

基于经纬划分和切面迭代的自由曲面 LED 透镜设计

闫兴涛^{1,2} 杨建峰¹ 张国琦³ 马小龙¹ 梁士通^{1,2} 曹捷³ 张磊^{1,2}

(¹中国科学院西安光学精密机械研究所光谱成像技术重点实验室, 陕西 西安 710119
²中国科学院研究生院, 北京 100049; ³西安中科麦特电子技术设备有限公司, 陕西 西安 710119)

摘要 根据非成像光学原理,提出了基于经纬划分和切面迭代的自由曲面求解方法。先在三维坐标系中建立自由曲面与目标面的相对位置模型,并对自由曲面沿经纬方向角度均分;再根据自由曲面各经纬带上能量与目标面各微带上能量对应相等,实现目标面网格划分并求得与自由曲面各网格对应的目标节点坐标;选取自由曲面初始网格节点,利用 Snell 方程和切面迭代法,沿经纬方向分别求解,得自由曲面各节点坐标,即可拟合出所求自由曲面。对用该方法设计的 LED 透镜进行模拟,结果表明对于目标面为轴对称区域的均匀照明,该方法可快速精确地获得对应的光学系统,使得 LED 光源能够广泛应用于道路照明系统中。

关键词 应用光学; 非成像光学; 均匀照明; 自由曲面 LED 透镜

中图分类号 TN29

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP48.022201

Freeform LED Lens Design Based on Longitude-Latitude Division and Tangent-Plane Iteration

Yan Xingtiao^{1,2} Yang Jianfeng¹ Zhang Guoqi³ Ma Xiaolong¹ Liang Shitong^{1,2}
Cao Jie³ Zhang Lei^{1,2}

(¹Key Laboratory of Spectral Imaging Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China
²Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China
³Xi'an ZKMT Electronic Technology Equipment Co., Ltd., Xi'an, Shaanxi 710119, China)

Abstract According to non-imaging optical principle, a method to obtain freeform based on longitude-latitude division and tangent-plane iteration was proposed. Firstly, a relative position model was constructed in three dimensional coordinate system, and the freeform was divided along its longitude and latitude direction with uniform angel. Secondly, because the energy of both each longitude and latitude freeform micro-belt and each corresponding micro-belt on the target plane was equal, the target plane was divided into grids and each coordinates of corresponding points on the target plane were obtained accurately. Finally, by choosing an initial grid node on the freeform, and using Snell equation and tangent-plane iterative method, the coordinates of all grid nodes on the freeform were obtained, which could be synthesized for the freeform surface. The simulation using the designed LED lens shows that for the axial symmetry target plane with uniform illumination, the corresponding optical system can be obtained quickly and accurately with this method, which enables LED light source to be applied in road lighting system.

Key words applied optics; non-imaging optics; uniform illumination; freeform LED lens

OCIS codes 220.2945; 080.2740; 080.4298; 230.3670

1 引言

半导体发光二极管(LED)光源具有体积小、响应快、色温高、调光易、寿命长、能耗低、绿色环保等优势,

收稿日期: 2010-09-08; 收到修改稿日期: 2010-10-14

作者简介: 闫兴涛(1986—),男,硕士研究生,主要从事照明光学设计和 LED 照明应用方面的研究。

E-mail: ytop31@163.com

导师简介: 杨建峰(1969—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光学设计与光谱成像方面的研究。

E-mail: yangjf@opt.ac.cn

在投影显示、城市照明等领域有着广阔的应用前景^[1]。然而,由于它的空间光强近似朗伯分布,使其在被照面上所形成的照度随出射角的增大而迅速衰减,很难满足大范围照明的实际需求。因此在 LED 照明应用中,需针对 LED 的特性进行二次光学设计,使其光强分布满足大面积照明的配光要求。这样的二次光学设计属于非成像光学系统设计的范畴^[2~4]。

