# 90°临面入射体全息成像系统的深度分辨率

沈文梅<sup>1,2</sup> 江竹青<sup>1</sup> 程国峰<sup>1</sup> 宋 蕾<sup>1</sup> 陶世荃<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>北京工业大学应用数理学院,北京100124;<sup>2</sup>河北建筑工程学院数理系,河北 张家口 075024)

**摘要** 研究了 90°临面入射体全息成像系统的三维成像特性。体全息光栅由球面信号光波和平面参考光波干涉记录,并以原信号光作为探测光波进行成像。当探测点光源的位置发生变化时,由于体全息光栅的布拉格选择性,可引起衍射成像光场的显著变化。利用衍射理论计算体全息成像系统的点扩展函数,评价成像系统的纵度和深度分辨率特性。结果表明,探测点光源的位置沿着 z 轴移动时,衍射光场变化明显。 关键词 全息;体全息成像系统;临面入射;点扩展函数;深度分辨率 中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP48.050901

# Depth Resolution of 90° Geometry Volume Holographic Imaging System

Shen Wenmei<sup>1,2</sup> Jiang Zhuqing<sup>1</sup> Chen Guofeng<sup>1</sup> Song Lei<sup>1</sup> Tao Shiquan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China <sup>2</sup> Department of Mathematics and Physics, Hebei Institute of and Architecture and Civil Engineering, Zhangjiakou, Hebei 075024, China

**Abstract** Diffraction imaging characteristics of a  $90^{\circ}$  geometry volume holographic imaging system are investigated. Volume holographic grating, used as a volume holographic imaging lens in the imaging system, is recorded via illuminating the recording medium with a spherical signal beam and a plane reference beam. According to Bragg selectivity of volume holographic grating, the Bragg mismatch of diffraction imaging in z direction significantly decreases diffraction efficiency. The point spread function (PSF) of volume holographic imaging system is employed to analyze diffraction imaging characteristics and estimate depth resolution. The results show that the observed diffraction field obviously changes with the displacement of point source in z direction.

**Key words** holography; volume holographic imaging system; 90° geometry; point spread function; depth resolution **OCIS codes** 090.7330; 110.6880

# 1 引 言

随着当代信息技术的飞速发展,信息的大规模存储、传输和处理一直是研究的热点。体全息光栅广泛应 用于光学存储的相关领域<sup>[1~5]</sup>。体全息成像系统是结合一个作为光学场处理的体全息透镜成像系统<sup>[6]</sup>,通 过一束球面信号光波(或平面信号光波)与一束平面参考光波在厚记录介质内干涉,可以记录下体全息光栅, 即体全息透镜,可用作体全息成像系统中的成像透镜。由于体全息光栅具有布拉格选择性,使得体全息成像 系统可以利用深度分层实现三维衍射成像。成像读出时,体全息光栅衍射的布拉格匹配条件决定了在参考 光波位置附近入射照明光波的衍射成像,探测器记录到的衍射场强度分布,就是体全息系统所成的图像,由 此可确定三维物体的空间位置以及光谱信息<sup>[7]</sup>。当成像探测光偏离参考位置时,由于布拉格失配,部分输入 信息不能通过系统传输,导致像面上的信号失真。根据体全息原理,在体全息成像系统中,可以采用点扩散 函数(PSF),描述系统的成像失真特性,具体评价成像系统的深度分辨率<sup>[8]</sup>。

收稿日期: 2010-08-04; 收到修改稿日期: 2010-10-09

基金项目:北京市教委科研计划项目(KM200910005033)资助课题。

作者简介: 沈文梅(1968一),女,副教授,主要从事体全息成像方面的研究。E-mail:shenwenm@sohu.com

导师简介: 江竹青(1963-),女,博士,教授,主要从事体全息存储和成像技术、光信息处理等方面的研究。

E-mail:zhuqjiang@bjut.edu.cn

本文研究了 90°临面入射体全息成像系统,当探测点 光源沿 z 方向移动时,通过计算体全息成像系统的 PSF,来分析以球面信号光波和平面参考光波记录的体 全息光栅的成像特性。

