola, P. Ferraro. Analysis of moiréfringes formeasuring the focal length of lenses[J]. Opt. Lasers Eng., 1998, **30**: 279~286
- 4 Hao Qun, Ding ling, Li Mengjuan *et al.*. Moiré filtered compositive method used in digital Moiréinterforometry[J]. Optical Technique, 2006, **32**(1): 81~84

郝 群,丁 凌,栗孟娟等.用于数字莫尔干涉术的莫尔滤波合成法[J].光学技术,2006,32(1):81~84

- 5 Z. Gao, S. X. Zhou, Y. X. Hu. High-speed fringe analysis by using Stair-shaped virtual grating demodulation[J]. Opt. Lasers Eng., 1997, 28(6): 411~422
- 6 Wang Shiyi. Digital Signal Processing[M]. Beijing: Beijing Institute Technology Press. 1997 王世一,数字信号处理[M].北京:北京理工大学出版社,1997
- 7 R. C. Gonzalez, R. E. Woods. Digital Image Processing [M]. Ruan Qiuqi, Ruan Yuzhi Transl, 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003. 207~210
- R. C. 风萨雷斯, R. E. 温茨. 数字图像处理[M]. 阮秋琦, 阮宇智 译, 第二版. 北京: 电子工业出版社, 2003. 207~210
- 8 Li Yong, Su Xianyu. Fast algorithm for reliability-guided phase unwrapping [J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 32(11): 76~79
- 李 勇,苏显渝.用于可靠性导向相位展开的快速算法[J].光电工程,2005,32(11):76~79
- 9 Ma Shaopeng, Jin Guanchang, Dai Shuhong. 3D profilometry system based on temporal phase unwrapping method[J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(5): 395~397
  - 马少鹏,金观昌,代树红.应用时域相位解包方法的三维形貌测量系统[J].光学技术,2002,28(5):395~397
- 10 Yang Fujun, He Xiaoyuan, Wang Yunshan. A novel approach for phase demodulation from a single fringe pattern[J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(8): 1257~1260

杨福俊,何小元,王蕴珊.一种新的单幅条纹图的相位解调方法[J].光子学报,2005,34(8):1257~1260

11 Yang Fengtao, Luo Jianglong, Liu Zhiqiang et al.. Comparison of six phase unwrapping algorithms[J]. Laser Technology, 2008, 32(3): 323~326

杨锋涛,罗江龙,刘志强等.相位展开的6种算法比较[J].激光技术,2008,32(3):323~326