非成像光学系统设计目的是光能的高效利用和光强的合理分布^[4]。设计的光学元件基本类型主要有反射型、透射型和折反混合型。所采用的表面包括球面、非球面和自由曲面。其中,自由曲面型元件因其具有良好的自由度、小巧的体积和精确的光线控制特性而被广泛应用。目前常用的自由曲面求解方法有 SMS (Simultaneous multiple surface)法、M-A(Monge-ampere)等式法、剪切法等。其中 SMS 法适用于设计面向扩展光源的光学系统。而对于本文涉及的面向点光源的自由曲面设计,目前应用最广泛、最有前景的是剪切法,即在已知光源发光分布的情况下,通过剪切反射镜或透镜的面形,来控制光源光线的走向,在照明区域里取得均匀的能量或照度分布^[5]。OEC 公司的 Ries 等^[6~8]指出,可以用数值求解偏微分方程的方法来求解自由曲面。John Bortz 等^[9,10]则提出了可自行优化的自由曲面 LED 透镜设计方法。丁毅等^[11,12]提出了基于偏微分方程组数值求解法得到了用于均匀照明的自由曲面透镜和自由曲面反射器。然而在三维空间中且为非旋转对称照明情况下,该方程为二阶非线性蒙特安培偏微分方程组,其求解过程非常复杂且结果不一定能构建平滑的自由曲面。此外,蒋金波等^[13]提出了基于光学扩展度守恒原理的 LED 路灯透镜设计方法,韩彦军等^[14,15]提出了基于光源与目标面能量映射关系的非连续自由曲面设计方法,这些都属于剪切法的具体应用。

本文从非成像光学基本原理出发,选用剪切法求解自由曲面常用的网格划分思想,在特定的坐标系内建立自由曲面与目标面网格间的对应关系,结合曲面积分相关知识,提出一种基于经纬划分、切面迭代的自由曲面网格节点的求解方法。通过编写的 C++ 程序在几十秒内即可求得节点坐标数据,利用建模软件犀牛 (Rhinceros) 构建自由曲面 LED 透镜模型,在 Tracepro 软件中对其进行模拟,实现了矩形区域均匀照明,验证了该方法的正确性和通用性。

2 基于非成像光学的自由曲面求解原理

在 LED 照明系统中,由于单颗 LED 的直径一般在 1~5 mm 间,根据非成像光学设计方法,可将 LED 作点光源近似^[10]。目前大多数功率型 LED 芯片的发光角度为 180°,LED 向半空间发光,其光线端点在空间构成一个半球面,并且其配光特性满足近似朗伯分布

$$I(\phi) = I \cos \phi, \quad (1)$$

式中 I 为主光轴上光强, ϕ 为光线与 LED 主光轴的夹角。在点光源近似下,该半球面上的光线唯一的对应于反射或折射元件自由曲面上一点。根据面积微元的划分思想,以及光滑曲面各点处都具有切平面且彼此连续的特征,所求自由曲面上每点处均有一个微小的切面元。设该切面元法向矢量为 \mathbf{N} ,该点处入射光单位矢量为 \mathbf{I}_{in} ,出射光单位矢量为 \mathbf{I}_{out} ,则根据矢量形式斯涅耳方程三者满足关系

$$[1 + n^2 - 2n(\mathbf{I}_{out} \cdot \mathbf{I}_{in})]^{1/2} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{I}_{out} - n\mathbf{I}_{in}, \quad (2)$$

式中 n 为 LED 周围介质的折射率,反射时介质为空气,取 $n=1$ 。由此,可通过控制自由曲面上每点处切面元法向矢量 \mathbf{N} 来控制 LED 光源出射光线的走向。然而,由于自由曲面无精确的数学表达式,无法求得所有点处的法向量。根据剪切法原理,需对自由曲面各点进行离散化^[11,12]。

如图 1 所示,考虑折射的情况。根据边缘光线原理,如果将自由曲面进行网格状的划分,通过控制每个网格节点上光线的走向,即可控制网格中所分布能量的投射范围。由光源的扩展度守恒原理知,如果光学系统没有损耗,那么光学系统的光源及目标的扩展度是守恒的。从能量角度考虑,即每一个网格与光源所成立体角内的能量经

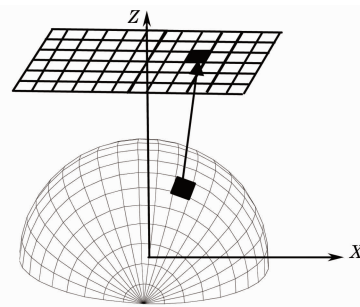


图 1 自由曲面与目标面网格划分示意图
Fig. 1 Sketch of dividing grids on the freeform and the target plane