## 2 体全息光栅衍射成像理论

根据体全息光栅的布拉格选择性,体全息成像系统 可以对物体进行光学层析成像。本文采用体全息光栅成 像系统的 PSF 分析体全息成像系统的深度分辨率。

#### 2.1 体全息光栅的记录





以一束球面信号光波和一束平面参考光波制作体全 息光栅<sup>[9,10]</sup>。体光栅的记录原理如图1所示,将坐标轴建立在记录介质中心处,这里所涉及的波长和角度都 是指在记录材料内部的。

假设入射的球面信号光波的点光源位于 $\mathbf{r}_{r} = x_{r}\hat{x} + y_{r}\hat{y} + z_{r}\hat{z}$ 处,则

$$E_{s}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}_{r},\boldsymbol{\lambda}_{r}) = \exp\left[\mathrm{i}\boldsymbol{k}_{s}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_{r})\right] = \exp\left[\mathrm{i}2\pi \frac{z-z_{r}}{\boldsymbol{\lambda}_{r}} + \mathrm{i}\pi \frac{(x-x_{r})^{2}+(y-y_{r})^{2}}{\boldsymbol{\lambda}_{r}(z-z_{r})}\right].$$
(1)

参考的平面波与 x 轴夹角为 $\theta$ ,且 $\theta \ll 1$ ,有

$$E_{\rm f}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\lambda}_{\rm r}) = \exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k}_{\rm f}\boldsymbol{r}) = \exp\left[-\mathrm{i}2\pi\left(1-\frac{u^2}{2}\right)\frac{x}{\boldsymbol{\lambda}_{\rm r}} + \mathrm{i}2\pi u\,\frac{z}{\boldsymbol{\lambda}_{\rm r}}\right]. \tag{2}$$

记录介质内光场强度分布为

 $I = |E_{s}(\mathbf{r}) + E_{f}(\mathbf{r})|^{2} = |E_{s}(\mathbf{r})|^{2} + |E_{f}(\mathbf{r})|^{2} + E_{s}^{*}(\mathbf{r})E_{f}(\mathbf{r}) + E_{f}^{*}(\mathbf{r})E_{s}(\mathbf{r}).$ 在记录中只有下面的一项对记录介质进行调制,其他的三项都是处于不匹配的情况,所以全息图中调制因 子为

$$\Delta \varepsilon(\mathbf{r}) = \left| E_{s}(\mathbf{r}) + E_{f}(\mathbf{r}) \right|^{2} \sim E_{f}^{*}(\mathbf{r}) E_{s}(\mathbf{r}).$$
(3)

#### 2.2 体光栅透镜的再现

其中,有

以球面光作为探测光波入射到体全息图上,分析衍射光场的变化,求得像面上光强度的分布,用来描述体全息光栅的成像特性。原理如图2所示。

当探测光源位于  $\mathbf{r}_{p} = x_{p}\hat{x} + y_{p}\hat{y} + z_{p}\hat{z}$  处,其光场分布表示为  $E_{p}(\mathbf{r};\mathbf{r}_{p},\lambda_{p}) = \exp[i\mathbf{k}_{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{p})] =$ 

$$\exp\left[i2\pi \frac{z-z_{\rm p}}{\lambda_{\rm p}} + i\pi \frac{(x-x_{\rm p})^2 + (y-y_{\rm p})^2}{\lambda_{\rm p}(z-z_{\rm p})}\right].$$
 (4)

假定观察到的 r<sup>"</sup>接近于 x 轴,则衍射积分近似为

$$E_{d}(\mathbf{r}'') = \iiint_{v} E_{p}(\mathbf{r}) \Delta \varepsilon(\mathbf{r}) \operatorname{circ}\left(\frac{\sqrt{x^{2} + y^{2}}}{R}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{z}{L}\right) \times \exp\left[i2\pi \frac{x'' - x}{\lambda_{r}} + i\pi \frac{(y'' - y)^{2} + (z'' - z)^{2}}{\lambda_{r}(x'' - x)}\right] d^{3}\mathbf{r}.$$
(5)