过自由曲面折射后会完全投射到对应的目标面微元上。

根据上述原理,对于给定照度要求的照明系统,可将目标面及自由曲面分割成数目相等的网格,使两组网格节点一一对应,通过控制自由曲面网格节点处的法矢量来控制其上入射光线与目标面节点的位置一一对应,即可精确地实现每个网格内的能量投射到对应的目标面微元上。当自由曲面上所有网格节点坐标确定后,根据工业设计中基于非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线曲面的建模方法,将求得的坐标点作为控制点导入建模软件即可拟合成一个光滑的自由曲面^[12,13]。NURBS 中非均匀是指一个控制顶点的影响力的范围能够改变;有理是指每个 NURBS 物体都可以用数学表达式来定义;B 样条是指用路线来构建一条曲线,在一个或更多的点之间以插值替换的。它是计算机图形学中一种描述曲线和曲面的数学方式。NURBS 曲线和曲面具有局部控制性。当对曲线或曲面上的某个控制点进行局部调节时,不会影响到其他的部分。

综上所述,当光源特性和目标面照度要求已知时,要求得到一个光滑自由曲面的关键是,确定自由曲面网格节点与目标面网格节点间对应关系以及每个自由曲面网格节点处法矢量的问题。

3 基于经纬划分和切面迭代的自由曲面求解方法

3.1 自由曲面与目标面网格的对应关系

在划分网格前,选取适当的坐标系可大为简化各节点入射与出射光矢量的表示。根据光源和目标面的特点,对于自由曲面选取空间球坐标系。对于目标面,选取直角坐标系,当目标面为正方形或矩形等轴对称区域时,只需求解与其对应的四分之一自由曲面即可。于是,建立如图 2 所示坐标系,目标面为垂直于 X 轴的平面,LED 位于原点且主光轴取 X 轴,构造自由曲面的初始形状为以原点为球心的四分之一球面。对该面进行经纬方向的均匀划分,即对 θ 和 ϕ 均分后,则面上任意一点坐标 $(\rho_{ij} \sin \phi_j \cos \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j \sin \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j)$ 即表示该点处入射光矢量 \mathbf{I}_{in-ij} , ($i=0, 1, 2, \dots, M$), M 为经线方向上网格节点的个数; ($j=0, 1, 2, \dots, N$), N 为纬线方向上网格节点的个数。设该节点对应于目标面上一点 (x_0, y_i, z_j) , 则出射光矢量 \mathbf{I}_{out-ij} 为 $(x_0 - \rho_{ij} \sin \phi_j \cos \theta_i, y_i - \rho_{ij} \sin \phi_j \sin \theta_i, z_j - \rho_{ij} \sin \phi_j)$ 。

采用如图 2 所示的对应关系:自由曲面上一个纬向微带的光线投射到目标面上一个平行于 Y 轴的微带上,一个经向微带的光线投射到一个平行于 Z 轴的微带上。这样微带上每根光线的偏折不会太大,使得自由曲面的曲率变化更为平缓,求解更为精确^[14]。

3.2 目标面各节点坐标的精确表示

对应关系确定后,为求得每个自由曲面网格节点的坐标,需根据照度要求和能量关系精确求得与各节点对应的目标面节点的坐标^[15]。当光源特性和目标面照度要求确定后,系统无能耗时,光线的传播遵守能量守恒定律,即光源辐射的总能量应等于目标面内的总能量

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} I(\phi) \sin \phi d\phi = \int E(y, z) dS, \quad (3)$$

式中 $E(y, z)$ 为目标面上 (y, z) 点的照度, S 为目标面面积。对所求自由曲面沿经纬均匀划分 $M \times N$ 个网格,则目标面的网格大小由自由曲面每一个网格与光源所成立体角内的能量确定,对目标面某一微元面积 $dydz$ 有

$$\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \cos \theta d\theta \int_{\phi_j}^{\phi_{j+1}} I \sin \phi_j \sin \phi_j d\phi = \iint E dydz, \quad (4)$$

式中 θ_i, ϕ_j 分别为经纬方向上第 i 个和第 j 个节点对应的角度。且 $\theta_{i+1} = \theta_i + d\theta, \phi_{j+1} = \phi_j + d\phi$ 。则自由曲面各节点处入射光矢量方向由 (θ_i, ϕ_j) 确定。