衍射图像分布在(y'', z''),经过傅里叶透镜后,  $y'' = \frac{y'}{\lambda F}, z'' = \frac{z'}{\lambda F},$ 将(1),(2),(4)式代入(5)式,经过整理后得  $E_{d}(y', z'; x_{p}, y_{p}, z_{p}) =$  $2\pi R^{2} \int_{-1}^{L/2} \exp[i\pi C(z)]\Gamma[2\pi A(z)R^{2}, 2\pi B(z)R]dz,$  (6)



图 2 90°临面入射体光栅透镜的再现原理图 Fig. 2 Schematic diagram of volume holographic imaging readout in 90° geometry

$$A(z) = \frac{1}{\lambda_{\rm p}(z-z_{\rm p})} - \frac{1}{\lambda_{\rm r}(z-z_{\rm r})}(7)$$

$$B_x(z) = -\frac{x_{\rm p}}{\lambda_{\rm p}(z-z_{\rm p})} + \frac{x_{\rm r}}{\lambda_{\rm r}(z-z_{\rm r})} + \frac{y'^2 + z'^2}{2\lambda_{\rm r}F^2} - \frac{\theta^2}{2\lambda_{\rm r}} + \frac{1}{\lambda_{\rm r}} - \frac{1}{\lambda_{\rm p}},$$
(8)

$$B_{y}(z) = -\frac{y_{p}}{\lambda_{p}(z-z_{p})} + \frac{y_{f}}{\lambda_{f}(z-z_{f})} - \frac{y'}{\lambda_{p}F},$$
(9)

$$B(z) = \left[ B_x(z)^2 + B_y(z)^2 \right]^{1/2},$$
(10)

$$C(z) = \frac{x_p^2 + y_p^2}{\lambda_r(z - z_p)} - \frac{x_r^2 + y_r^2}{\lambda_r(z - z_r)} + 2\left(\frac{\theta}{\lambda_r} - \frac{z'}{\lambda_p F} + \frac{1}{\lambda_p} - \frac{1}{\lambda_r}\right)z, \qquad (11)$$

$$\Gamma(u,v) = \int_{0}^{1} \exp\left(-\frac{\mathrm{i}}{2}u\rho^{2}\right) J_{0}(v\rho)\rho\mathrm{d}\rho, \qquad (12)$$

$$I(y',z') = |E_{d}(y',z')|^{2}.$$
(13)

对于一个线性成像系统,如果能清楚地了解物面上任一小面元的光振动,通过成像系统可得像面上光振动的分布情况,通过线性叠加,原则上可求得任何物面光场分布,通过像面光场分布,进而求得像面强度的分布。由于本文讨论的问题仅涉及到点源输入,故采用光强度作为 PSF,计算探测点源经体全息光栅衍射后的 衍射场强度场分布  $|E_d(y',z';x_p,y_p,z_p)|^2$ ,即强度的 PSF,用来描述体全息光栅系统的成像特性。它是探测点源位置和成像面(CCD 探测器平面)位置的函数。为了讨论方便,采用布拉格匹配衍射成像光强度对衍射场的强度 PSF 归一化。