为确定自由曲面各节点处出射光矢量,需求解对应的目标面节点坐标 (x_0, y_i, z_j) , 由于目标面垂直于 X 轴,只需求解 (y_i, z_j) 即可。对与经向或纬向各条网格线上节点对应的目标节点分别求解时,只需考虑一个方

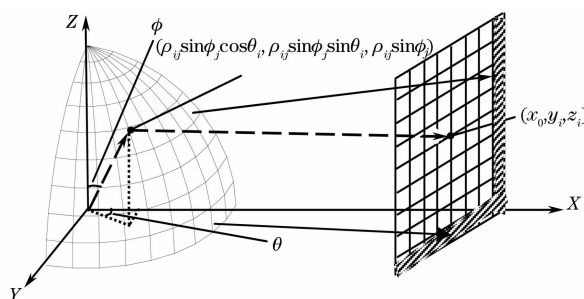


图 2 自由曲面与目标面网格对应关系示意图
Fig. 2 Sketch of grid corresponding relationships between freeform and target plane

向上的角度变化,因此采用分离变量法对(4)式进行简化。根据图2对应关系,自由曲面上一个经向微带内的能量全部投射到目标面上一个平行于Z轴的微带上,故有

$$\int_0^{\pi/2} I \sin^2 \phi \, d\phi \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \cos \theta \, d\theta = \int_{y_i}^{y_{i+1}} E z_m \, dy_i, \quad (5)$$

式中 dy_i 为沿Y轴方向第*i*个目标面微带, z_m 为目标面沿Z轴的宽度。化简得

$$dy_i = \frac{\pi I}{4 E z_m} (\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i), \quad (6)$$

同理,对于纬向带有

$$\int_0^{\pi/2} \cos \theta \, d\theta \int_{\phi_j}^{\phi_{j+1}} I \sin^2 \phi \, d\phi = \int_{z_j}^{z_{j+1}} E y_m \, dz_j, \quad (7)$$

式中 dz_j 为沿Z轴方向第*j*个目标面微带, y_m 为目标面沿Y轴的宽度。化简得

$$dz_j = \frac{I}{E y_m} \left[\left(\frac{\phi_{j+1}}{2} - \frac{\sin 2\phi_{j+1}}{4} \right) - \left(\frac{\phi_j}{2} - \frac{\sin 2\phi_j}{4} \right) \right], \quad (8)$$

在(6)式和(8)式中的 I/E 可由(3)式得出。则目标面各节点坐标由 $y_{i+1} = y_i + dy_i$, $z_{j+1} = z_j + dz_j$ 求得。

由自由曲面各节点处入射光矢量 $\mathbf{I}_{in,ij}$ 和出射光矢量 $\mathbf{I}_{out,ij}$ 的表示形式知,当各网格节点处径向长度 ρ_{ij} 确定后,各节点坐标及该点入射与出射光矢量即完全确定,进而该点法矢量确定。下面通过切面迭代法确定各节点径向长度 ρ_{ij} 。

3.3 自由曲面网格节点坐标的迭代确定

在对所求光滑自由曲面进行经纬的网格划分后,如图3所示。初始选取自由曲面一个网格节点 S_0 ,其坐标确定入射光矢量为 $\mathbf{I}_{in,0}$,由其在目标面对应的节点 T_0 可确定出射光矢量 $\mathbf{I}_{out,0}$,将以上两矢量单位化,由(2)式可求得该网格节点处切面元法矢量 \mathbf{N}_0 ,同时确定该切面元方程。当网格划分足够细时,与该网格节点相邻的经线与纬线方向上的节点处的入射光线必与该点切面元相交。对经线方向而言,相邻节点坐标由该交点 S_1 确定,其入射光矢量 $\mathbf{I}_{in,1}$ 也即确定,出射光矢量 $\mathbf{I}_{out,1}$ 由点 S_1 与目标面相应节点 T_1 的坐标确定,则同理可得该网格节点处的法矢量 \mathbf{N}_1 ,进而确定该点切面元方程。按以上方法沿该经线方向一直迭代下去,即可求得该经线方向每个网格节点的坐标 $(\rho_i \sin \phi \cos \theta_i, \rho_i \sin \phi \sin \theta_i, \rho_i \sin \phi)$,且该经线方向上各节点是连续的。对纬线方向上每条网格线,选择求得的经线方向相应网格节点为初始点,依照上述方法,沿该方向迭代可得到每条纬线上各节点的坐标 $(\rho_{ij} \sin \phi_j \cos \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j \sin \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j)$,对于以相邻的两个经向节点为初始点的纬线,其形成纬向微带且表面连续,光学系统表面可由沿纬向的微小带状面元构成,由于建模时对各节点控制的曲面进行非均匀有理B样条曲面处理,且划分的网格足够细,则以各经纬节点即可拟合成一个表面平滑的自由曲面。至此,由所有网格节点确定的自由曲面面型即可确定。

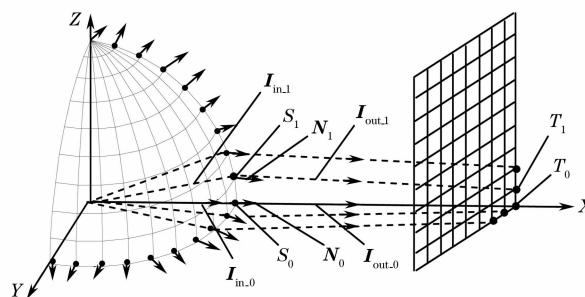


图3 切面迭代法示意图

Fig. 3 Sketch of the tangent-plane iteration

按以上方法沿该经线方向一直迭代下去,即可求得该经线方向每个网格节点的坐标 $(\rho_i \sin \phi \cos \theta_i, \rho_i \sin \phi \sin \theta_i, \rho_i \sin \phi)$,且该经线方向上各节点是连续的。对纬线方向上每条网格线,选择求得的经线方向相应网格节点为初始点,依照上述方法,沿该方向迭代可得到每条纬线上各节点的坐标 $(\rho_{ij} \sin \phi_j \cos \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j \sin \theta_i, \rho_{ij} \sin \phi_j)$,对于以相邻的两个经向节点为初始点的纬线,其形成纬向微带且表面连续,光学系统表面可由沿纬向的微小带状面元构成,由于建模时对各节点控制的曲面进行非均匀有理B样条曲面处理,且划分的网格足够细,则以各经纬节点即可拟合成一个表面平滑的自由曲面。至此,由所有网格节点确定的自由曲面面型即可确定。

4 实现均匀照明的自由曲面LED透镜设计实例

采用上述方法设计LED浸没其中的光学透镜,则透镜的内外表面均为折射面。为使求解简单及透镜加工容易,所求透镜内表面为一个以LED所在点为球心的半球,由LED发出的光线透过该面时不发生偏折。透镜外表面即为所求自由曲面^[10]。假定所用材料为PMMA(折射率为1.49),且光线通过时无损耗,即系统的能量守恒。

1) 实例一:设计10 m高实现40 m×15 m矩形区域均匀照明的LED照明透镜。根据目标面对称性,求解四分之一自由曲面数据即可,划分的自由曲面网格节点数为200×200,初始点为曲面中心处距原点10 mm高一点。将要求参数输入程序,求得所取节点的三维坐标数据,保存为文本文件,将该文件导入犀牛

内拟合成曲面,如图4(a)所示。对该面镜像处理后挤出透镜实体模型如图4(b)所示,其高10.45 mm,横向尺寸26.5 mm,底端半球凹槽半径5 mm。将该透镜导入到Tracepro中建立 $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}\times 0.1\text{ mm}$ 的LED模型,设置各部分相对位置,追迹100万条光线,所模拟的目标面照度图和光强分布图如图5所示。