#### 2.3 全息光栅透镜系统的强度点扩散函数

先讨论以原信号光波作为探测光波进行成像的情况, 即 $\lambda_p = \lambda_r = \lambda_o$ 。

当探测点光源处于  $z_p$  相对  $z_r$  有一定偏移量  $\delta_z$ ,即  $\delta_z = z_p - z_r$ ,并且  $x_p = x_r = 0$ ,  $y_p = y_r = 0$  时,代入 (6)式,可以得到体全息光栅成像系统的归一化的强度 PSF,简化为

$$\frac{I(\delta_{z};y',z')}{I_{b}(0;0,\theta F)} = \left| \Gamma\left\{\frac{2\pi R^{2}\delta}{\lambda z_{r}^{2}},\frac{2\pi R}{2\lambda F^{2}}\left[(y'^{2}+z'^{2}-\theta^{2}F^{2})^{2}+(2y'F)^{2}\right]^{1/2}\right\}\operatorname{sinc}\left[\frac{2(z'-\theta F)L}{2\lambda F}\right]\right|^{2},\quad(14)$$

式中 y',z'为探测器的坐标,λ为入射光波和探测光波的波长,L为全息透镜的厚度,I<sub>b</sub>(0;0,θF)是满足布拉格匹配条件的光强度,在这点上的衍射强度最大。通过上述公式,可计算出当探测光源沿着z轴移动时,在不同位置时的衍射光场分布,为进一步研究 90°临面入射体全息成像提供了理论依据。

# 3 衍射成像的数值计算分析

根据理论分析,通过数值计算,比较探测光源在不同位置的衍射场。数值计算参数为 $\lambda = 533$  nm, R=3.5 mm, $\theta = 2^{\circ}, L = 2$  mm,F = 63.9 mm, $z_{f} = 50$  mm,n = 2.2。

## 3.1 衍射光场分布

当探测点光源处于  $z_p$  相对  $z_r$  有一定偏移量  $\delta_z$ ,即  $\delta_z = z_p - z_r$ ,并且  $x_p = x_r = 0$ ,  $y_p = y_r = 0$  时分别得到 在  $\delta_z = -1$ , -0.5, 0, 0.5, 1 mm 条件下,成像面上衍射光场的分布如图 3 所示;其中心点光强度的分布如 表 1 所示。



图 3  $\delta_z$  取不同值时,成像面上衍射光场的分布 Fig. 3 Diffracted patterns with the probe point displaced by different  $\delta_z$ 

表 1 δ<sub>z</sub> 取不同值时,成像面上衍射光场分布的中心点光强度

Table 1 Center diffraction intensity on the imaging plane with different  $\delta_z$ 

$\delta_z/mm$	-1	-0.5	0	0.5	1	
Intensity	0.0010818	0.0031475	0.2505	0.0031475	0.0010818	

从图 3 和表 1 可以看到,当 δ<sub>z</sub>=0 时,衍射光场分布 为理想的点像;当沿着 z 方向移动时,其衍射光场不再为 理想成像点,而是在成像面上呈现扩展分布。结果表明, 随着探测点源沿 z 方向偏移,由于体全息光栅衍射出现 布拉格失配,衍射成像质量随之下降。

### 3.2 中心点光强度的分布

当探测点源沿 z 轴方向移动时,不同的偏移量  $\delta_z$ ,成 像面上的衍射光场的中心点光强度不同。在数值仿真计 算时, $\delta_z = 0 \sim 1$  mm,每次偏移 0.001 mm,归一化的强度 分布如图 4 所示; $\delta_z = 0$ , 0.05, 0.1, 0.2, 1 mm 时,中心 点光强度的分布如表 2 所示,从表 2 和图 4 可以发现,当 探测点光源处在记录光的参考位置时,衍射光场分布的



图 4 中心光强度随 δ<sub>2</sub> 的变化



中心光强度最大,即衍射光场强度集中分布在理想成像点处;当沿 z 方向偏移时,衍射光中心点光强度迅速减弱,衍射成像质量也随之下降。

表 2  $\delta_{\epsilon}$  取不同值时,成像面上衍射光场分布的中心点光强度 Table 2. Control differentiation interaction on the interaction along with different