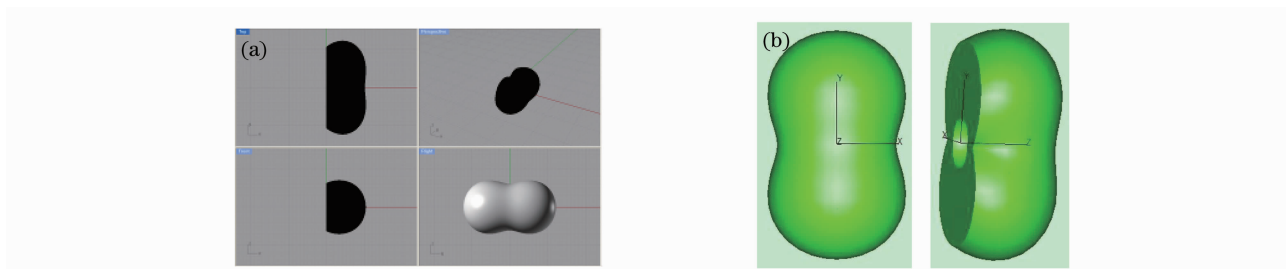


图4 (a) 由求得坐标拟合的自由曲面, (b) 实现 $40\text{ m}\times 15\text{ m}$ 矩形照明的LED透镜模型

Fig. 4 (a) Freeform synthesized by coordinates of grid nodes, (b) LED lens for $40\text{ m}\times 15\text{ m}$ rectangular illumination

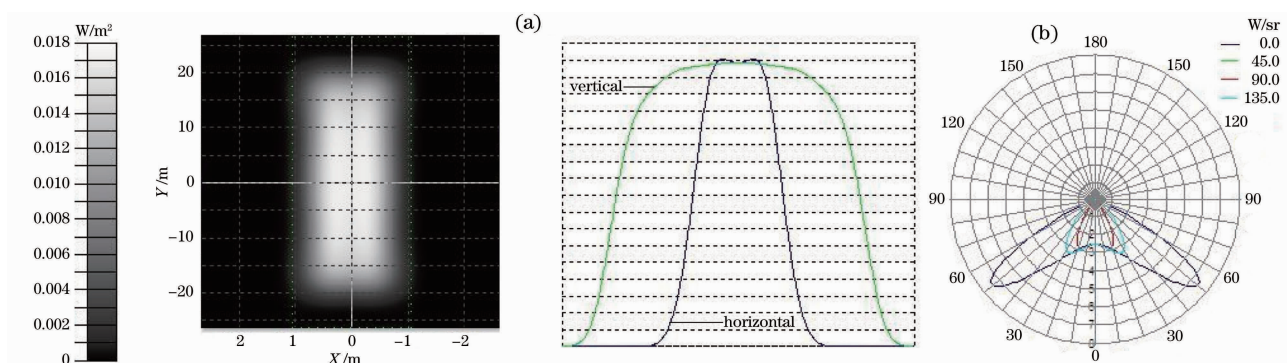


图5 实现 $40\text{ m}\times 15\text{ m}$ 均匀照明的LED透镜模拟结果。(a) 目标面的照度分布图, (b) 空间光强分布图

Fig. 5 Simulation results of LED lens for $40\text{ m}\times 15\text{ m}$ uniform illumination. (a) illumination distribution map of target plane, (b) distribution map of luminous intensity

定义均匀性为最低照度比平均照度。由图5(a)知,目标面的照度均匀性在80%以上完全符合国家道路照明标准^[16]。系统光能利用率在90%以上。经透镜后LED光强分布满足了大范围照明所要求的蝙蝠翼配光,且满足眩光限制条件。

2) 实例二:用该方法设计的8 m高实现 $30\text{ m}\times 10\text{ m}$ 矩形范围均匀照明的LED透镜模型如图6所示,其高度尺寸10.25 mm,横向尺寸分别为24.5 mm和14 mm,底端半球凹槽半径5 mm。在Tracepro中追迹100万

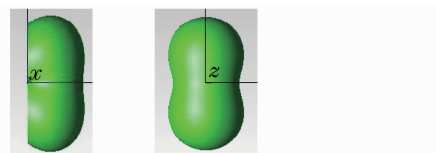


图6 实现 $30\text{ m}\times 10\text{ m}$ 矩形照明的LED透镜模型

Fig. 6 LED lens model for $30\text{ m}\times 10\text{ m}$ rectangular illumination

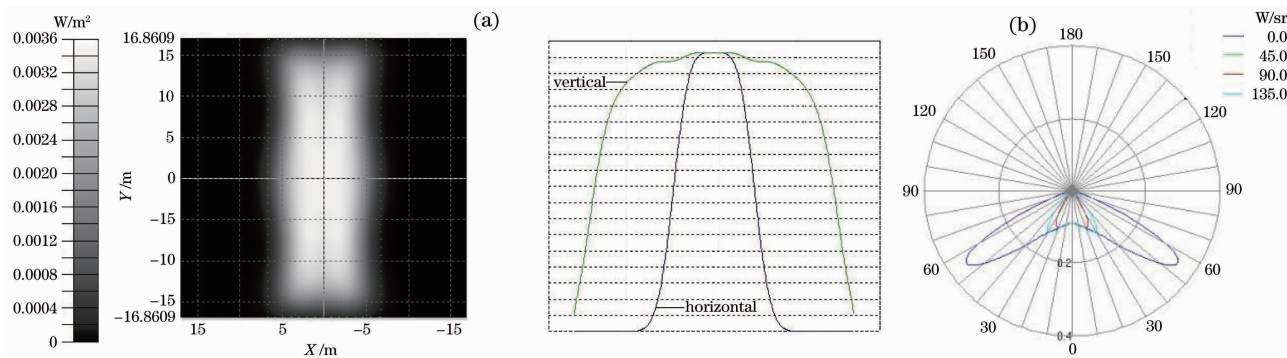


图7 实现 $30\text{ m}\times 10\text{ m}$ 均匀照明的LED透镜模拟结果。(a) 目标面的照度分布图, (b) 空间光强分布图

Fig. 7 Simulation results of LED lens for $30\text{ m}\times 10\text{ m}$ uniform illumination. (a) illumination distribution map of target plane, (b) distribution map of luminous intensity

条光线。图 7 为所模拟的其照度图和光强分布图。由图 7 可知,目标面的照度均匀性在 80% 以上,完全符合国家道路照明标准^[16]。系统光能利用率在 90% 以上,且满足眩光限制条件。

3) 实例三:根据不同场合实际照明亮度要求以及所用 LED 光源的出光效率,将所设计的 LED 透镜阵列化后,可用于室内照明和道路照明等多种领域。图 8 所示为所设计的高 8 m 照明范围 30 m×10 m 的 LED 路灯透镜 7×7 阵列模型的模拟结果。其中,透镜间横向间距为 40 mm,纵向间距 30 mm。结果表明阵列化后,透镜仍具有良好的配光特性。

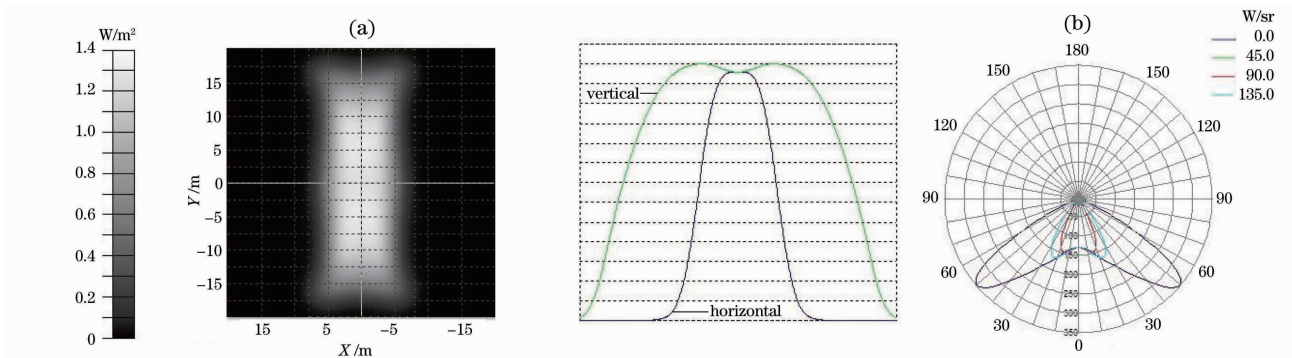


图 8 30 m×10 m LED 路灯透镜阵列模型的模拟结果。(a) 目标面的照度分布图,(b) 空间光强分布图

Fig. 8 LED street light lens array model for 30 m×10 m illumination and its simulation results. (a) illumination distribution map of target plane, (b) distribution map of luminous intensity