Table 2	Center	unnaction	intensity	OII	the maging	plane v	with ani	erent 0;	2

$\delta_z/mm$	0	0.05	0.1	0.2	1
Intensity	1	0.84302	0.47739	0.0079338	0.0042226

#### 3.3 总的光强度的分布

当 δ<sub>z</sub>=0时,满足布拉格匹配条件,这时衍射光场最强;随着 z 方向偏移量的增加,出现布拉格失配,衍射光强度下降。当探测光源沿着 z 方向移动时,衍射成像光场的总光强度的归一化表示为

$$I_{\rm d} = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(y', z') \, \mathrm{d}y' \, \mathrm{d}z'. \tag{15}$$

在数值仿真计算时, $\delta_z = -3 \sim 3 \text{ mm}$ ,每次偏移 0.05 mm, 总光强度归一化随  $\delta_z$ 的变化如图 5 所示; $\delta_z = -1$ , -0.5, 0, 0.5, 1 mm 总光强度的分布如表 3 所示。从图 5 及表 3 可以看出,当沿着 z 方向移动时,在  $\delta_z = 0$  时,衍射光场的 总光强度最强,随着  $\delta_z$ 的偏移量增加,衍射总光强度下降, 成像质量也随之下降。



图 5 总光强度随 δ₂ 的变化



表 3 δ<sub>2</sub> 取不同值时,成像面上衍射光场分布的归一化总光强度

Table 3 Normalized total diffraction intensity on the imaging plane with different  $\delta_z$ 

$\delta$ /mm	-1	-0.5	0	0.5	1
Intensity	0.028605	0.057344	1	0.057344	0.028605

## 4 结 论

通过计算机数值仿真计算,对 90°临面入射的探测点源位置沿 z 方向改变时,体全息光栅成像系统的衍 射成像特性进行了研究。结果表明,当探测点光源在 z 轴方向偏离体全息记录的信号点源位置时,衍射光场 的总强度和中心强度随着偏移量的增加迅速减弱,衍射光场成像面积随着偏移量的增加逐渐增加,即衍射成 像光场分布不再为理想成像点,而是在成像面上呈现扩展分布。因此,在体全息透镜成像系统中,当物面相 对于体全息光栅记录参考点源位置的偏离,是引起理想成像点扩展、成像质量变差的主要影响因素。探测点 光源的位置发生变化时所引起体全息光栅衍射光场这种变化的特性,对三维物体进行特征识别、目标追击、 生物医学成像等领域具有应用潜力。

## 参考文献

- 1 D. Psaltis, G. W. Burr, X. An *et al.*. Holographic Memories [M]. California: California Institute of Technology Department of Electrical Engineering Pasadena, 1997
- 2 A. Stadelmaier, J. H. Massig. Compensation of lens aberrations in digital holography[J]. Opt. Lett., 2000, 25(22): 1630~1632
- 3 E. Chuang, W. H. Liu, J.-J. P. Drolet et al.. Holographicrandom access memory[J]. Proc. IEEE, 1999, 87(11): 1931~1940
- 4 K. L. Tan, W. A. Crossland, R. J. Mears. Dynamic holography for optical interconnections. I. Noise floor of lowcrosstalk holographic switches [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2001, 18(1): 195~204
- 5 H.-Y. S. Li, Y. Qiao, D. Psaltis. Optical network for realtimeface recognition[J]. Appl. Opt., 1993, 32(26): 5026~5035
- 6 A. Sinha, W. Sun, T. Shih *et al.*. Volume holographic imaging in the transmission geometry[J]. *Appl. Opt.*, 2004, 43(7): 1~19
- 7 G. Barbastathis, A. Sinha. Information content of volume holographic imaging[J]. Trends Biotechnol., 2001, 19(10): 383~392
- 8 W. Liu, D. Psaltis, G. Barbastathis. Real-time spectral imaging in three spatial dimensions [J]. Opt. Lett., 2002, 27(10): 854~856
- 9 W. Liu, G. Barbastathis, D. Psaltis. Volume holographic hyperspectral imaging[J]. Appl. Opt., 2004, 43(18): 3581~3599
- 10 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics[M]. 7th ed., Cambridge: Cambridge, University Press, 1998