5 结 论

选用剪切法求解自由曲面,提出一种经纬划分、切面迭代的自由曲面网格节点的精确计算方法,设计出可实现矩形区域均匀照明的自由曲面 LED 透镜,单个和阵列化模拟结果表明该方法所设计透镜具有良好的配光特性。该方法相比数值求解偏微分方程的方法具有简单、快速、灵活、连续等优点,且计算结果较为精确,所得模型易于加工。设计时通过更改程序中对应参数可得到实现其他长宽面积均匀照明的 LED 透镜,因而该方法具有广阔的应用范围。

参 考 文 献

- 1 Fang Zhilie, Liu Muqing. Technology status of light emitting diodes[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(6): 062502
- 方志烈,刘木清. 半导体照明光源的技术进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(6): 062502
- 2 Wang Wei. Study on the Design Method of Uniform Illumination Based on Transmitted Free-form Surface Theory[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006. 6~26
- 汪 巍. 基于透射型自由曲面理论的均匀照明设计方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006. 6~26
- 3 Luo Yi, Zhang Xianpeng, Wang Lin *et al.*. Non-imaging optics and its application in solid lighting[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(7): 963~971
- 罗 毅,张贤鹏,王 霖 等. 半导体照明中的非成像光学及其应用[J]. *中国激光*, 2008, **35**(7): 963~971
- 4 Roland Winston, Juan C. Minano, Pablo Benitez. Nonimaging Optics[M]. Burlington: Elsevier Academic Press, 2005. 43~67
- 5 Yu Guiying, Jin Ji, Ni Xiaowu *et al.*. Design for LED uniform illumination reflector based on \hat{E} tendue[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2297~2301
- 余桂英,金 骧,睨晓武 等. 基于光学扩展量的 LED 均匀照明反射器的设计[J]. *光学学报*, 2009, **29**(8): 2297~2301
- 6 H. Ries, J. Muschaweck. Tailoring freeform lenses for illuminations[C]. *SPIE*, 2001, **4442**: 43~50
- 7 H. Ries, J. Muschaweck. Tailored freeform optical surfaces[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(3): 590~595
- 8 A. Timinger, J. Muschaweck, H. Ries. Designing tailored freeform surfaces for general illumination[C]. *SPIE*, 2003, **5186**: 28~32
- 9 John Bortz, Narkis Shatz, David Pitou. Optimal design of a nonimaging projection lens for use with an LED source and a

- rectangular target[C]. *SPIE*, 2000, **4092**: 130~138
- 10 B. Jacobson, R. Gengelbach. Lens for uniform LED illumination: an example of automated optimization using Monte Carlo ray tracing of an LED source[C]. *SPIE*, 2002, **4446**: 130~138
- 11 Ding Yi, Zheng Zhenrong, Gu Peifu. Freeform LED lens for uniform illumination[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(17): 12958~12966
- 12 Ding Yi, Gu Peifu. Freeform reflector for uniform illumination[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 540~544
丁毅, 顾培夫. 实现均匀照明的自由曲面反射器[J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 540~544
- 13 Jiang Jinbo, Sandy To, W. B. Lee. Optical design of a freeform lens for LED street light[J]. *China Illuminating Engineering J.*, 2008, **19**(4): 59~65
蒋金波, 杜雪, 李荣彬. LED路灯透镜的二次光学设计简介[J]. *照明工程学报*, 2008, **19**(4): 59~65
- 14 Han Yanjun, Zhang Xianpeng, Feng Zexin *et al.*. Variable-separation three dimensional freeform nonimaging optical system design based on target-to-source mapping and micro belt surface construction[J]. *Sciencepaper Online*, 2010, **5**(1): 35~40
韩彦军, 张贤鹏, 冯泽心等. 基于由照射目标向光源映射和微带表面构型的分离变量三维自由曲面非成像光学系统设计[J]. *中国科技论文在线*, 2010, **5**(1): 35~40
- 15 L. Wang, K. Y. Qian, Y. Luo. Discontinuous free-form lens design for prescribed irradiance[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(18): 3716~3723
- 16 Chinese Academy of Building Research. CJJ 45-2006 Standard for Lighting Design of Urban Road[S]. Beijing: China Academy of Building Research, 2006
中国建筑科学研究院. CJJ 45-2006 城市道路照明设计标准[S]. 北京: 中国建筑科学研究院, 2006